

**INTERPOLACIÓN DEL PATRÓN DE HAZ
ACÚSTICO OMNIDIRECCIONAL
UTILIZANDO FILTROS DIGITALES FIR
INVARIABLES EN EL TIEMPO PARA
SONARES PASIVOS CON ARREGLO
CILÍNDRICO DE HIDRÓFONOS**

Presenta el bachiller:

FRANCK PAUL VÁSQUEZ PÉREZ

Para optar el título profesional de: INGENIERO ELECTRÓNICO

Lima – Perú 2008

..	3
RESUMEN .	4
CAPITULO I. INTRODUCCIÓN .	5
CAPITULO II SONARES .	7
CAPITULO III FUNDAMENTO Teórico del SONAR PASIVO .	14
CAPITULO IV Fundamentos teóricos y aplicación de los filtros FIR .	35
CAPITULO V: Interpolación del patrón acústico utilizando los filtros FIR.- .	57
CAPITULO VI: Simulación y Resultados del Algoritmo de Interpolación.- .	74
CAPITULO VII Conclusiones y Recomendaciones .	106
Bibliografía y Referencias .	107

Esta tesis está dedicada a mis padres y hermanos por su constante apoyo y cariño, a mis amigos por su apoyo y confianza, a Dios por darme la fe, sabiduría y fortaleza en tiempos difíciles

RESUMEN

Esta tesis propone el tema “Interpolación del Patrón de Haz Acústico Omnidireccional Utilizando Filtros Digitales FIR Invariables en el Tiempo, para Sonares Pasivos con Arreglo Cilíndrico de Hidrófonos”, mostrando el desarrollo de un nuevo algoritmo de interpolación que aumenta la resolución del muestreo espacial de los sonares omnidireccionales con procesamiento digital de señales, y disminuyendo el error de estimación del ángulo de arribo o DOA.

Se desarrolla el modelo matemático del muestreo espacial generado por los sonares pasivos omnidireccionales, para la simulación y prueba del algoritmo de interpolación del patrón acústico.

El algoritmo de interpolación es desarrollado en el lenguaje de programación C++ y convertido en librería dinámica (DLL), para ser utilizado en simuladores y aplicaciones de tiempo real, utilizando técnicas de procesamiento digital de señales óptimas.

CAPITULO I.

INTRODUCCIÓN

El constante avance de la tecnología y los cambios producidos en el mundo entero debido a la globalización han hecho del conocimiento un lenguaje universal, este ha motivado al hombre a romper sus barreras físicas y mentales, llevándolo a límites insospechados existentes originalmente solo en sus sueños. La tecnología ha estado en nuestras vidas desde que el hombre tomó la decisión de darle solución a sus problemas cotidianos, hasta cubrir todo espacio donde este se desenvuelve, ya sea en tierra, cielo y mar, y es en el mar donde el hombre ha demostrado su capacidad creativa, con la navegación y toda la tecnología que esto implica, y que ha ido evolucionando siglo tras siglo hasta nuestros días.

El interés del hombre por dominar su espacio marítimo, ha hecho que este imite a la naturaleza, al igual que los delfines, ballenas y otras especies marítimas, el hombre ha desarrollado los sonares, estos sistemas cuyo uso van desde la pesca hasta la búsqueda de barcos y exploraciones del lecho marino. Los sonares son de vital importancia si lo que importa es la localización precisa de objetivos ya sean peces, barcos, etc., esto marca la diferencia entre el éxito o el fracaso en una casería si se trata de un delfín o una ballena, al igual un submarino intenta detectar a tiempo y con la debida precisión a un buque u otro submarino.

Entre los muchos parámetros que puede dar un sonar, esta la marcación o dirección de arribo de las fuentes de sonido, estos datos se pueden mostrar de forma gráfica o alfanumérica, si la información esta dada de forma gráfica, esperamos la mayor resolución posible ya que esto determina nuestro error en la estimación de la marcación.

En este punto, los sonares con procesamiento digital de señales, no pueden realizar un muestreo del patrón de haz acústico en el espacio de modo continuo, ya que esta limitado por su capacidad de cómputo de datos.

Para el caso de un sonar pasivo con arreglo cilíndrico de hidrófonos (sonar omnidireccional), podemos mejorar la preformance de información gráfica y alfanumérica de los datos de marcación, interpolando el patrón acústico ominidireccional [11], de esta manera podemos conseguir aumentar la resolución en marcación y minimizar el error de estimación del ángulo de arribo de las fuentes de sonido. Con ese fin se desarrolla un algoritmo de interpolación del patrón acústico omnidireccional utilizando técnicas de procesamiento digital de señales.

Para la síntesis del presente trabajo se cuenta con 7 capítulos que van desde una introducción a los sonares, hasta un simulador de patrones acústico para evaluar al algoritmo de interpolación.

El capítulo 1 se encarga de la introducción al trabajo realizado, así como una breve síntesis del mismo.

En el capítulo 2 se abordan temas introductorios relacionados con los sonares activos y pasivos, los tipos de análisis que realizan, el uso de los sonares en aplicaciones militares,

comerciales y las diferencias entre sonares. También se evalúan temas relacionados a los tipos de ruido marino provocado por barcos o buques, tal como el ruido de cavitación [10], la propagación del sonido en el mar y los sonares utilizados por los submarinos. En este capítulo se muestra el escenario de acción de los sonares, con el propósito de tener una idea más clara del tipo de información que se obtiene a partir de su utilización.

El capítulo 3 muestra los fundamentos teóricos del sonar pasivo. En este capítulo se desarrolla toda la base teórica (modelamiento matemático) del análisis de las señales del sonar pasivo, orientada al tipo de sonares omnidireccionales, donde se tocan temas como: modelamiento de las fuentes de sonido, frentes de onda plano [1], arreglos de hidrófonos [6], muestreo espacial de señales acústicas [1] y formación de patrones de haz acústico [2]. Este capítulo sirve también como una base para el desarrollo del modelamiento y simulación de las señales acústicas procesadas por los sonares pasivos omnidireccionales.

En el capítulo 4 tenemos los fundamentos teóricos y aplicación de los filtros FIR. Además, en este capítulo se muestran los conceptos teóricos de los filtros FIR invariantes en el tiempo, así como su aplicación en la técnica de interpolación por el Factor I [8]. Los temas que se abordan en este capítulo son: diseño de los filtros digitales FIR de fase lineal utilizando ventanas, especificaciones de los filtros FIR selectivos en frecuencia, respuesta en fase de los filtros FIR, realización de los filtros FIR sobre estructuras eficientes (desarrollo de filtros sobre memorias circulares) y su aplicación en el tratamiento de señales como filtro de interpolación.

El capítulo 5 concierne a los temas relacionados con la Interpolación del patrón acústico utilizando los filtros FIR, tomando como base a los capítulos 3 y 4. En este capítulo se desarrolla la técnica de interpolación propuesta, Factor I , sobre la reconstrucción del patrón acústico omnidireccional de los sonares pasivos. Es decir, se desarrolla un simulador de patrones acústico de un sonar pasivo omnidireccional en LabVIEW, y se implementa el algoritmo de interpolación desarrollado en el lenguaje de programación C++, complementado con el software Matlab y LabView. El simulador de patrones acústicos nos permite evaluar al algoritmo de interpolación y mostrar su aplicabilidad.

En el capítulo 6 tenemos la simulación y muestra de resultados del algoritmo de interpolación. En este capítulo se lleva a cabo la simulación y prueba del algoritmo de interpolación, para mostrar los resultados obtenidos en el software LabVIEW.

Finalmente, en el capítulo 7 se establecen las conclusiones y recomendaciones del trabajo desarrollado.

CAPITULO II

SONARES

Mientras que las ondas electromagnéticas no se propagan muy bien debajo del agua, las ondas acústicas sí lo hacen y pueden emplearse para detectar toda la diversidad de objetos –creados por el hombre o no- que se desplacen en él. Estos sistemas de detección llamados SONAR (Sound Navigation And Ranging) [4], pueden interceptar las hélices u otras fuentes de ruido generadas por los buques o pueden enviar ondas al exterior y recibir los ecos del casco de las unidades. Los sonares pueden operarse a bordo de buques de superficie (Ej. barcos, lanchas), submarinos, sonoboyas o suspendidos por cables desde helicópteros, pueden también ser plantados en el fondo del lecho marino.

Un sonar puede ser utilizado en dos diferentes métodos de análisis y evaluar posibles contactos en el agua. El primero es llamado sonar activo, este método supone la transmisión de una señal acústica bien definida la cual puede reflejarse de objetos iluminados en el agua. La energía acústica reflejada (también llamado réplica) retornada como eco de sonar a un hidrófono¹, el cual convierte el sonido en electricidad. El impulso eléctrico recogido por el hidrófono es amplificado y procesado de diferentes formas y finalmente le es aplicado un sistema de control o mecanismo de presentación que cumpla con el propósito para el cual el sonar fue diseñado. Se dice que los sistemas de sonar activo eco-distancian a sus blancos. Las limitaciones de este método se deben principalmente a la pérdida de la intensidad de la señal durante propagación a través del agua y reverberación causada por las reflexiones de la señal. Simplificando, el sonar activo puede ser visto como el equivalente al radar bajo el agua.

¹ Dispositivo transductor que convierte señales de presión en señales de corriente o voltaje (y viceversa), diseñado para operar bajo el agua o en el aire para captar señales de audio (equivalente a un micrófono).

El siguiente método es llamado sonar pasivo. Éste basa su detección y localización de los sonidos que se emiten desde el propio objetivo (máquina ruidosa, flujo de ruido, ruido de cavitación, las transmisiones de sus sonares activos, etc.). En este caso, las mayores limitaciones en detección y clasificación resultan del conocimiento impreciso de las características de radiación acústica del sonido del contacto bajo el agua. El espectro de este sonido depende del diseño del buque o submarino y en su forma de operación, sin embargo los datos correspondientes a las plataformas de los buques de guerra son de alta clasificación en sus respectivos países de origen o construcción.

El mar está lleno de fuentes de sonido que son detectadas por los arreglos² de sonar pasivo. El espectro de frecuencias y la direccionalidad del ruido ambiental son parámetros importantes en la determinación de las capacidades de detección, por ello es de suma importancia para el operador del sonar poder diferenciar entre un ruido ambiental y otro producido por unidades de superficie o submarinas.

Es así como, ningún proceso mecánico puede ocurrir sin que ocurra alguna vibración y por ende ruido. Una máquina produce energía mecánica aprovechable pero además produce vibraciones incontrolables motivado al desbalance y a imperfecciones en sus partes componentes. Los ruidos producidos por un buque pueden agruparse en tres grandes categorías dependiendo de su origen:

Ruidos generados por la maquinaria dentro del casco.

Ruido generado por la cavitación de las hélices en movimiento.

Ruido hidrodinámico generado por el flujo turbulento a través de la superficie del casco.

Para el caso que nos ocupa, detallaremos el ruido producido por la cavitación de la hélice.

² Grupo de hidrófonos distribuidos geoméricamente que se utiliza en un sonar.

2.1 Cavitación

La cavitación ocurre cuando la presión local de un fluido disminuye drásticamente por debajo de la presión ambiental haciendo que el agua se vaporice y se formen muchas y diminutas cavidades en la superficie; las burbujas se expanden hasta alcanzar su máximo tamaño; tan pronto como las burbujas entren en la región de alta presión, éstas colapsan creando fuertes pulsos de sonido como se observa en la *Fig. 2.1*.

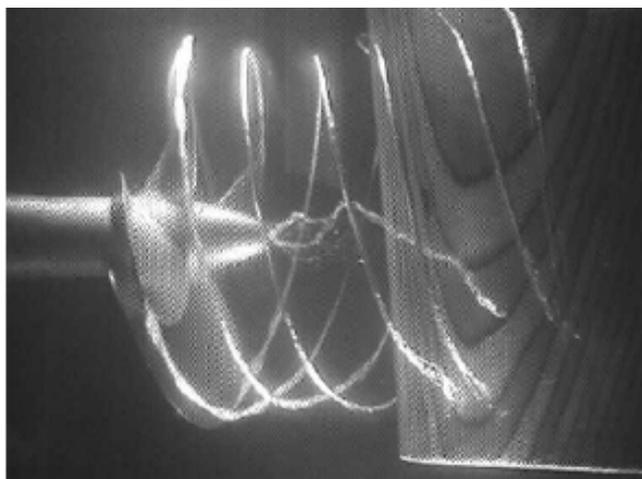


Fig. 2.1. Cavitación producida por las hélices de un navío.

2.2 Aplicación de los sonares

Los sonares tienen una gran variedad de usos comerciales y militares. Algunas de las aplicaciones comerciales incluyen localización de peses, mapa de fondo marino, ayuda a la navegación, prospección sísmica y oceanografía acústica. Algunas de las aplicaciones militares incluyen detección, localización, clasificación, traqueo, estimación de parámetros, guía de armas, contramedidas y comunicaciones.

Cuando se emplea el sonar activo en el proceso de detectar o localizar un blanco, el blanco inmediatamente estará al tanto que alguien está estableciendo una búsqueda en la proximidad y conocerá con exactitud la dirección en la que éste se encuentra. Por consiguiente, el blanco estará en la capacidad de contra detectar e incluso de establecer un ataque ya que la información suministrada es suficiente, para ello un submarino que emplea el sonar pasivo podrá detectar a otro empleando sonar activo muchísimo antes que el usuario del sonar activo pueda detectarlo. No obstante, debido a que los submarinos se desarrollan y construyen cada vez más silenciosos, la importancia relativa del sonar activo ha aumentado. Sin embargo, el uso del sonar activo permanece como poco atractivo porque involucra un alto riesgo de detección y contra ataque, en su lugar son mas usados los sonares pasivos.

2.3 Sonar beamforming

En su forma simple, un sonar beamforming puede ser definido como “el proceso de combinar la salida de un número de elementos transductores omnidireccionales, arreglados en un arreglo de geometría arbitraria, afín de mejorar algunas señales de una definida localización espacial mientras suprime aquellas de otras fuentes” (Curtis y Ward 1980), por lo tanto podemos considerar a un beamformer como un filtro espacial [2].

La operación del beamformer se lleva a cabo a través de una serie de operaciones que impliquen la ponderación, la demora y la suma de las señales. La salida sumada que contiene información de una dirección en particular es llamada un beam (haz acústico). Esta salida es entonces llevada al procesador de señales.

Un beamforming puede emplear técnicas analógicas o digitales. Los beamformer son usados tanto en sonares pasivos como activos. En sonares pasivos, el beamformer actúa en las señales recibidas. En sonares activos también es utilizado el beamformer convencional el cual actúa en las ondas que son reflejadas de los contactos (algunos de los sonares utilizan el mismo arreglo de hidrófonos para recibir y transmitir señales). Hay

varias técnicas bien conocidas que pueden ser utilizadas formando beams de las señales recibidas. Las técnicas conocidas están dadas por: time-delay beamforming (el cual es usado comúnmente), FFT beamforming o phase-shift beamforming [6], etc.

2.4 Velocidad del sonido en el mar

La velocidad del sonido en el agua (c) es una variable oceanográfica que determina muchas de las peculiaridades de la transmisión del sonido en el medio, esta varía principalmente con la temperatura (T), presión (profundidad - P) y salinidad (S), ninguna otra variable física afecta al sonido en el agua, con excepción de agentes contaminantes, tales como: burbujas de aire y organismos biológicos. Motivado a la dependencia del sonido en estas funciones, algunos autores han podido definir matemáticamente, la estrecha relación del sonido con las otras tres variables. Mackenzie (1975) estandarizó la relación matemática de las funciones de la siguiente manera:

$$c = 1449,2 + 4,6 T + 5,5 \times 10^{-2} T^2 + 2,9 \times 10^{-4} T^3 + (1,34 - 10^{-2} T) (S - 35) + 1,6 \times 10^{-2} D$$

donde:

D es profundidad, en metros

S es la salinidad, en partes por mil ($^{\circ}/_{00}$)

T es temperatura, en grados Celsius $^{\circ}C$

2.5 Análisis de sonares pasivos con arreglos cilíndricos de hidrófonos

Los sonares pasivos con arreglo de hidrófonos sobre estructuras cilíndricas, son uno de los sistemas más utilizados por las fuerzas navales, tanto por buques de superficie, como submarinos, estos están instalados en la parte frontal como se observa en la *Fig.2.2*.

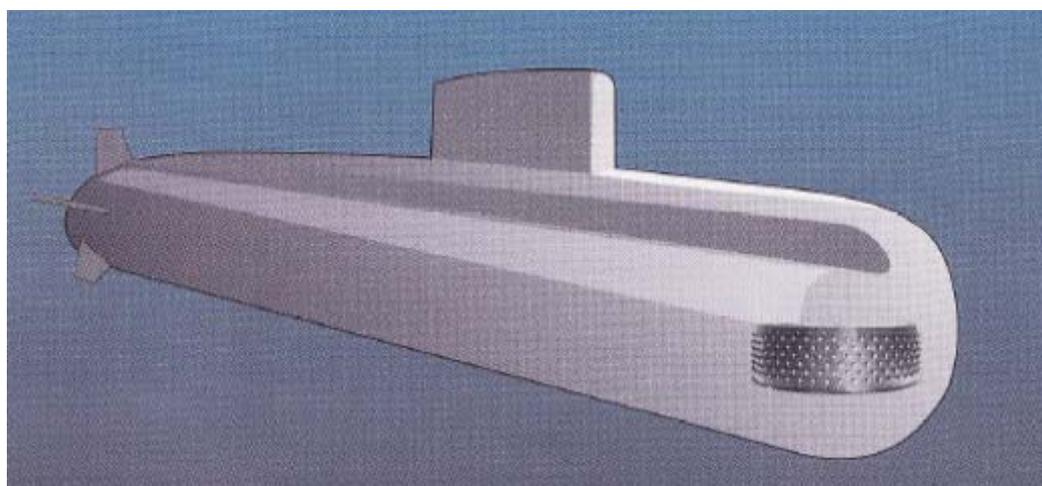


Fig. 2.2. Arreglo cilíndrico de hidrófonos para el sonar pasivo, instalado en la proa del submarino

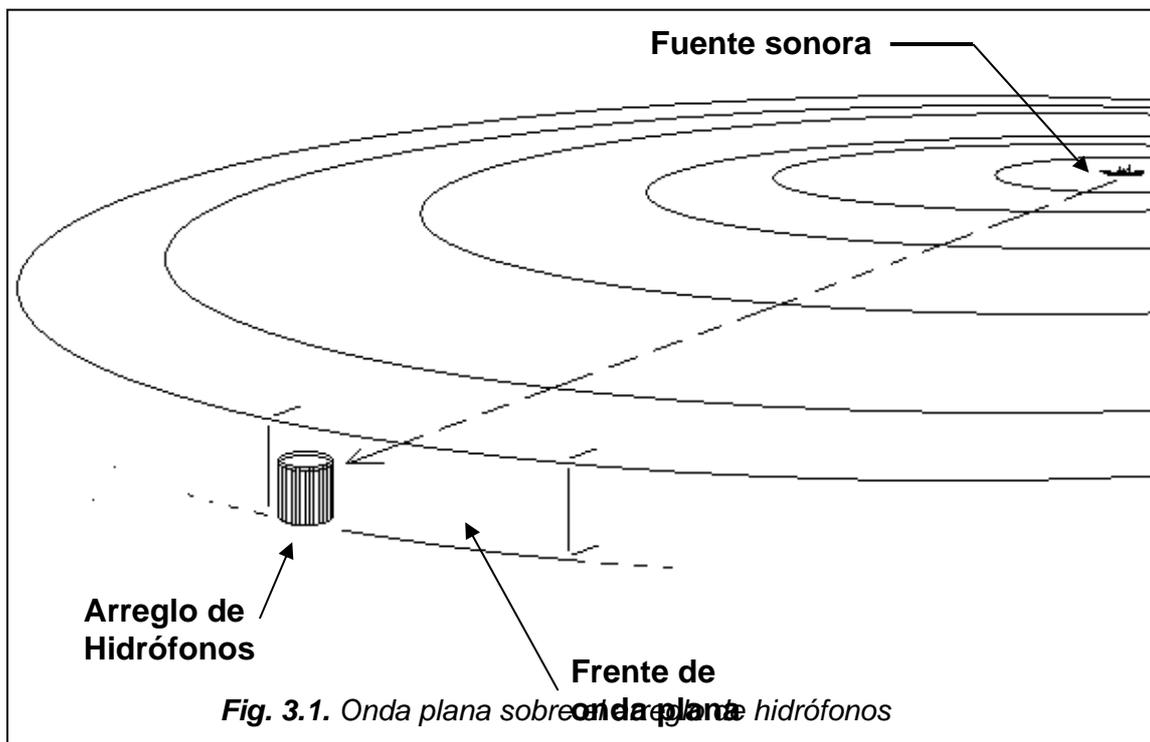
Este tipo de sonares da información de marcación o también conocido como la dirección de arribo de las señales (DOA) [5], análisis directivo de audio de las señales (señales de audio con beamforming), traqueo, entre otros parámetros, así como una representación gráfica omnidireccional del patrón acústico en todo el espacio (alrededor de los 360 grados), este patrón se muestra de modo normalizado e invertido de forma concéntrica como se observa en la *Fig. 2.3*, donde los picos sobresalientes dan información de la dirección de arribo [1] de posibles embarcaciones a una distancia desconocida (este tipo de sonares no dan información de distancia).

CAPITULO III

FUNDAMENTO TEÓRICO DEL SONAR PASIVO

3.1 Introducción

Se desarrolla el modelo matemático de la propagación de una onda plana incidente sobre un arreglo de hidrófonos, este modelo parte desde la concepción de fuentes sonora distantes (con respecto al punto de observación) en el mar abierto sin obstáculos [5] como se muestra en la siguiente **Fig. 3.1**:



Mientras más lejos este el punto de observación de la fuente sonora, el frente de onda tenderá a ser cada vez más plano.

Si se garantiza la lejanía de contactos (fuentes sonoras), se puede obtener el modelo matemático de frentes de onda planos.

3.2 Frente de Onda Plano Sobre un Arreglo Plano de Hidrófonos

Una vez obtenida el frente de onda plano, podemos analizar su comportamiento sobre un arreglo plano de hidrófonos [6].

Sea la señal $x(t)$ variable en el tiempo pero igual en todo el plano del frente de onda, se tiene entonces en el arreglo de hidrófonos como se muestra en la **Fig. 3.2**:

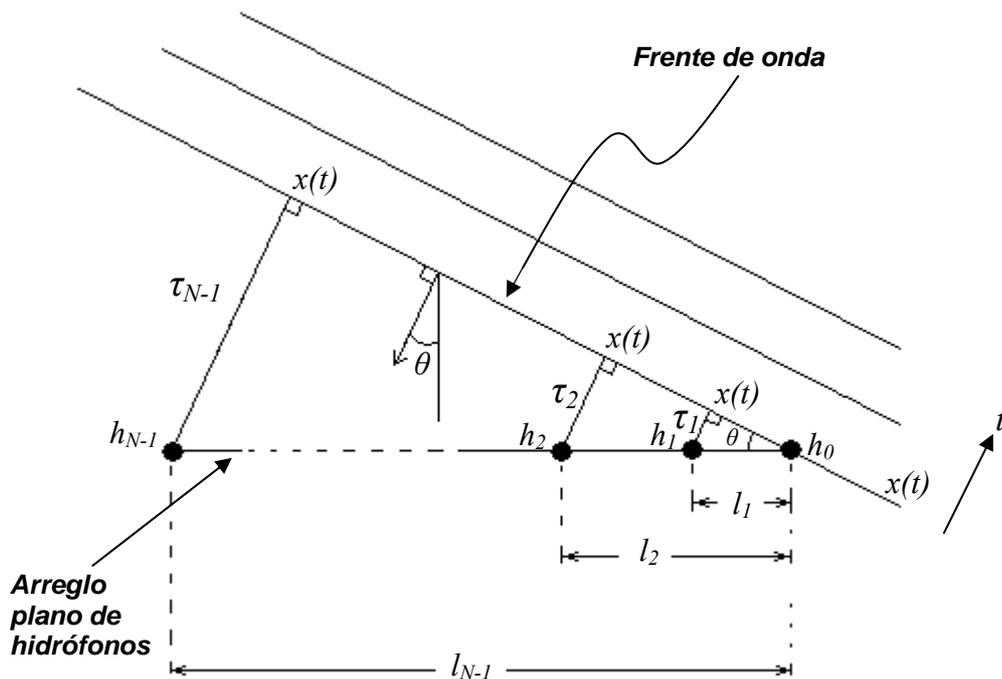


Fig. 3.2. Frente de onda plano sobre un arreglo plano de hidrófonos

h_m = hidrófonos, donde $m = 0 \dots N-1$.

θ = Angulo de arribo en función de la dirección de propagación.

l_i = Separación de los hidrófonos con respecto a h_0 , $i=0... N-1$.

Si se suman todas las señales de los hidrófonos, obtenemos:

$$y(t) = a_0x(t) + a_1x(t + \tau_1) + a_2x(t + \tau_2) + \dots a_{N-1}x(t + \tau_{N-1}) \quad (3.1)$$

Donde a_m es la sensibilidad de cada hidrófono. Si se manipula la sensibilidad de cada hidrófono, cambiamos a_m por b_m :

$$y(t) = b_1x(t) + b_2x(t + \tau_1) + b_3x(t + \tau_2) + \dots b_Nx(t + \tau_{N-1}) \quad (3.2)$$

Sacamos la transformada de Fourier [15] de $y(t)$:

$$Y(w) = b_0X(w) + b_1X(w)e^{jw\tau_1} + b_2X(w)e^{jw\tau_2} + \dots b_{N-1}X(w)e^{jw\tau_{N-1}} \quad (3.3)$$

$$\frac{Y(w)}{X(w)} = b_0 + b_1.e^{jw\tau_1} + b_2.e^{jw\tau_2} + \dots b_{N-1}.e^{jw\tau_{N-1}} \quad (3.4)$$

3.2.1 Cálculo de la Variable de Desplazamiento en el Tiempo (τ)

De la **Fig. 3.2** podemos definir la variable de desplazamiento en el tiempo como [1]:

$$\tau_i = \frac{l_i \times \text{seno } \theta}{v_{sr}}, \quad \text{para } i = 0... N-1 \quad (3.5)$$

v_{sr} = Velocidad relativa del sonido en el mar.

Reemplazando la ecuación (3.5) en (3.4), se tiene:

$$\frac{Y(w, \theta)}{X(w, \theta)} = b_0 + b_1.e^{j\left(\frac{wl_1\text{seno}\theta}{v_{sr}}\right)} + b_2.e^{j\left(\frac{wl_2\text{seno}\theta}{v_{sr}}\right)} + \dots b_{N-1}.e^{j\frac{wl_{N-1}\text{seno}\theta}{v_{sr}}} \quad (3.6)$$

Si hacemos:

$$B(w, \theta) = \frac{Y(w, \theta)}{X(w, \theta)} \quad (3.7)$$

Entonces B es definido como el patrón de haz del arreglo plano de hidrófonos, y depende de w que es la frecuencia angular de la señal armónica, y de θ que es el ángulo de arribo del frente de onda sobre el arreglo plano.

Si definimos $G(w, \theta)$ como el patrón de ganancia del arreglo de hidrófonos [7], tenemos entonces:

$$G(w, \theta) = B(w, \theta)B^*(w, \theta) = |B(w, \theta)|^2 \geq 0 \quad (3.8)$$

$$G(w, \theta) = \left| b_0 + b_1.e^{j\left(\frac{wl_1\text{seno}\theta}{v_{sr}}\right)} + b_2.e^{j\left(\frac{wl_2\text{seno}\theta}{v_{sr}}\right)} + \dots b_{N-1}.e^{j\left(\frac{wl_{N-1}\text{seno}\theta}{v_{sr}}\right)} \right|^2 \quad (3.9)$$

b_m son los coeficientes de enmascaramiento (shading) o también llamado función de apertura discreto [17].

3.2.2 Caso Particular de Separación Uniforme Entre Hidrófonos del Arreglo Plano

Para el caso particular en la que la separación entre hidrófonos es uniforme [6] (**Fig. 3.3**), se tiene que:

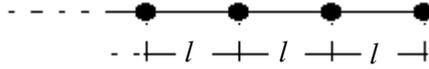


Fig. 3.3. Separación uniforme de hidrófonos

$$l_m = m \times l, \text{ para } m = 0 \dots N-1$$

Reemplazando en la ecuación (3.9), se tiene:

$$G(w, \theta) = \left| \sum_{m=0}^{N-1} b_m \cdot e^{j \left(\frac{w \times m \times l \times \text{seno} \theta}{v_{sr}} \right)} \right|^2 \geq 0 \quad (3.10)$$

Si hacemos $b_m = b$ para $m = 0, \dots, N-1$ en la ecuación (3.10), se tiene:

$$G(w, \theta) = \left| b \cdot \sum_{m=0}^{N-1} e^{j \left(\frac{w \times m \times l \times \text{seno} \theta}{v_{sr}} \right)} \right|^2$$

Resolviendo la serie tendremos:

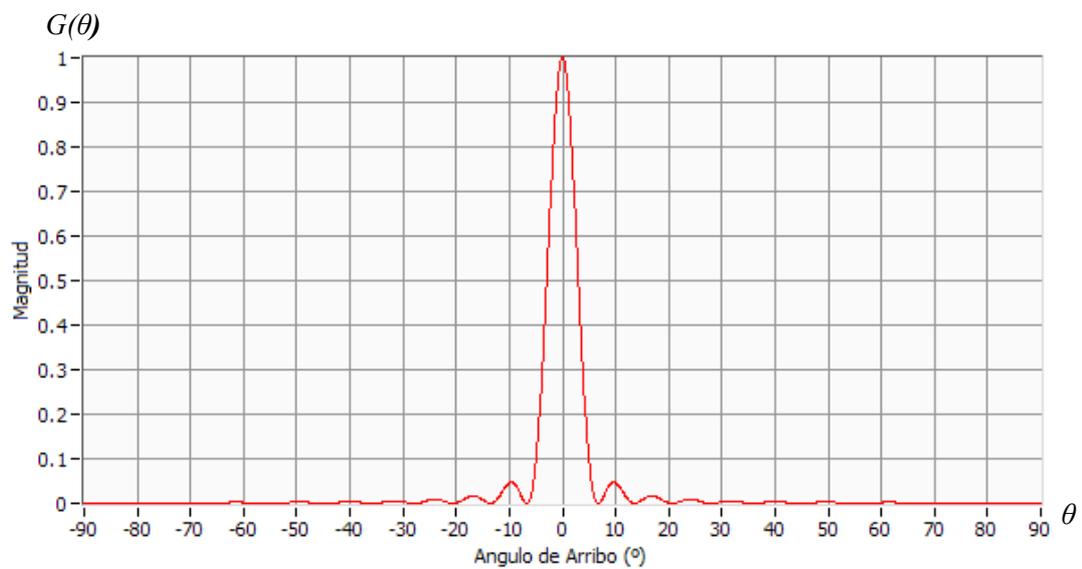
$$G(w, \theta) = \left| b \cdot \sum_{m=0}^{N-1} e^{j \left(\frac{w \times m \times l \times \text{seno} \theta}{v_{sr}} \right)} \right|^2 = \left| b \left[\frac{1 - e^{j \left(\frac{w l \text{seno} \theta}{v_{sr}} \right) N}}{1 - e^{j \left(\frac{w l \text{seno} \theta}{v_{sr}} \right)}} \right] \right|^2$$

$$G(w, \theta) = \left| b \frac{\left(\frac{\text{seno} \left(\frac{N w l \text{seno}(\theta)}{2 v_{sr}} \right)}{\text{seno} \left(\frac{w l \text{seno}(\theta)}{2 v_{sr}} \right)} \right) e^{j \left(\frac{w l \text{seno} \theta}{2 v_{sr}} \right) (N-1)}}{\left(\frac{\text{seno} \left(\frac{w l \text{seno}(\theta)}{2 v_{sr}} \right)}{\text{seno} \left(\frac{w l \text{seno}(\theta)}{2 v_{sr}} \right)} \right)} \right|^2$$

$$G(w, \theta) = b^2 \left(\frac{\text{seno}\left(\frac{Nwl\text{seno}(\theta)}{2v_{sr}}\right)}{\text{seno}\left(\frac{wl\text{seno}(\theta)}{2v_{sr}}\right)} \right)^2 \quad (3.11)$$

Se muestra a continuación en la **Fig. 3.4** y **Fig. 3.5** algunos ejemplos para $b = 1/N$, $l = 20\text{cm}$, $v = 1500\text{m/s}$, $N = 32$ hidrófonos, para dos señales monocromáticas ($f_1 = 2\text{KHz}$ y $f_2 = 5\text{KHz}$).

a)



b)

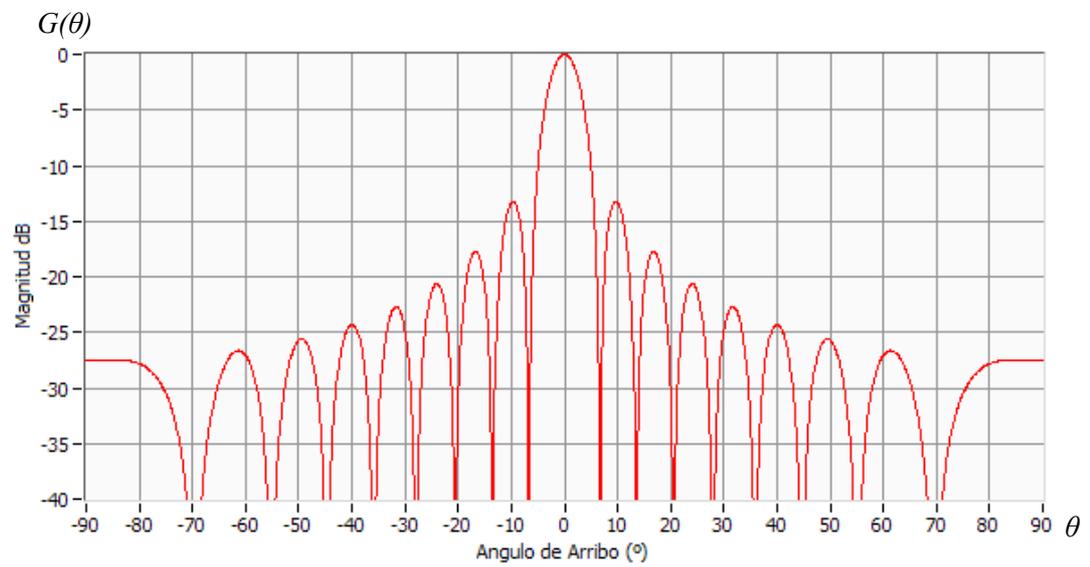
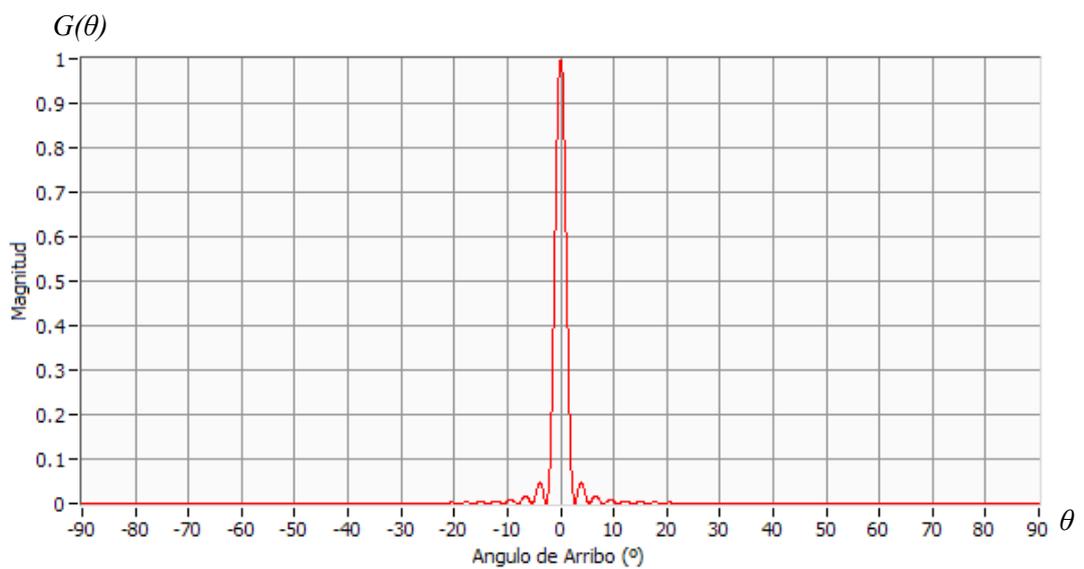


Fig. 3.4. Función de ganancia de un arreglo plano de 32 hidrófonos para una señal de frecuencia f_1 , a) magnitud lineal, b) magnitud en dB.

a)



b)

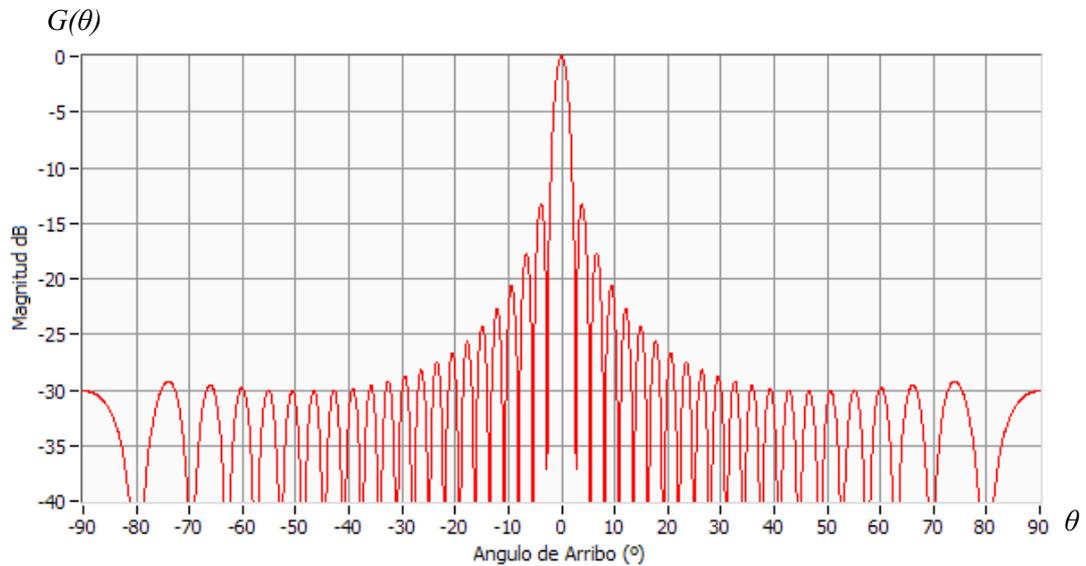
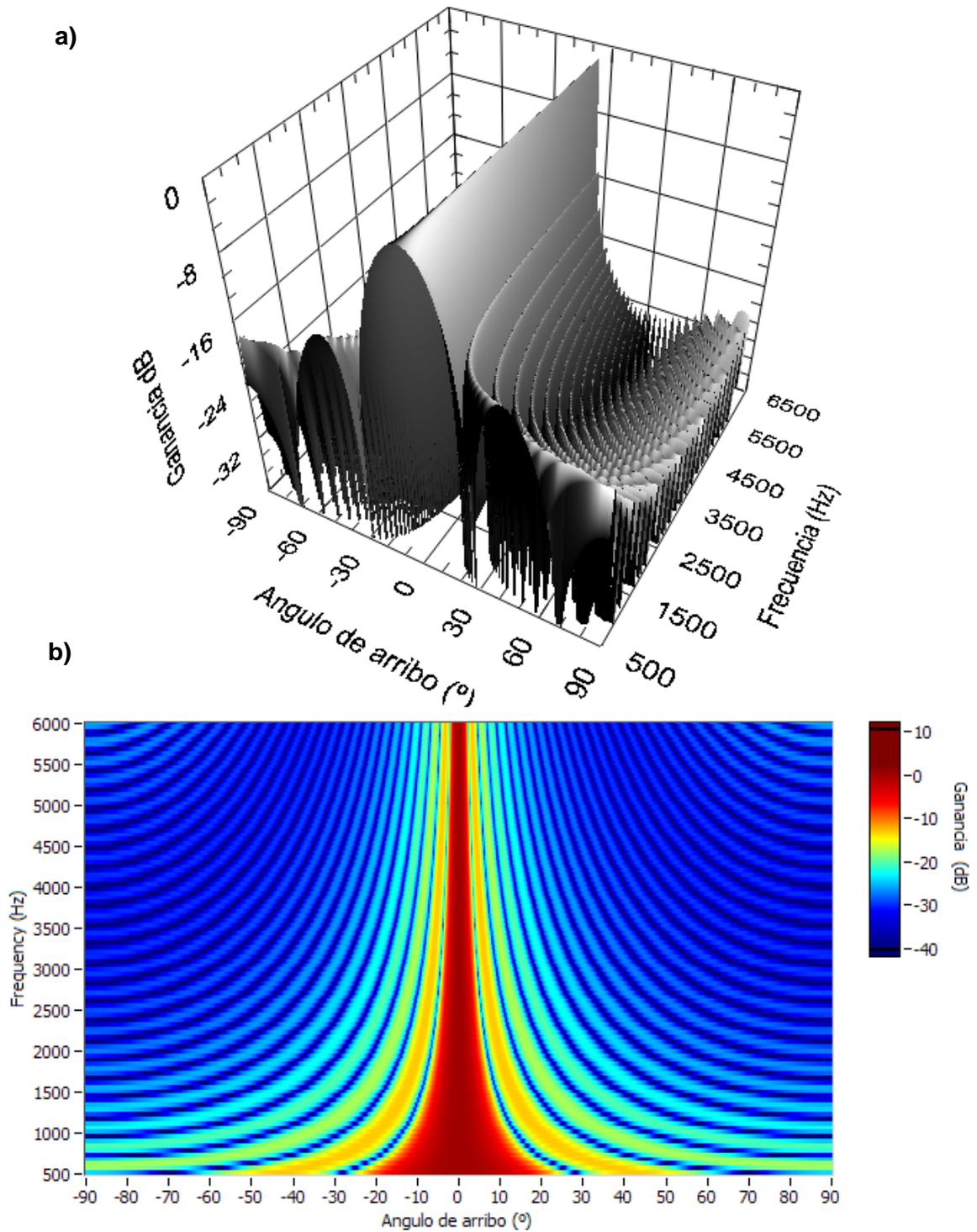


Figura 3.5. Función de ganancia de un arreglo plano de 32 hidrófonos, para una señal de frecuencia f_2 , a) magnitud lineal, b) magnitud en dB.

Como se puede apreciar en la **Fig. 3.4** y **Fig. 3.5** la ganancia máxima se da en $\theta = 0^\circ$, independientemente de la frecuencia, este resultado es importante ya que se puede utilizar en conjunto con otros arreglos de hidrófonos para determinar la dirección de arribo de las señales, con los arreglos apuntando en diferentes direcciones.

Si graficamos la ganancia del arreglo de hidrófonos en función de la frecuencia y la dirección de arribo obtenemos la gráfica de la **Fig. 3.6**, para $b = 1/N$, $l = 20\text{cm}$, $v = 1500\text{m/s}$ y $N = 32$ hidrófonos.



De la **Fig. 3.6** podemos observar que a medida que aumenta la frecuencia, el ancho del lóbulo principal disminuye y a medida que la frecuencia disminuye el ancho del lóbulo principal aumenta.

3.3 Distribución de la Potencia Espacial de una Señal Sobre el Arreglo Plano de Hidrófonos

La potencia de una señal depende de su distribución en frecuencia y de la dirección de arribo [6]. Si tomamos la ecuación (3.7) tendremos que:

$$|B(w, \theta)|^2 = \frac{|Y(w)|^2}{|X(w)|^2}$$

$$|Y(w)|^2 = |B(w, \theta)|^2 |X(w)|^2$$

$$S_{yy} = |B(w, \theta)|^2 S_{xx} \quad (3.12)$$

Donde S_{yy} y S_{xx} se denomina la densidad espectral de energía [8] de la señal $y(t)$ y $x(t)$, la energía total de la señal $y(t)$ sobre una banda de frecuencias $F_1 \leq F \leq F_1 + \Delta F$ es:

$$E_y(\theta) = \int_{F_1}^{F_1 + \Delta F} S_{yy} dF = \int_{F_1}^{F_1 + \Delta F} |B(F, \theta)|^2 S_{xx} dF = \int_{F_1}^{F_1 + \Delta F} G(F, \theta) S_{xx} dF \quad (3.13)$$

Como ejemplo tenemos una señal monocromática $x(t)=A\text{sen}(w_0t+\varphi)$, cuya varianza es $\sigma_x^2=A^2/2$, con una frecuencia $w_0=2\pi f_0$, entonces su respuesta en potencia espacial sobre un arreglo plano será:

$$P_y(\theta) = G(f_0, \theta)\sigma_x^2 \quad (3.14)$$

Lo que se obtiene es una función de potencia espacial dependiendo del ángulo de arribo y la frecuencia de la señal, cuyo valor máximo se da cuando el frente de onda plano incide perpendicularmente al arreglo plano de hidrófonos [6] como se tiene en la **Fig.3.7**.

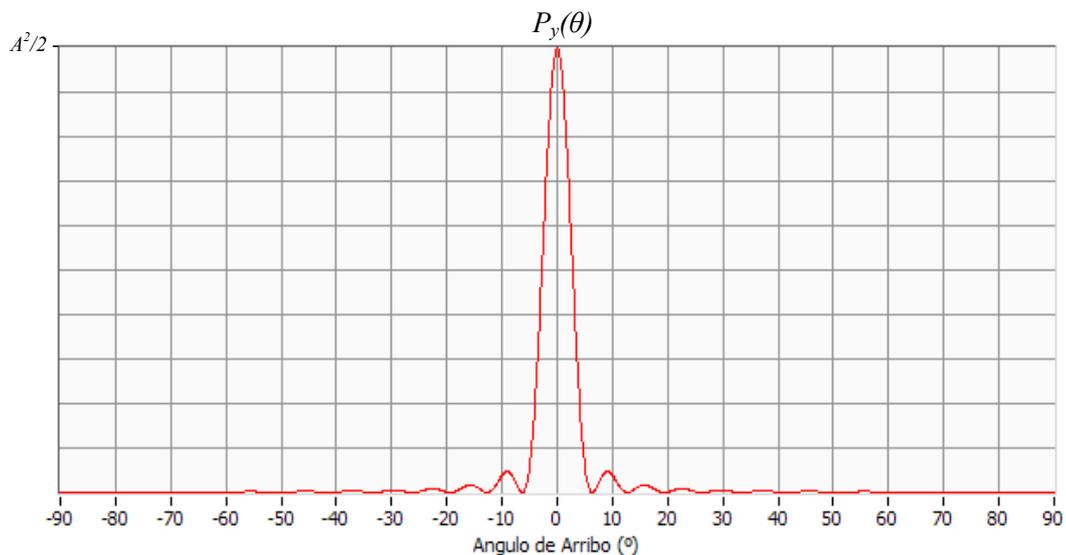


Fig. 3.7. Función de potencia espacial de la señal $x(t)=A\text{sen}(w_0t+\varphi)$, cuyo valor máximo se da para $\theta=0^\circ$.

Para señales estocásticas [18] como el ruido de cavitación de un buque [10] se utiliza la ecuación (3.13) [6], el cual nos da la suma de todos los espectros en función del ángulo de arribo, como se observa en la **Fig. 3.8**.

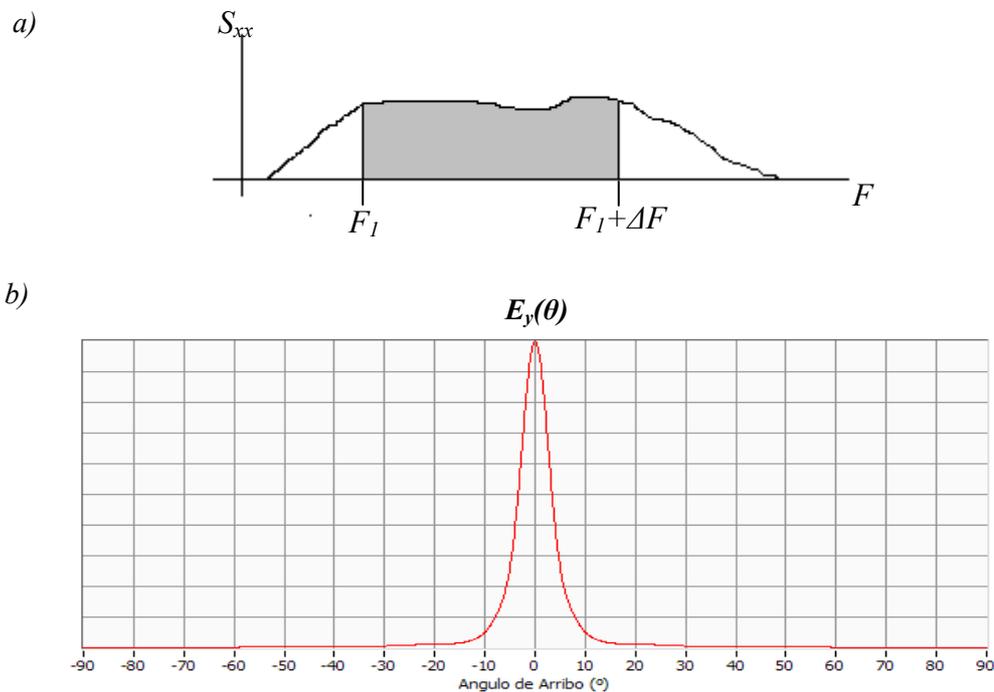


Fig. 3.8. a) Densidad espectral de energía de la señal $x(t)$, b) Función de energía en función del ángulo de arribo en el rango de frecuencias F_1 y $F_1 + \Delta F$.

3.4 Arreglo Cilíndrico de Hidrófonos

Si hacemos girar el arreglo plano de hidrófonos, podremos observar diferentes fuentes de sonido alrededor de los 360 grados del espacio, como se observa en la **Fig. 3.9**, el diseño de este sistema involucra un sistema mecánico de giro y control para hacer girar el arreglo plano.

Otra manera de obtener muestras alrededor de los 360 grados, es utilizando un array cilíndrico con staves (hidrófonos) distribuidos de forma circular (**Fig. 3.10**). De este array podemos derivar en grupos de hidrófonos para formar arreglos planos virtuales, compensando la fase de las señales que inciden sobre los staves [9], **Fig. 3.11**.

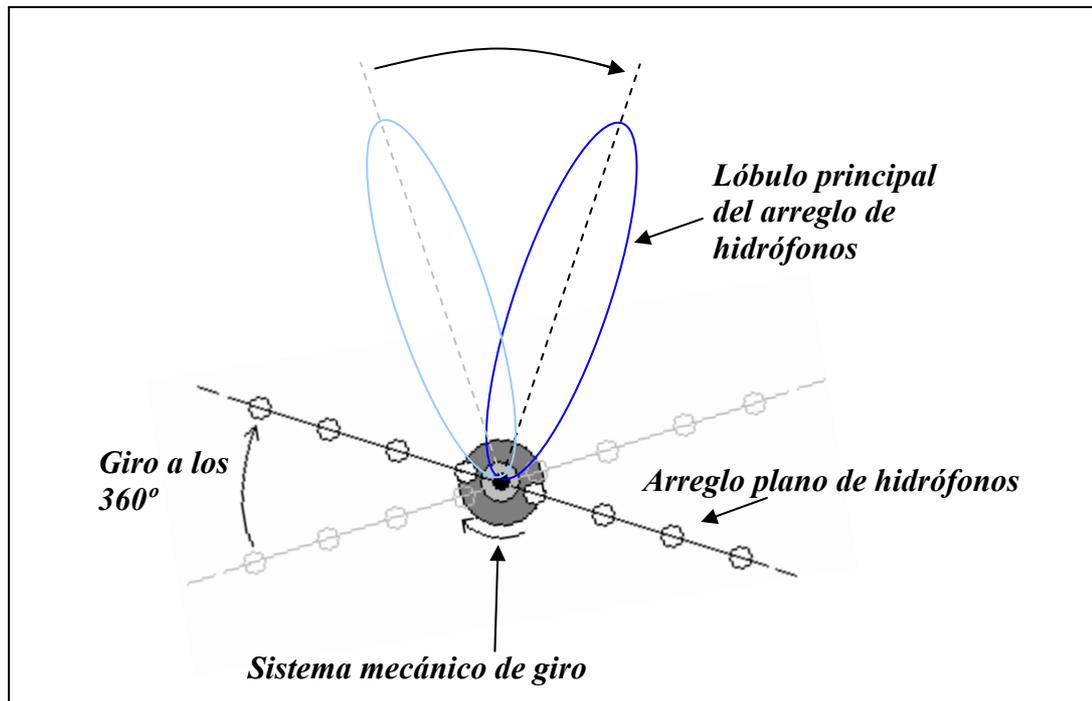


Fig. 3.9. Sistema mecánico de giro del arreglo de hidrófonos.

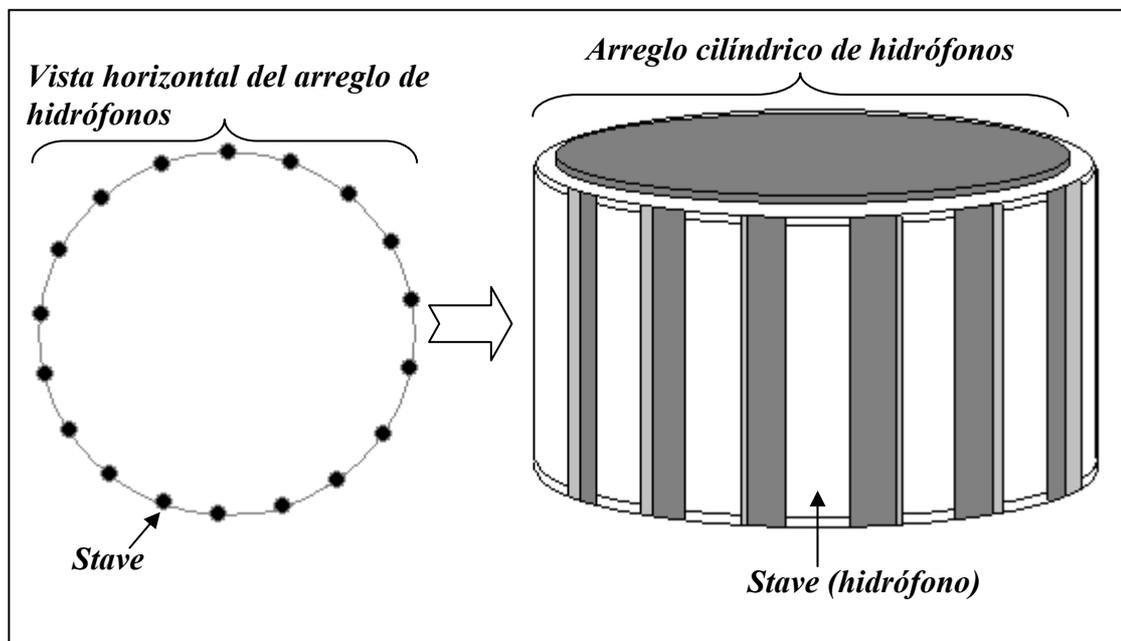


Fig. 3.10. Arreglo cilíndrico de hidrófonos.

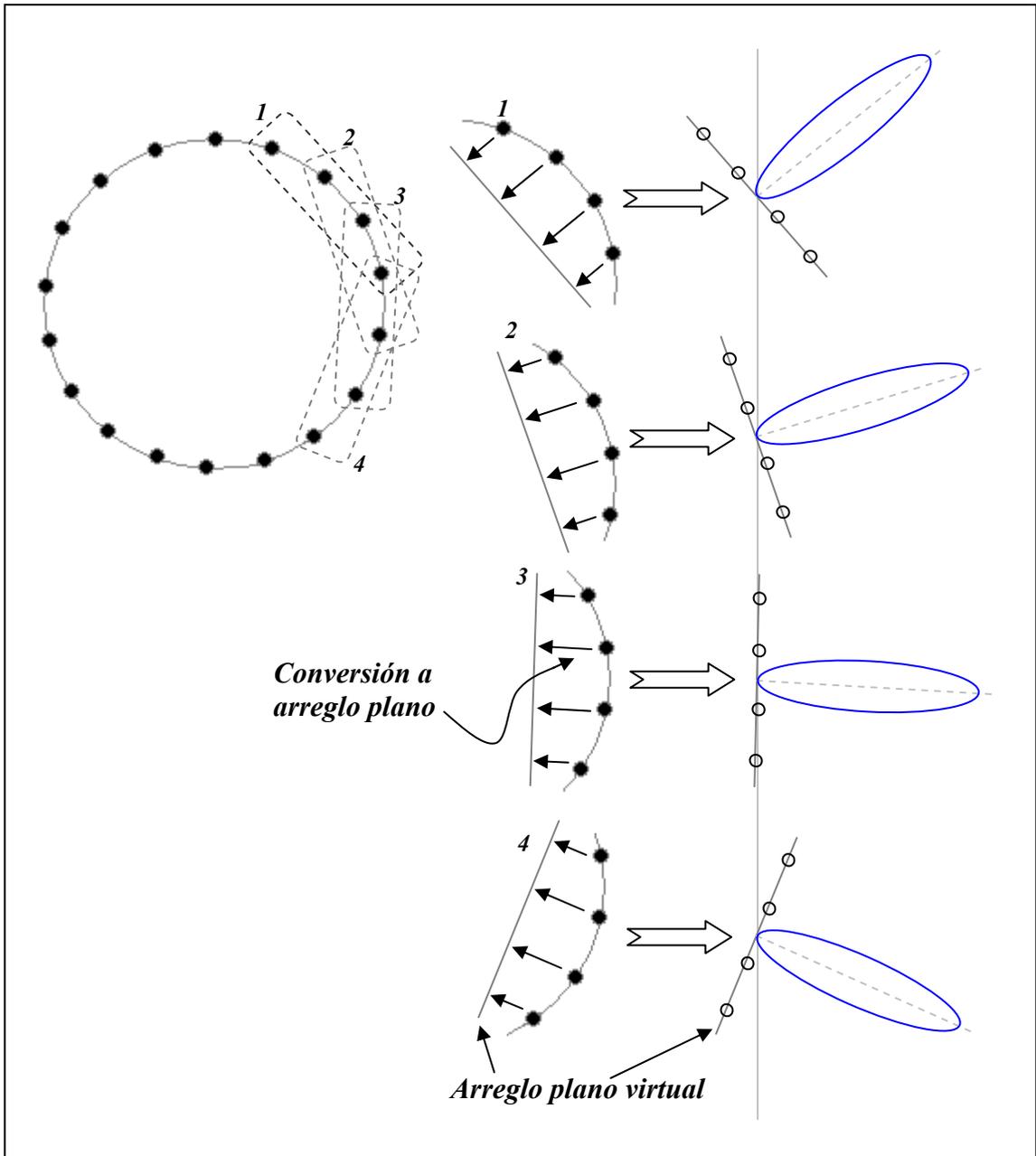


Fig. 3.11. Barrido virtual del patrón acústico utilizando un arreglo cilíndrico de hidrófonos.

Si incide una onda plana sobre el arreglo cilíndrico, esta señal será filtrada espacialmente por todos los grupos de hidrófonos, que estén expuestos a esta.

Cada grupo de hidrófonos o staves filtra la señal incidente en función del ángulo de arribo sobre cada arreglo plano virtual.

Los resultados de filtrar la señal con los diferentes grupos de hidrófonos, están relacionados directamente con el ángulo de arribo, **Fig. 3.12**.

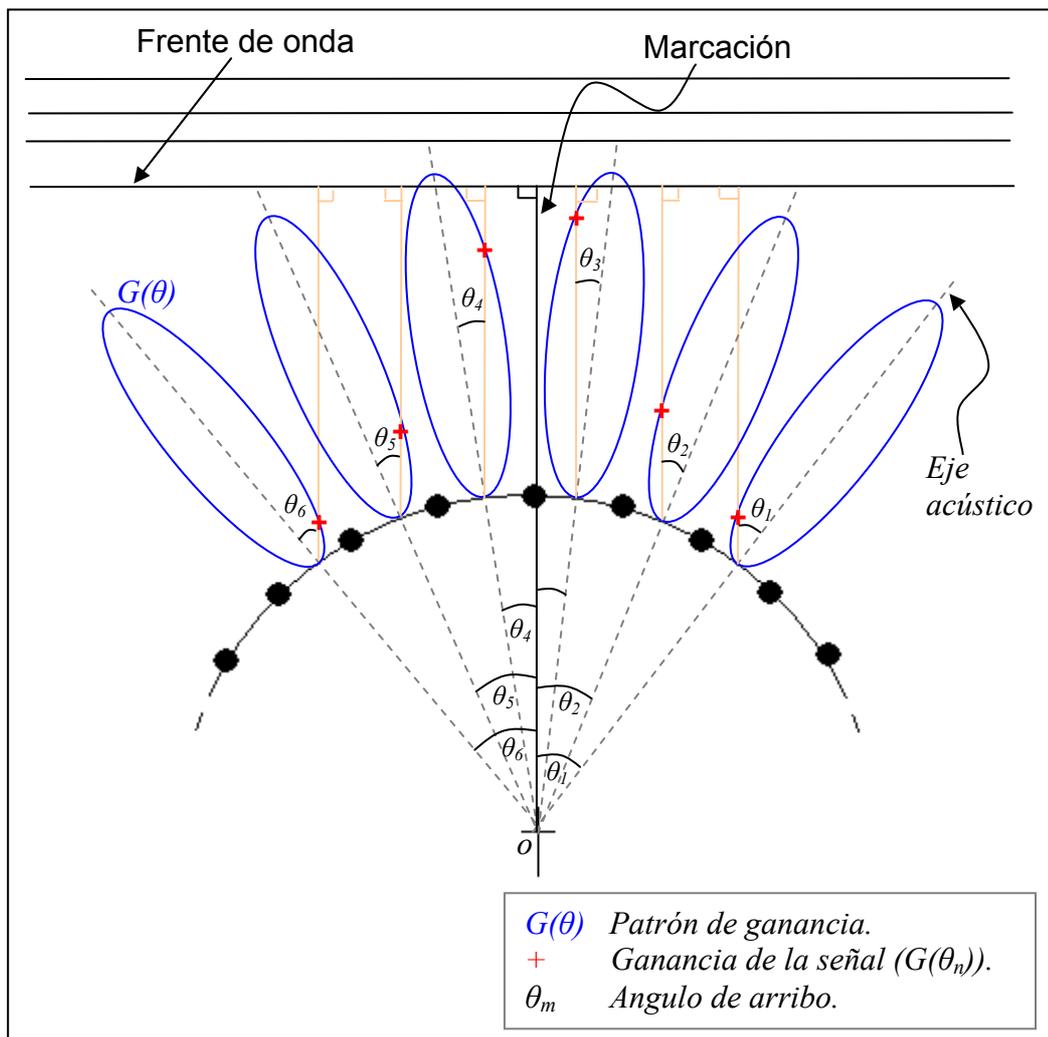


Fig. 3.12. Relación entre lóbulos del arreglo cilíndrico para un frente de onda plano.

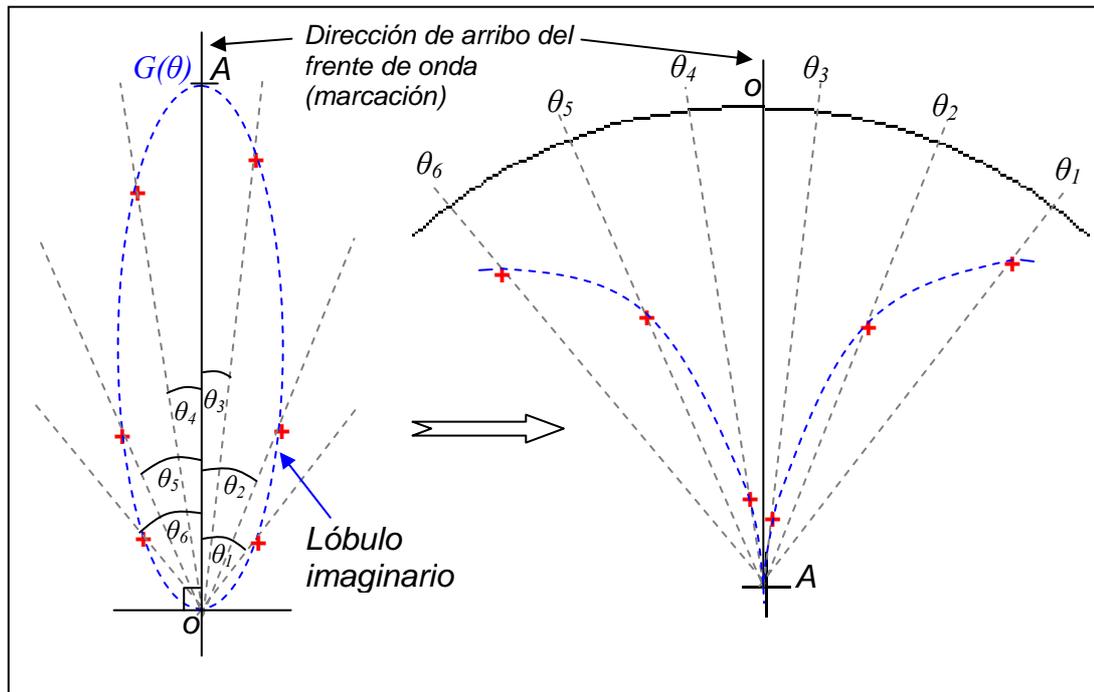


Fig. 3.13. Muestreo espacial del patrón acústico.

Como se observa en la **Fig. 3.13**, una vez hecho el muestreo espacial con los patrones de los grupos de hidrófonos, podemos reconstruir un lóbulo imaginario cuyo pico indica la marcación o dirección de arribo del frente de onda [6].

3.5 Muestreo Espacial de Potencia del Arreglo Cilíndrico de Hidrófonos

De la **Fig. 3.11** referente al plano horizontal podemos observar que patrón de todo el arreglo cilíndrico de hidrófonos esta formado por patrones individuales y estos a su vez están formados por arreglos planos individuales apuntando en una dirección de arribo θ_n (**Fig. 3.12**) a los cuales se los denomina como pre-

formadores de haz [6], si los pre-formadores de haz tienen el mismo patrón y los haces se apuntan de manera uniforme alrededor de los 360 grados se tiene:

$$\theta_n = n \times \Delta\theta, \text{ para } n = 0 \dots L-1 \quad (3.15)$$

$$\Delta\theta = \frac{360}{L} \quad (3.16)$$

Donde L es el número de muestras espaciales [6]-[17], $\Delta\theta$ es el ángulo de muestreo [11], entonces los patrones de ganancia están relacionados de la siguiente manera [11]:

$$G_n(w, \theta) = b^2 \left(\frac{\text{seno} \left(\frac{Nw \text{seno}(\theta - \theta_n)}{2v_{sr}} \right)}{\text{seno} \left(\frac{w \text{seno}(\theta - \theta_n)}{2v_{sr}} \right)} \right)^2 \quad (3.17)$$

Con ángulo de arribo y patrones relacionados respecto a θ_0 y en sentido horario como se aprecia en la **Fig. 3.14**.

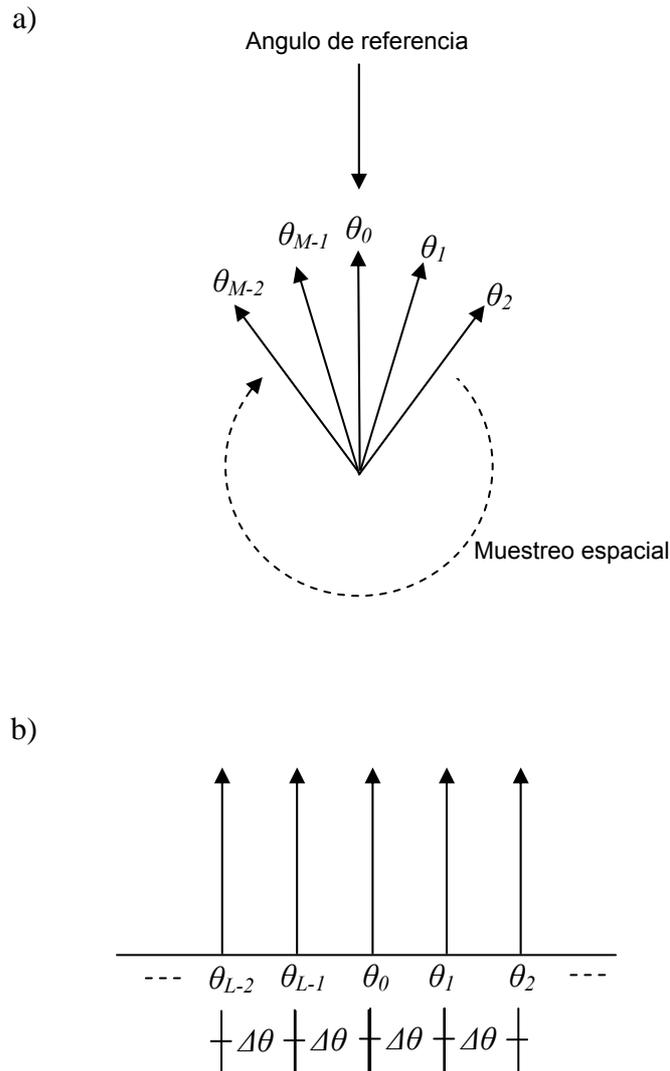


Fig. 3.14. a) Muestreo espacial representación polar, b) Muestreo espacial representación cartesiana.

Si se calcula la distribución de energía o potencia de la señal sobre el arreglo cilíndrico de hidrófonos con cada pre-formador de haz y los relacionamos con el ángulo de muestreo espacial, podemos obtener el muestreo espacial de energía o potencia del haz acústico sobre el arreglo cilíndrico de hidrófonos de modo omnidireccional.

Como ejemplo tenemos una señal monocromática con frente de onda plano con un ángulo de arribo $\theta = \Delta\theta / 2$ y una varianza σ^2 como se muestra en la **Fig. 3.15**, esta señal incide sobre un arreglo cilíndrico de hidrófilos con un ángulo de muestreo $\Delta\theta$, el muestreo de la potencia de la señal estará entonces discretizada por cada pre-formador de haz.

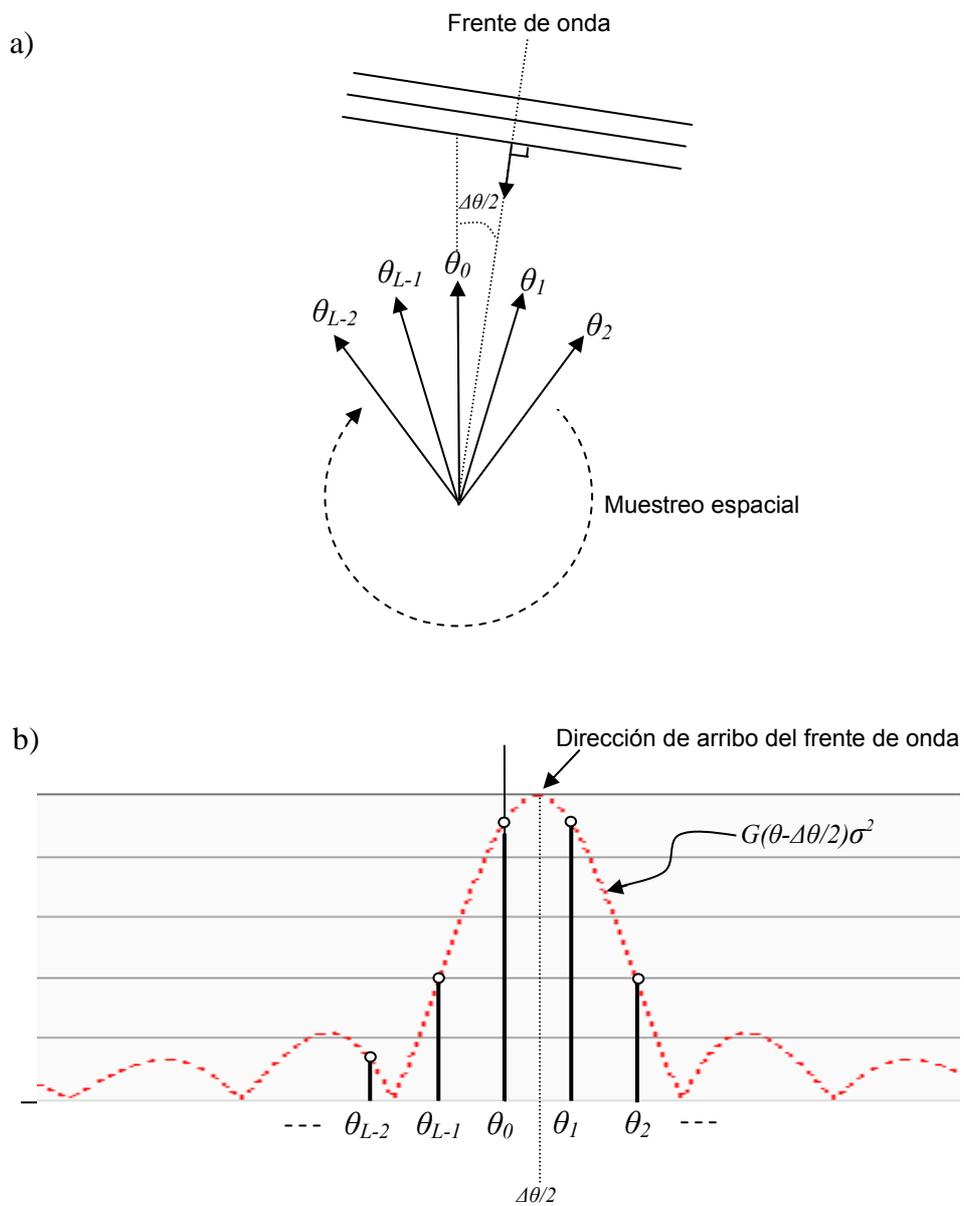


Fig. 3.15. a) Muestreo espacial representación polar, b) Muestreo espacial de una onda plana con un ángulo de arribo $\theta = \Delta\theta / 2$.

Como se puede apreciar en la **Fig. 3.15**, podemos determinar el ángulo de arribo de la señal incidente ubicando el valor máximo de las muestras espaciales (potencia máxima) y su precisión depende del número de muestras espaciales que se utilicen.

Entonces podemos formar un vector de datos con cada muestra espacial de la señal de potencia del haz acústico como:

$$B_p = [G_0(\theta)\sigma_x^2, G_1(\theta)\sigma_x^2, \dots, G_{L-1}(\theta)\sigma_x^2] \quad (3.18)$$

Donde:

σ_x^2 es la varianza de la señal monocromática $x(t)$.

B_p es el vector de muestras de potencia espacial de la señal $x(t)$.

θ es el ángulo de arribo de la señal $x(t)$.

G_n es la ganancia de cada pre-formador de haz del arreglo cilíndrico de hidrófonos.

Para el caso de una señal con densidad espectral de energía utilizamos la ecuación (3.17) con la ecuación (3.13), entonces tendremos que:

$$E_{y_n}(\theta) = \int_{F_1}^{F_1+\Delta F} G_n(F, \theta) S_{xx} dF \quad (3.19)$$

Podemos entonces formar un vector de datos con cada muestra espacial de la señal de energía del haz acústico como:

$$B_e = [E_{y_0}(\theta), E_{y_1}(\theta), \dots, E_{y_{L-1}}(\theta)] \quad (3.20)$$

También podemos representar las muestras espaciales en su valor de raíz cuadrática o raíz cuadrada de la potencia promedio (RMS). Entonces de la ecuación (3.18) y (3.20) tendremos que:

$$B_{prms} = [\sqrt{|G_0(\theta)\sigma^2_x|}, \sqrt{|G_1(\theta)\sigma^2_x|}, \dots, \sqrt{|G_{L-1}(\theta)\sigma^2_x|}] \quad (3.21)$$

$$B_{erms} = [\sqrt{|E_{y_0}(\theta)|}, \sqrt{|E_{y_1}(\theta)|}, \dots, \sqrt{|E_{y_{L-1}}(\theta)|}] \quad (3.22)$$

Para la ecuación (3.22) se considera el cálculo de la energía de la señal incidente dentro de un tiempo finito.

CAPITULO IV

FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y APLICACIÓN DE LOS FILTROS FIR

Los filtros digitales FIR (finite-duration impulse response) tienen una respuesta impulsional que es cero fuera de un determinado intervalo finito [8].

En general, un sistema FIR se describe mediante la función de transferencia [12]

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k z^{-k} \quad (4.1)$$

z = transformada z

b_k = coeficientes del filtro

M = Número de coeficientes del filtro

Donde la respuesta impulsional del sistema FIR es idéntica a los coeficientes $\{b_k\}$, es decir,

$$h(n) = \begin{cases} b_n & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.2)$$

Existen varios métodos para implementar un sistema FIR tales como: la forma directa, forma de cascada, muestreo en frecuencia y celosía.

Un ejemplo de implementación directa del filtro FIR como se observa en la **Fig. 4.1**:

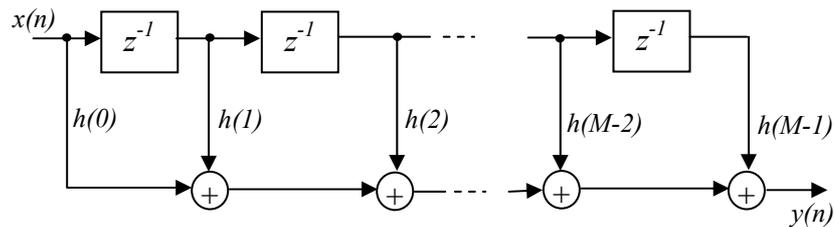


Fig. 4.1. Realización en forma directa del filtro FIR.

La realización en forma directa del filtro FIR se denomina a menudo filtro transversal o filtro en línea de retardos [8] y tiene una complejidad de M multiplicaciones y $M-1$ sumas para cada punto de salida.

También es importante determinar según la aplicación si el filtro tiene una respuesta en fase lineal [8], entonces un filtro FIR tiene fase lineal si su respuesta impulsional satisface la condición de simetría y antisimetría

$$h(n) = \pm h(M - 1 - n), \text{ para } n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4.3)$$

Para estos sistemas podemos reducir el número de multiplicaciones de M a $M/2$ para M par y a $(M-1)/2$ para M impar como se muestra en la **Fig. 4.2**.

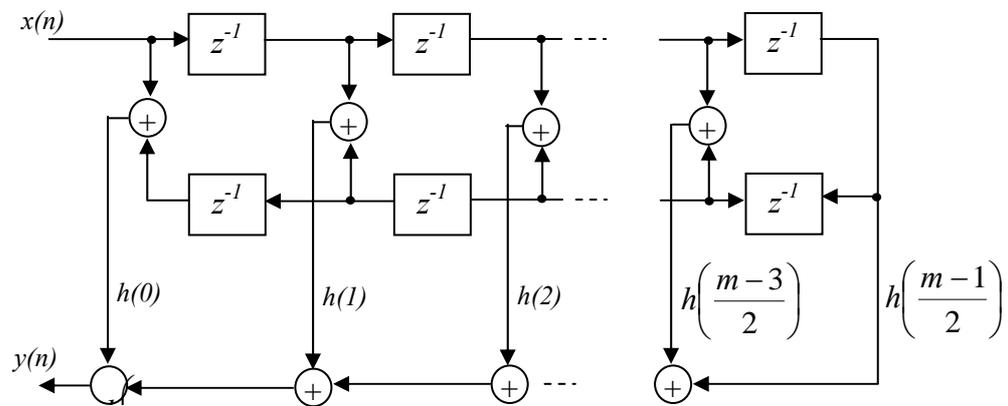


Fig. 4.2. Realización en forma directa de un filtro FIR de fase lineal con M impar.

4.1 Diseño de los Filtros Digitales FIR

Para diseñar un filtro FIR tenemos que tener en cuenta que se trata de sistemas casuales [8], por lo tanto no son ideales, la casualidad implica que la respuesta en frecuencia del filtro digital FIR no puede ser cero excepto en un conjunto finito de puntos en el rango de frecuencias, también implica que no pueden tener un corte infinitamente abrupto desde la banda de paso a la banda de rechazo.

4.1.1 Diseño de Filtros FIR de Fase Lineal Usando Ventanas

Si se tiene la respuesta en frecuencia deseada $H_d(w)$ y determinamos la correspondiente respuesta impulsional $h_d(n)$, donde $h_d(n)$ se relaciona con $H_d(w)$ mediante la transformada de Fourier

$$H_d(w) = \sum_{n=0}^{\infty} h_d(n) e^{-jwnT} \quad (4.4)$$

donde

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Hd(w)e^{jwnT} dw \quad (4.5)$$

$w = \text{frecuencia angular}$

$T = \text{periodo de muestreo}$

La respuesta impulsional $h_d(n)$ es infinita en duración y debe ser truncada, si truncamos la función $h_d(n)$ en $n = M-1$ se producirá un filtro FIR de longitud M .

El truncamiento de $h_d(n)$ produce el fenómeno de Gibbs [8] en su respuesta en frecuencia y convierte a la señal impulsional en una señal casual.

Truncar $h_d(n)$ también es equivalente a multiplicar $h_d(n)$ por una “ventana rectangular”, definida como

$$v(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1, \dots, M-1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.6)$$

La respuesta impulsional del filtro FIR se convierte en

$$h(n) = h_d(n)v(n) = \begin{cases} h_d(n), & n = 0, 1, \dots, M-1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.7)$$

La multiplicación de la función de la ventana $v(n)$ con $h_d(n)$ es equivalente a una convolución de $H_d(w)$ con $V(w)$, donde $V(w)$ es la transformada de Fourier de la función ventana

$$V(w) = \sum_{n=0}^{M-1} v(n)e^{-jwnT} \quad (4.8)$$

Así, la convolución produce una respuesta en frecuencia del filtro FIR como

$$H(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(\mu)V(w-\mu)d\mu \quad (4.9)$$

La transformada de Fourier de la ventana rectangular es

$$\begin{aligned} V(w) &= \sum_{n=0}^{M-1} e^{-jwnT} \\ &= \frac{1-e^{-jwMT}}{1-e^{-jwT}} = e^{-jw\left(\frac{M-1}{2}\right)T} \frac{\text{sen}(wMT/2)}{\text{sen}(wT/2)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Donde su respuesta en magnitud esta dada por

$$V(w) = \frac{|\text{sen}(wMT/2)|}{|\text{sen}(wT/2)|} \quad (4.11)$$

Y una fase lineal en tramos

$$\phi(\omega) = \begin{cases} -\omega\left(\frac{M-1}{2}\right)T, & \text{cuando } \text{sen}(\omega MT/2) \geq 0 \\ -\omega\left(\frac{M-1}{2}\right)T + \pi, & \text{cuando } \text{sen}(\omega MT/2) < 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Un ejemplo de la respuesta en frecuencia de la ventana rectangular tenemos en la **Fig. 4.3** para $M = 13$.

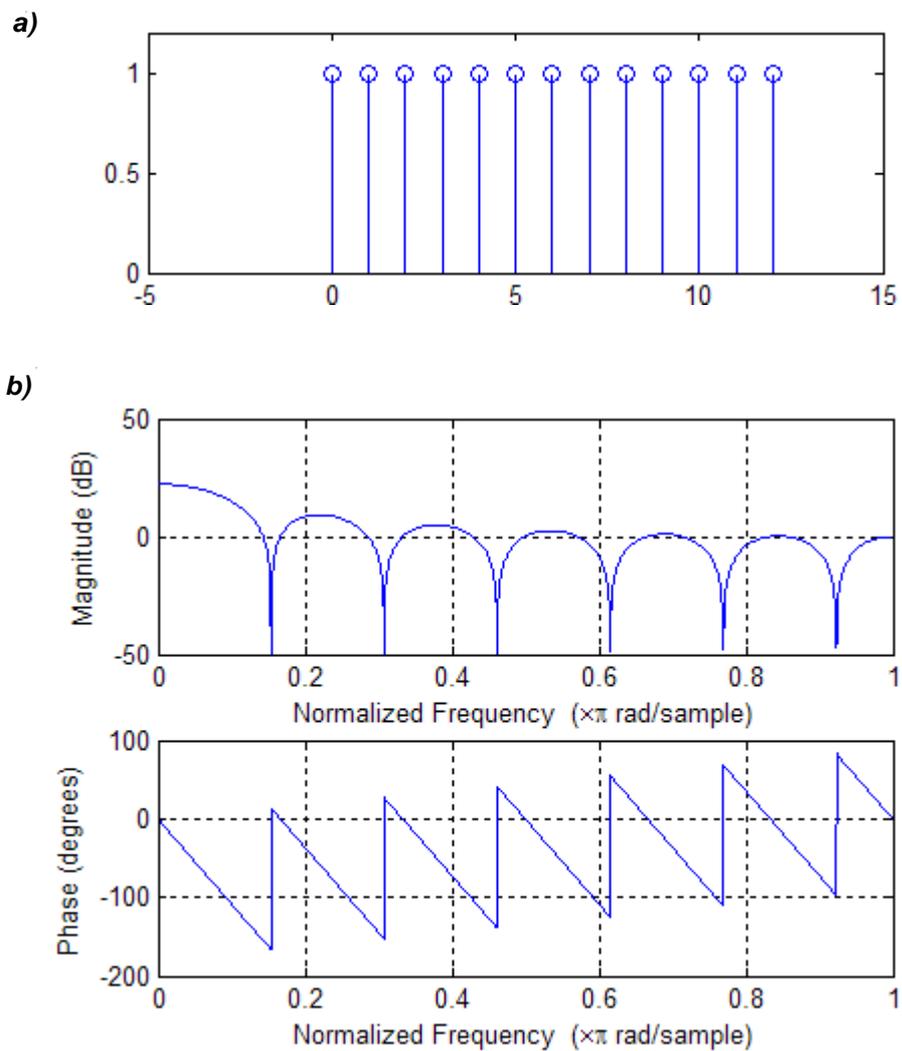


Fig. 4.3. a) respuesta impulsional de la ventana triangular $v(n)$, b) respuesta en magnitud y fase de la ventana rectangular $V(\omega)$.

La convolución de $H_d(w)$ con $V(w)$ tiene el efecto de suavizar $H_d(w)$. A medida que M crece, $V(w)$ se hace más estrecho y el suavizado producido por $V(w)$ se reduce. Por otro lado, los lóbulos laterales grandes de $W(w)$ producen unos efectos indeseables de rizado en la respuesta en frecuencia del filtro FIR $H(w)$, y también en los lóbulos laterales relativamente grandes de $H(w)$. Estos efectos indeseables se alivian mediante el uso de ventanas que no contienen discontinuidades abruptas en sus características del dominio temporal, mostrando lóbulos laterales bajos en sus características en el dominio de frecuencia [14].

En la **Tabla 4.1** se lista algunas funciones de ventana que poseen características de respuesta en frecuencia deseable.

Ventana	Secuencia en el dominio temporal, $h(n), 0 \leq n \leq M-1$
Bartlett (triangular)	$1 - \frac{2 \left n - \frac{M-1}{2} \right }{M-1}$
Blackman	$0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{M-1}\right)$
Hammin	$0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right)$
Hanning	$0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right)$
Kaiser	$I_0 \left[\beta \sqrt{1 - \left(\frac{n - \left(\frac{M-1}{2} \right)}{\frac{M-1}{2}} \right)^2} \right]$ <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;">Donde</div> $I_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(x/2)^k}{k!} \right]^2$ </div> $I_0[\beta]$

Tabla 4.1. Tipos de ventanas

4.1.2 Especificaciones de los Filtros FIR Selectivos en Frecuencia

Para el diseño de los filtros FIR selectivos en frecuencia tenemos las siguientes especificaciones prácticas:

- a) Definir el rizado de la banda de paso con una variación δ_1 .
- b) Definir el rizado en la banda de rechazo con una variación δ_2 .
- c) Definir el ancho de la banda de transición como $\Delta w = w_s - w_p$, donde w_p es la frecuencia de corte de la banda de paso y w_s es la frecuencia de corte de la banda de rechazo [14].

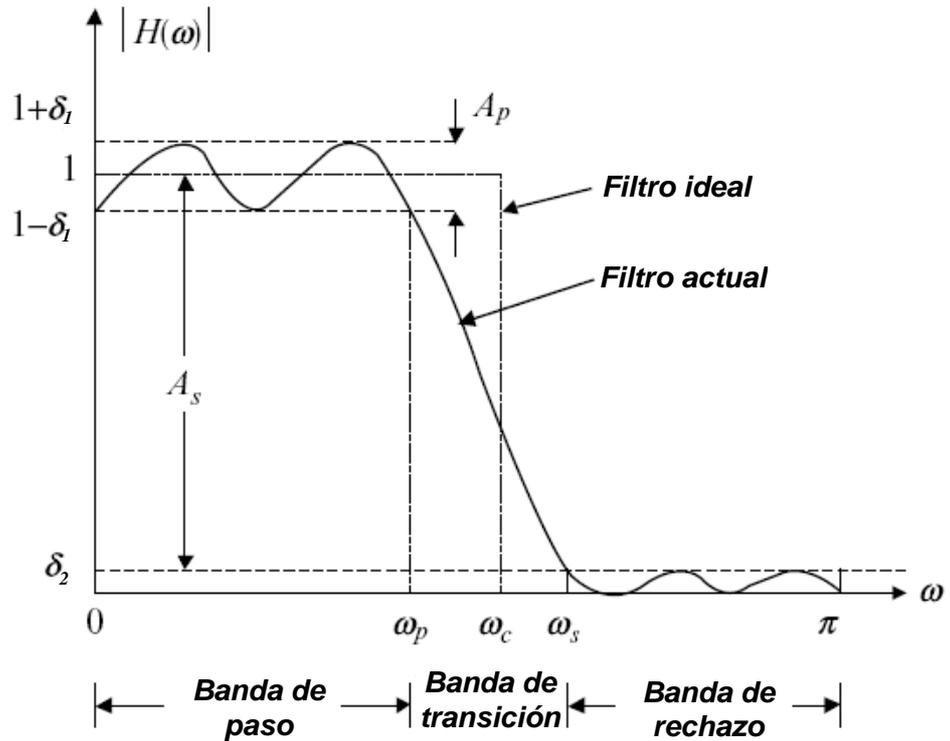


Fig. 4.4. Respuesta en magnitud y especificaciones de un filtro pasa bajo realizable.

Como se muestra en la **Fig. 4.4**, la magnitud del filtro pasa banda definido por $0 \leq \omega \leq \omega_p$ aproximado a la unidad con un error de $\pm\delta_1$, de modo

$$1 - \delta_1 \leq |H(\omega)| \leq 1 + \delta_1, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_p. \quad (4.12)$$

Con la ganancia normalizada a la unidad (0dB). En la banda de rechazo, la magnitud aproximado a 0 con un error de δ_2 , de modo

$$|H(\omega)| \leq \delta_2, \quad \omega_s \leq \omega \leq \pi. \quad (4.13)$$

La desviación entre la banda de paso y de rechazo puede expresarse en decibeles. El pico del rizado de la banda de paso δ_1 y la mínima atenuación de la banda de rechazo δ_2 , en decibeles es dado como

$$A_p = 20 \log_{10} \left(\frac{1 + \delta_1}{1 - \delta_1} \right) dB \quad (4.14)$$

y

$$A_s = -20 \log_{10} \delta_2 dB \quad (4.15)$$

Simplificando tenemos

$$\delta_1 = \frac{10^{A_p/20} - 1}{10^{A_p/20} + 1} \quad (4.16)$$

y

$$\delta_2 = 10^{-A_s/20} \quad (4.17)$$

Para el caso particular en el uso de ventanas de Kaiser podemos estimar los siguientes parámetros [14]

$$\beta = 0.1102(A_s - 8.7) \quad (4.18)$$

$$M = \frac{(A_s - 7.59)}{14.36\Delta f} + 1 \quad (4.19)$$

Donde $\Delta f = f_s - f_p$, f_s es la frecuencia de corte de la banda de rechazo normalizada [8], f_p es la frecuencia de corte de la banda de paso normalizada y M es el número de coeficientes del filtro FIR.

Como ejemplo tenemos un filtro pasa bajo diseñado en Matlab con ventana de Kaiser con las siguientes especificaciones: frecuencia de corte de rechazo de banda 10KHz, frecuencia de corte de banda de paso 9KHz, frecuencia de muestreo 40KHz, $A_s = 24$ dB.

Normalizando las frecuencias tendremos:

$$f_s = \frac{10\text{KHz}}{40\text{KHz}} = \frac{1}{4}$$

$$f_p = \frac{9\text{KHz}}{40\text{KHz}} = \frac{0.9}{4}$$

Entonces:

$$\Delta f = \frac{1}{4} - \frac{0.9}{4} = \frac{0.1}{4}$$

De la ecuación (4.19) tenemos:

$$M = \frac{(A_s - 7.59)}{14.36\Delta f} + 1 = \frac{(24 - 7.59)}{14.36 \times 0.025} + 1 \cong 46$$

De la ecuación (4.18) tendremos:

$$\beta = 0.1102(A_s - 8.7) = 0.1102(24 - 8.7) \cong 1.7$$

De la ecuación (4.17) tendremos:

$$\delta_2 = 10^{-A_s/20} = 10^{-24/20} \cong 0.063$$

Para el diseño en Matlab [19]-[16] seleccionamos un frecuencia de corte normalizada para -6dB de respuesta en magnitud igual a $f_c=(f_s+f_p)/2$, se tiene la siguiente sentencia en Matlab:

```
M=46;           % numero de coeficientes del filtro
N=M-1;         % orden del filtro FIR M = N + 1 =46
fs=1/4;        % frecuencia de corte de banda de rechazo normalizada
fp=0.9/4;      % frecuencia de corte de la banda de paso normalizada
Fs=40000;      % frecuencia de muestreo en Hz
fc=(fs+fp)/2; % frecuencia de corte a -6dB
wc=fc*2;       % frecuencia de corte normalizada
beta=1.7;
B = fir1(N,wc,kaiser(M,beta));
freqz(B,1,1024,Fs);
```

En la **Fig. 4.5** se puede ver la respuesta en magnitud y fase del filtro FIR así como su respuesta impulsional en la **Fig. 4.6**.

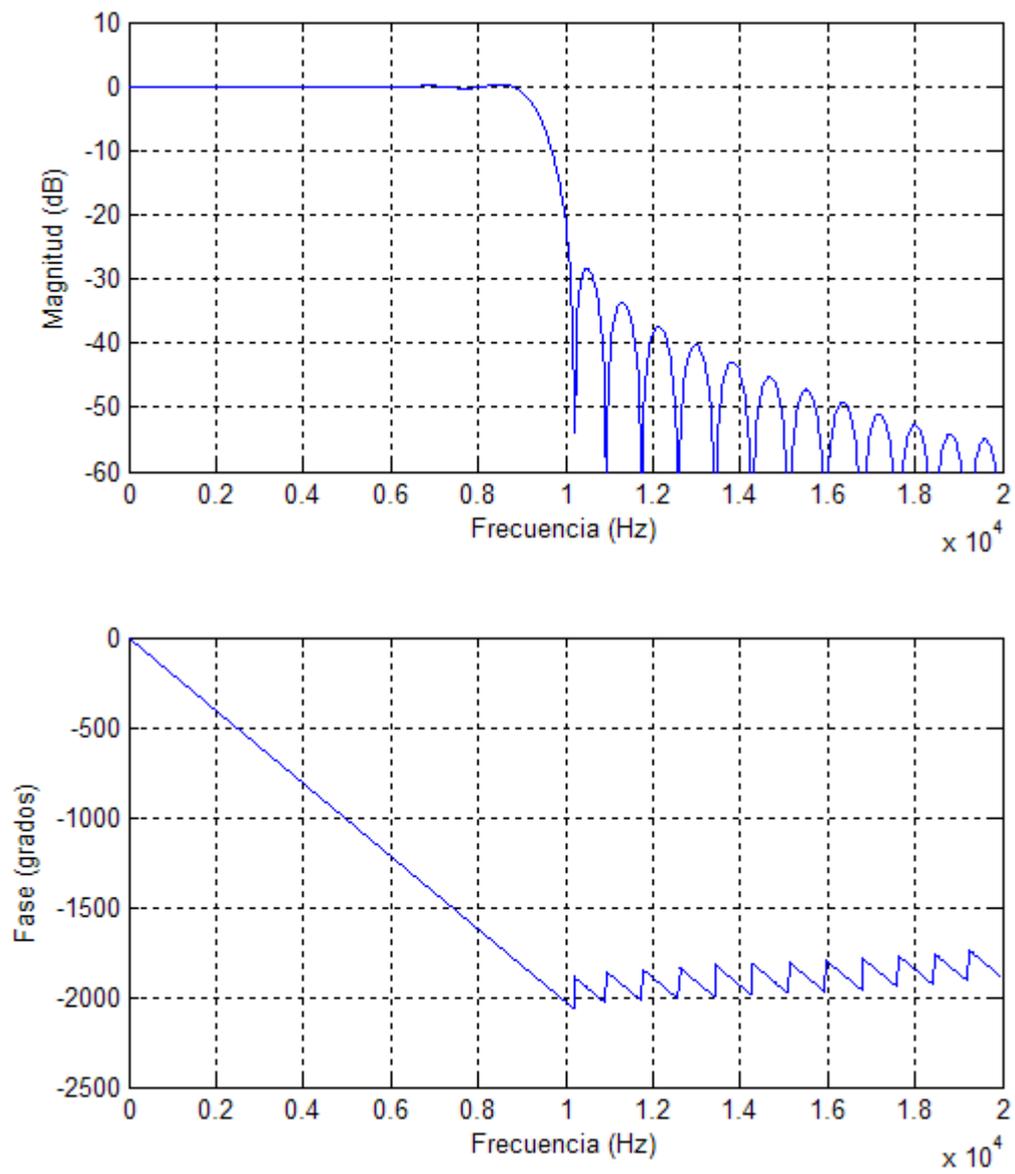


Fig. 4.5. Respuesta en magnitud y fase del filtro FIR pasa bajo con ventana de Kaiser.

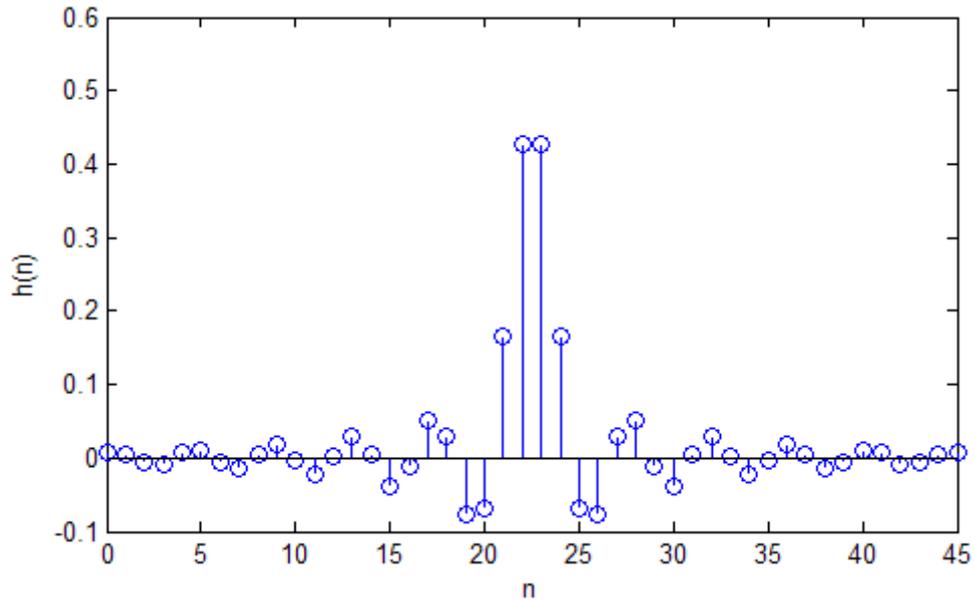


Fig. 4.6. Respuesta impulsional del filtro FIR pasa bajo con ventana de Kaiser.

4.2 Respuesta en Fase de los Filtros FIR

También $H(z)$ podemos expresar como [13]

$$\begin{aligned}
 H(z) &= \sum_{k=0}^{M-1} h(k)z^{-k} \\
 &= h(0) + h(1)z^{-2} + h(2)z^{-3} + \dots + h(M-2)z^{-(M-2)} + h(M-1)z^{-(M-1)}
 \end{aligned}$$

Para el caso de una respuesta impulsional simétrica del filtro FIR según la ecuación (4.3) tendremos [12]:

$$H(z) = z^{-(M-1)/2} \left\{ h\left(\frac{M-1}{2}\right) + \sum_{n=0}^{(M-3)/2} h(n) \left[z^{(M-1-2n)/2} + z^{-(M-1-2n)/2} \right] \right\} \quad M \text{ impar} \quad (4.20)$$

$$H(z) = z^{-(M-1)/2} \left\{ \sum_{n=0}^{(M/2)-1} h(n) \left[z^{(M-1-2n)/2} + z^{-(M-1-2n)/2} \right] \right\} \quad M \text{ par} \quad (4.21)$$

Si sustituimos z por $e^{-j\omega T}$ tendremos la respuesta en frecuencia del filtro como

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)T/2} \left\{ h\left(\frac{M-1}{2}\right) + \sum_{n=0}^{(M-3)/2} h(n) \cos\left(\frac{M-1-2n}{2}\omega T\right) \right\} \quad M \text{ impar} \quad (4.22)$$

$$H(z) = e^{-j\omega(M-1)T/2} \left\{ \sum_{n=0}^{(M/2)-1} h(n) \cos\left(\frac{M-1-2n}{2}\omega T\right) \right\} \quad M \text{ par} \quad (4.23)$$

En ambos casos la respuesta en fase es una función lineal de la frecuencia y a la vez son independientes de los coeficientes $h(n)$. Tomando la respuesta en fase tendremos

$$e^{-j\omega(M-1)T/2} = z^{-(M-1)/2} \quad (4.24)$$

Lo que significa que la señal de salida del filtro FIR estará retrazada por $z^{-(M-1)/2}$ de señal de entrada al filtro [13]. Por conveniencia debemos seleccionar un número impar de coeficientes del filtro FIR (M impar), para el caso de interpolación de datos y así relacionar directamente los datos de entrada con los de salida del filtro. En la **Fig. 4.7** se observa la relación de datos de entrada y de salida con un retardo de fase con M impar.

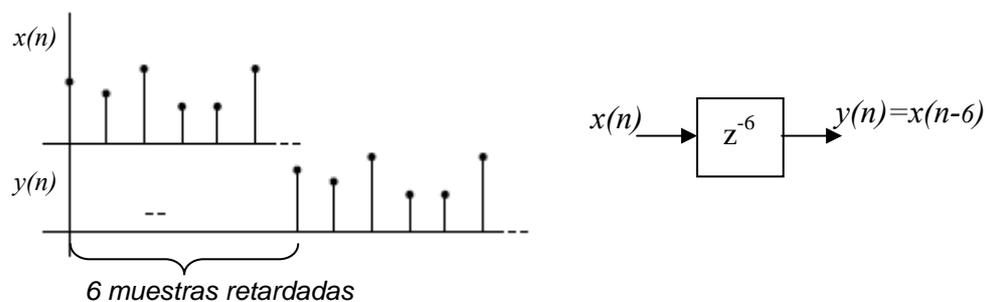


Fig. 4.7. Relación de entrada y salida del retardador para $M=13$.

4.3 Realización de los Filtros FIR Utilizando Memoria Circular

En el filtrado de datos con filtros FIR como se aprecia en la **Fig.4.1** y **Fig. 4.2** los coeficientes del filtro son constantes, pero los datos en toda la memoria de retardos digitales varían cada n o periodo de muestreo, quiere decir, $x(n)$ al tiempo n sigue $x(n-1)$ en el siguiente periodo y así sucesivamente, toda la memoria de retardos es refrescada cada periodo n , como se aprecia en la **Fig. 4.8**, donde la última muestra $x(n-M+1)$ es descargada y otra muestra ocupa su memoria etc. La tarea de refrescar todo el banco de memoria de retardos cada periodo, requiere de un tiempo de proceso intensivo, si la operación no es implementada en un hardware de procesamiento de señales como un DSP (Digital Signal Processor) [14].

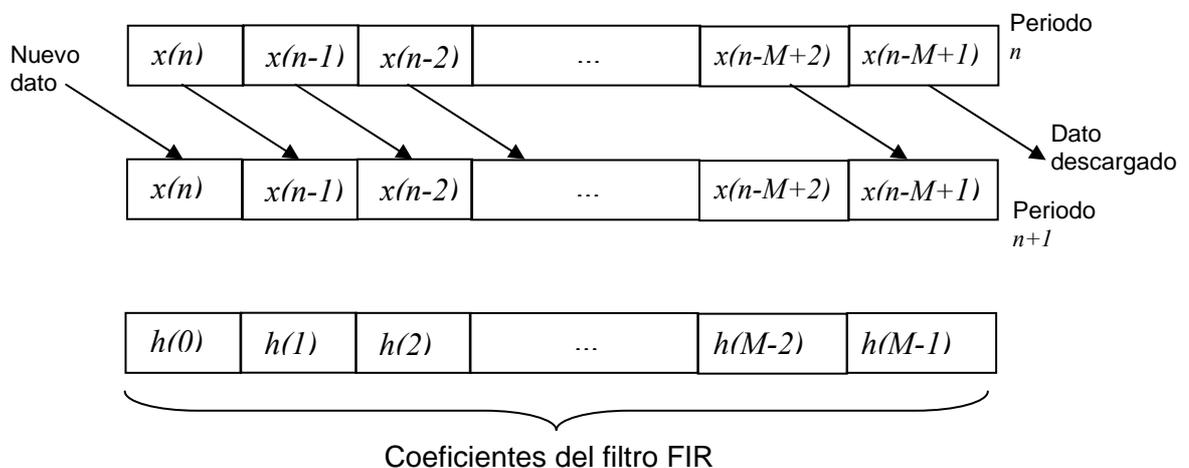


Fig. 4.8. Refresco de la memoria de retardo del filtro FIR.

El método más eficiente de sostener una señal una memoria de retardo, es cargar las muestras de señales dentro de una memoria circular [14], como se muestra en la **Fig. 4.9**, donde la nueva posición de memoria del

dato $x(n)$ es manejada por un puntero, el cual lo ubica en la posición de memoria donde se encuentra la muestra del periodo anterior de $x(n-M+1)$, de este modo solo una muestra es desplazada en vez de refrescar toda la memoria de retardo, el tamaño de la memoria circular es definido por el número de retardos necesario mas uno para implementar el filtro.

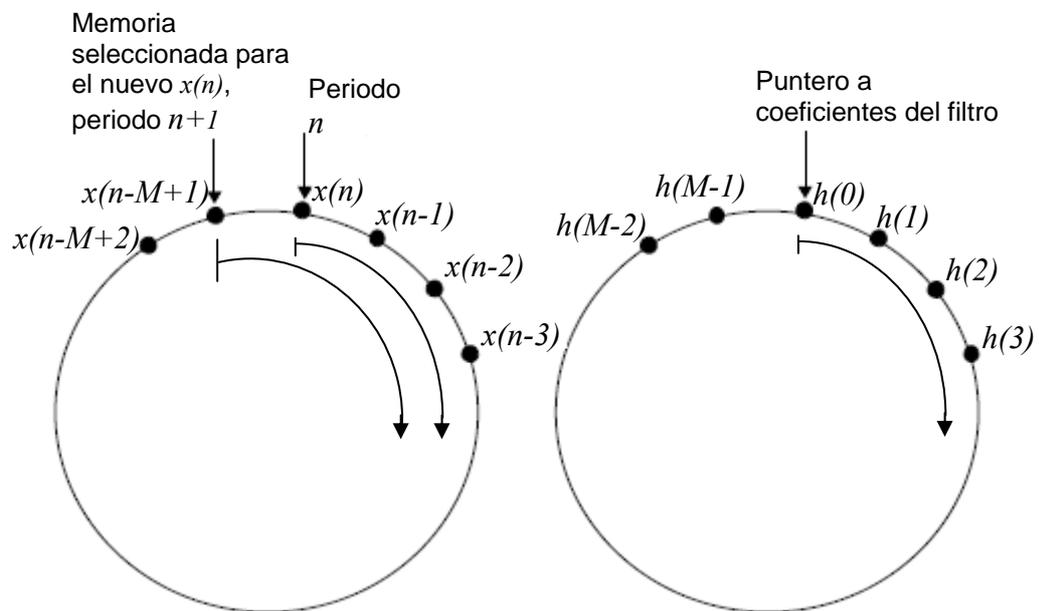


Fig. 4.9. Memoria circular para el retardo del filtro FIR.

4.4 Interpolador por un Factor I

Se puede conseguir un incremento de la tasa de muestreo por un factor entero de I , interpolando $I-1$ muestras entre sucesivos valores de la señal. Este método de interpolación conserva la forma espectral de la señal $x(n)$ [8].

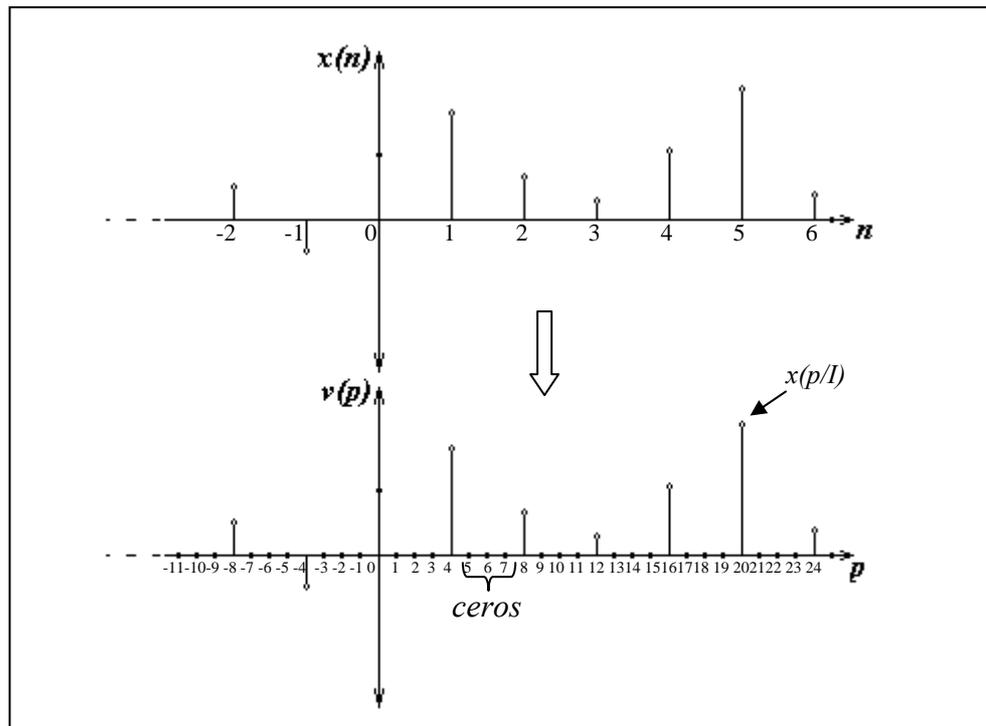
4.4.1 Modelo Matemático

Describiendo la señal $v(p)$ con un tasa de muestreo $F_I = F_s I$, donde F_s es la tasa de muestreo de la señal $x(n)$, la cual se obtiene a partir de $x(n)$ añadiendo $I-1$ ceros entre los valores sucesivos de $x(n)$.

Así,

Up-sampler:

$$v(p) = \begin{cases} x(p/I), & p = 0, \pm I, \pm 2I, \dots \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4,25)$$



La transformada Z de esta secuencia es:

$$V(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} v(p)z^{-p} \quad (4,26)$$

$$z = e^{j\omega_v} = e^{j2\pi F / F_I} \quad (4,27)$$

ω_v = Frecuencia angular relativa de la señal $v(p)$, $\omega_v = 2\pi F / F_I$

$$V(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x(p/I)z^{-p} \quad (4,28)$$

$$V(z) = \dots + 0 + 0 + 0 + \dots + x(1)z^{-1 \times I} + 0 + 0 + 0 + \dots + x(2)z^{-2 \times I} + \dots$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-nI} \quad (4,29)$$

$$V(z) = X(z^I) \quad (4,30)$$

Evaluando el espectro correspondiente de $v(p)$ en el círculo unidad, se tiene:

$$V(e^{j\omega_v}) = X(e^{j\omega_v I}) \quad (4,31)$$

Si se tiene que:

$$\omega_v I = \frac{2\pi F I}{F_I} = \frac{2\pi F}{F_s}$$

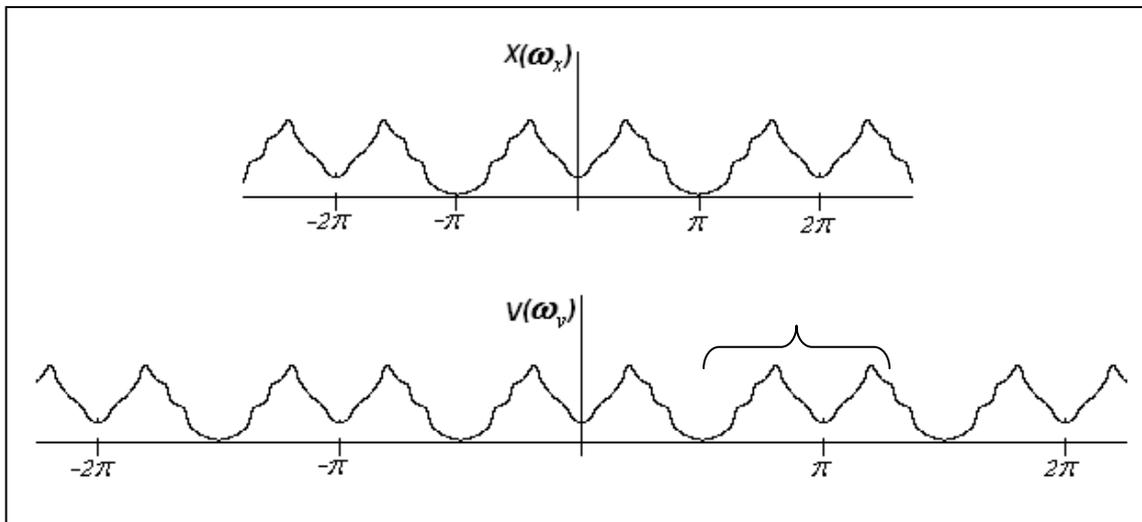
$$\omega_v I = \omega_x \quad (4,32)$$

$\omega_x =$ Frecuencia angular relativa de la señal $x(n)$, $\omega_x = 2\pi F/F_s$

Entonces, se tiene que:

$$V(e^{j\omega_v}) = X(e^{j\omega_x}) \quad (4,33)$$

Análisis espectral de $x(n)$ y $v(n)$:



4.4.2 Filtro de Interpolación

En el ejemplo de la **Fig. 4.11** se observa que las componentes de frecuencia en el rango de $-\pi/I \leq \omega_v \leq \pi/I$ para $V(\omega_v)$ son únicas, las imágenes de $X(\omega_x)$ por encima de $\omega_v = \pi/I$, se deben de rechazar pasando la secuencia $v(p)$ a través de un filtro pasa bajo con respuesta en frecuencia $H_I(\omega_v)$, que idealmente, tiene la característica:

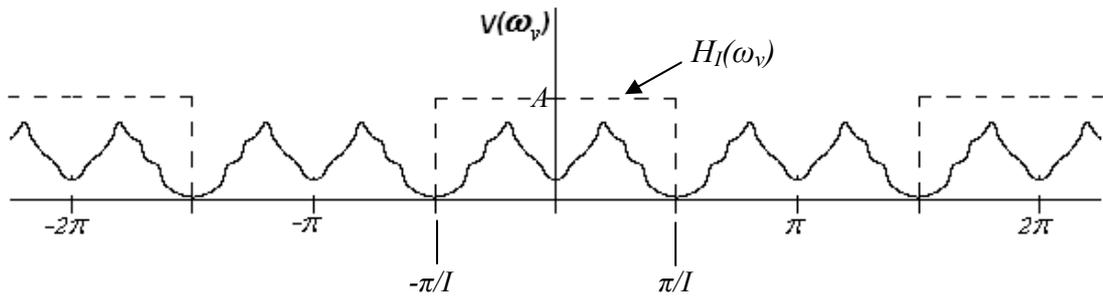


Fig. 4.12. Frecuencia de corte del filtro interpolador para $I = 2$.

De la **Fig. 4.12** podemos normalizar la frecuencia de corte del filtro de interpolación como:

$$fc = \frac{\pi/I}{2\pi} = \frac{1}{2I} \quad (4,34)$$

Este proceso de filtrado tiene como resultado a la señal $x_u(p)$ que es la interpolación de la señal $x(n)$, ahora la tasa de muestreo para la señal $x_u(p)$ es F_I . El espectro de salida de la señal $x_u(p)$ es $X_u(\omega_v)$.

El factor de escala A se selecciona de tal manera que la salida $x_u(p) = x(p/I)$, para $p=0, \pm I, \pm 2I, \dots$. Por conveniencia matemática se selecciona el punto $p=0$, así,

$$\begin{aligned} x_u(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_u(\omega_v) d\omega_v \quad (4,35) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/I}^{\pi/I} H(\omega_v) \cdot V(\omega_v) d\omega_v \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/I}^{\pi/I} H(\omega_v) X(\omega_v I) d\omega_v$$

$$= \frac{A}{2\pi} \int_{-\pi/I}^{\pi/I} X(\omega_v I) d\omega_v$$

Como $\omega_v = \omega_x/I$, haciendo el cambio de variables:

$$x_u(0) = \frac{A}{2\pi I} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega_x) d\omega_x$$

$$x_u(0) = \frac{A \cdot x(0)}{I} \quad (4,36)$$

Consecuente mente, $A = I$ es el factor de normalización para el filtro.

Luego el sistema de interpolación quedaría de la siguiente manera:

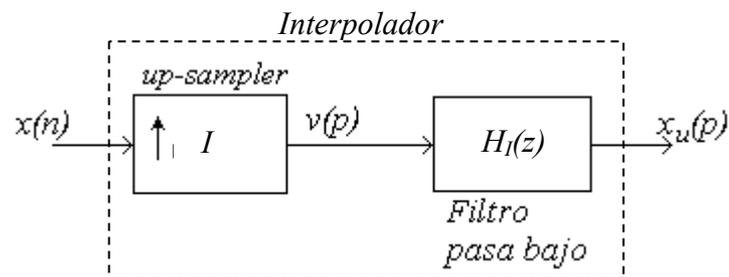


Fig. 4.13. Modelo de interpolador.

CAPITULO V

INTERPOLACIÓN DEL PATRÓN ACÚSTICO UTILIZANDO FILTROS FIR

5.1 Introducción

Utilizando las técnicas de interpolación por *Factor I*, filtros digitales y conceptos de arreglos de hidrófonos (Array Signal Processing), desarrollamos la técnica para interpolar el patrón acústico omnidireccional de un arreglo cilíndrico de hidrófonos.

5.2 Parámetros del Arreglo de Hidrófonos



Fig. 5.1. Arreglo cilíndrico de hidrófonos.

El arreglo cilíndrico de hidrófonos para este diseño, consta de 96 staves distribuidos uniformemente sobre el plano horizontal, formando un ángulo de

separación de 3.75° entre staves. Este tipo de arreglos se muestra en la **Fig. 5.1**, para el proceso de preformación de haz en esta aplicación, sólo utilizamos el plano horizontal que es el que determina la dirección de arribo de los buques sobre el horizonte **Fig 5.2**.

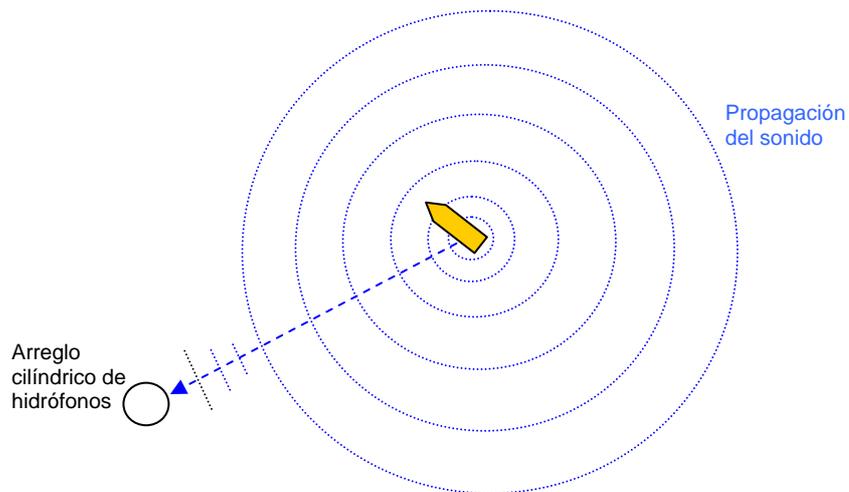


Fig. 5.2. Plano horizontal de determinación del ángulo de arribo.

Consideraciones del arreglo de hidrófonos:

- a) Si considera una distribución uniforme entre hidrófonos de cada preformador de haz, tenemos la ecuación (3,11) del arreglo plano virtual:

$$G(w, \theta) = b^2 \left(\frac{\text{seno} \left(\frac{Nw \text{seno}(\theta)}{2v_{sr}} \right)}{\text{seno} \left(\frac{w \text{seno}(\theta)}{2v_{sr}} \right)} \right)^2$$

Donde:

- N es el número de hidrófonos del pre-formador de haz.

- l es la separación uniforme entre hidrófonos del arreglo plano virtual.
- b es la ganancia del hidrófono.
- v_{sr} es la velocidad del sonido en el mar.
- w es la frecuencia angular de la señal incidente.
- θ es el ángulo de arribo de la señal.

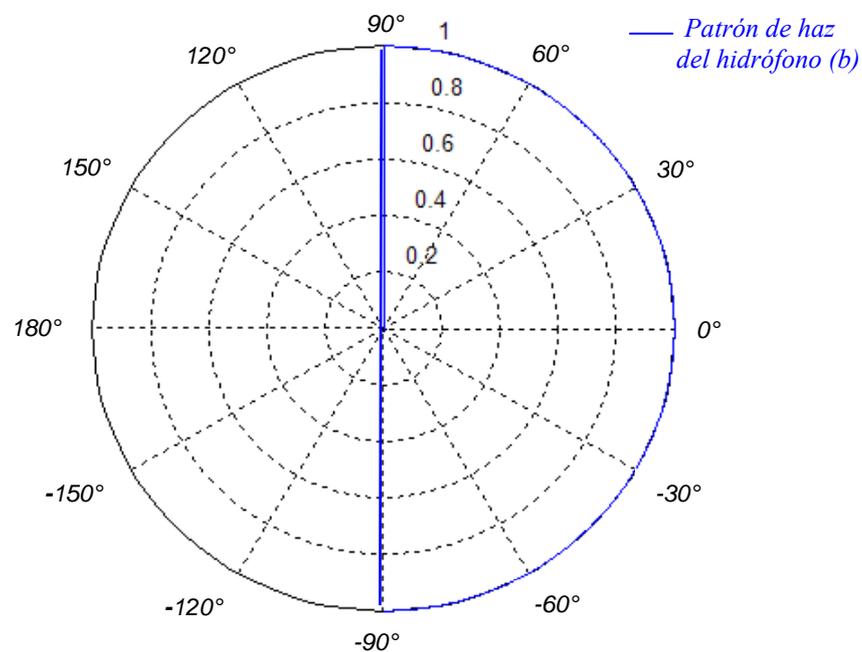


Fig. 5.3. Patrón de haz del hidrófono con $b=1$ de 90° a -90° .

- b) Por simplicidad, se considera una ganancia uniforme en la parte frontal de los hidrófonos del arreglo plano y nulo en la parte posterior como se muestra la **Fig. 5.3**, entonces podemos expresar a la ecuación (3,11) como:

$$G(w, \theta) = \begin{cases} b^2 \frac{\left(\frac{\text{seno}\left(\frac{Nwl \text{seno}(\theta)}{2v_{sr}}\right)}{\text{seno}\left(\frac{wl \text{seno}(\theta)}{2v_{sr}}\right)} \right)^2}{}, & |\theta| \leq \pi/2 \\ 0, & |\theta| > \pi/2 \end{cases} \quad (5,1)$$

Se tiene entonces la siguiente tabla de parámetros:

Parámetros	
N	32 hidrófonos
b	1/N (ganancia normalizada)
v_{sr}	1500 m/s
l	0.14 m

Tabla 5.1. Parámetros del arreglo cilíndrico de hidrófonos.

5.3 Parámetros del Muestreo Espacial

Si consideramos un muestro espacial uniforme, podemos escribir a la ecuación (3,17) con (3,1), entonces tendremos que:

$$G_n(w, \theta) = \begin{cases} b^2 \frac{\left(\frac{\text{seno}\left(\frac{Nwl \text{seno}(\theta - \theta_n)}{2v_{sr}}\right)}{\text{seno}\left(\frac{wl \text{seno}(\theta - \theta_n)}{2v_{sr}}\right)} \right)^2}{}, & |\theta - \theta_n| \leq \pi/2 \\ 0, & |\theta - \theta_n| > \pi/2 \end{cases} \quad (5,2)$$

$$\theta_n = n \times \Delta\theta, \quad \text{para } n = 0 \dots L-1$$

$$\Delta\theta = \frac{360}{L}$$

Donde:

$\Delta\theta$ es el ángulo de muestreo.

L es el número de muestras espaciales.

Se tiene entonces la siguiente tabla de parámetros:

Parámetros	
L	96 muestras espaciales (pre-formadores de haz)
$\Delta\theta$	3.75°
n	$= 0 \dots 95$

Tabla 5.2. Parámetros del muestreo espacial.

5.4 Parámetros del Interpolador por Factor I

Si aumentamos la resolución del muestreo espacial $\Delta\theta$ por un factor I , obtendremos una resolución igual a $\Delta\theta_I = \Delta\theta/I$, se tiene entonces el siguiente interpolador:

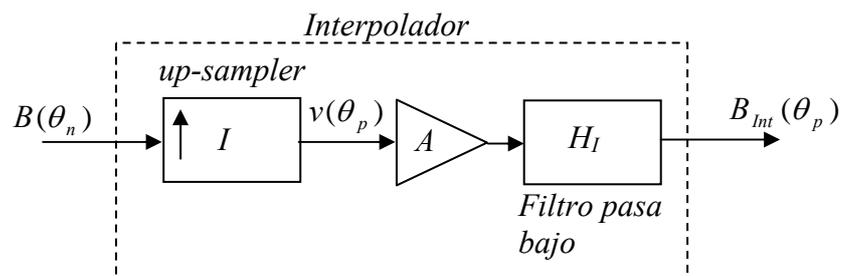


Fig. 5.4. Interpolador del patrón acústico.

Donde:

θ_n es la secuencia de muestreo espacial.

θ_p es la secuencia del muestreo espacial interpolado.

A es el factor de normalización del filtro pasa bajo.

H_I es el filtro pasa bajo de interpolación.

$B(\theta_n)$ es la muestra espacial.

$B_I(\theta_p)$ es la muestra espacial interpolada.

$v(\theta_p)$ es la señal espacial sobre muestreada.

$\Delta\theta_I$ es el ángulo de muestreo de la señal interpolada.

Se tiene entonces la siguiente tabla de parámetros:

Parámetros	
I	5
$\Delta\theta_I$	0.75°
θ_n	$=n \times 3.75^\circ$, para $n = 0 \dots 95$
θ_p	$=p \times 0.75^\circ$, para $p = 0 \dots 479$
A	$= I = 5$

Tabla 5.3. Parámetros del Interpolador.

5.5 Diseño del Filtro FIR de Interpolación

Para diseño del filtro de interpolación, seleccionamos un filtro FIR con ventana de Káiser, la frecuencia de corte normalizada estará dada por:

$$fc = \frac{1}{2I}$$

Para un factor $I = 5$ se tendrá entonces que:

$$fc = \frac{1}{2(5)} = 0.1$$

Para la banda de transición normalizada, seleccionamos los siguientes parámetros:

$$f_s = \frac{1.04}{2I}$$

$$f_p = \frac{0.96}{2I}$$

$$\Delta f = f_s - f_p = \frac{1.04 - 0.96}{2I} = \frac{0.08}{10} = 0.008$$

Si seleccionamos una banda de rechazo con respuesta en magnitud menor de -40dB, tendremos los siguientes parámetros:

$$A_s = 40dB$$

$$\beta = 0.1102(A_s - 8.7) = 0.1102(40 - 8.7) \cong 3.45$$

$$\delta_2 = 10^{-A_s/20} = 10^{-40/20} = 0.01$$

$$M = \frac{(A_s - 7.59)}{14.36\Delta f} + 1 = \frac{(40 - 7.59)}{14.36 \times 0.008} + 1 \cong 283$$

Por conveniencia, seleccionamos un valor para M impar más próximo, entonces:

$$M = 283$$

El retardo de la señal por la respuesta en fase del filtro estará dada por:

$$z^{-(M-1)/2} = z^{-(283-1)/2} = z^{-141}$$

Entonces la señal de salida del filtro estará desfasada 141 muestras de la señal de entrada al filtro.

Para el diseño del filtro FIR con ventana de Kaiser utilizamos el software Matlab y seleccionamos la frecuencia de corte a una respuesta en magnitud de -6dB:

M=283;

fl=1; % frecuencia de muestreo normalizada

fc=0.1; % frecuencia de corte normalizada

wn=2*fc/fl;

b=3.45;

B = fir1(M-1,wn,kaiser(M,b));

freqz(B,1,1024,fl);

En la **Fig. 5.5** se puede ver la respuesta en magnitud y fase del filtro FIR.

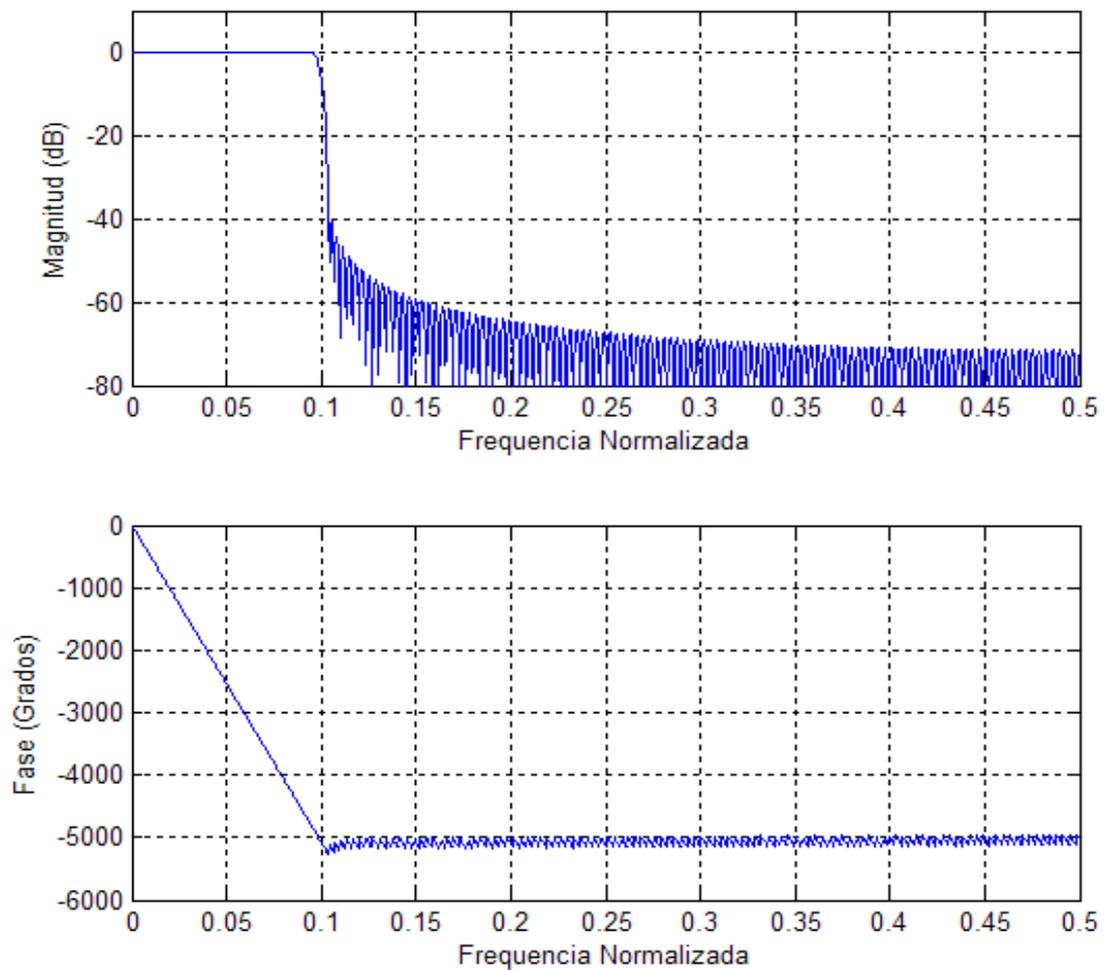


Fig. 5.5. Respuesta en magnitud y fase del filtro FIR pasa bajo con ventana de Kaiser.

Si agregamos el factor de normalización al filtro pasa bajo de interpolación, tendremos en la **Fig. 5.6** y en la **Fig. 5.7** la respuesta impulsional:

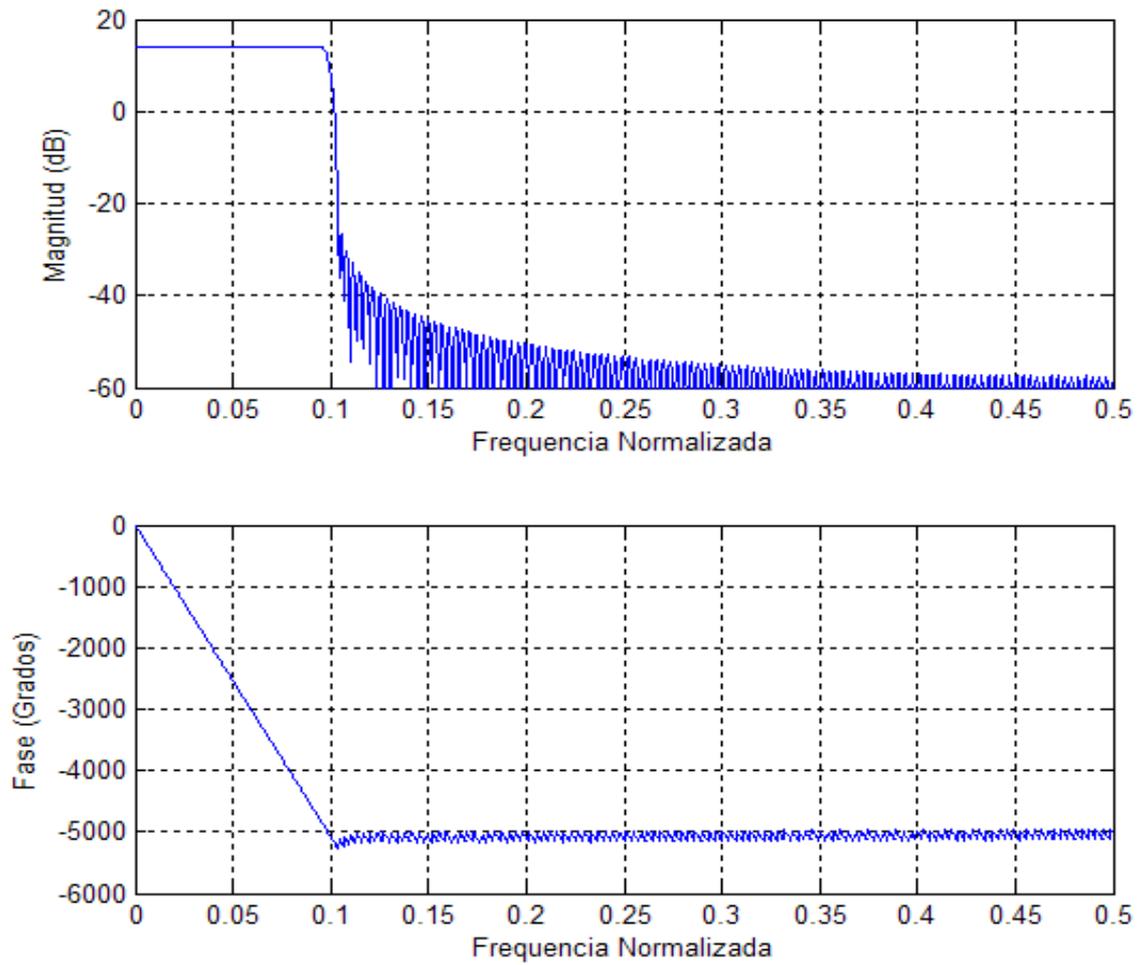


Fig. 5.6. Respuesta en magnitud y fase del filtro FIR de interpolación pasa bajo con ventana de Kaiser con factor de normalización.

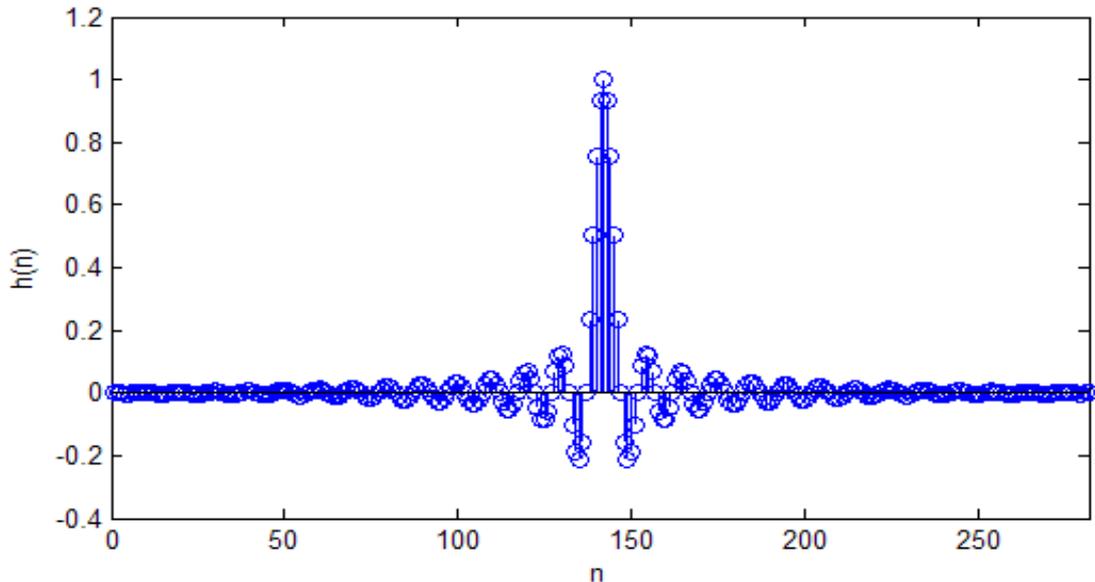


Fig. 5.7. Respuesta impulsional del filtro de interpolación.

5.6 Interpolación del Patrón Acústico Omnidireccional

Si tenemos 96 muestras del haz acústico, obtenidas del muestreo espacial omnidireccional, e interpolamos utilizando un factor $I = 5$, se espera obtener 480 muestras del haz acústico interpoladas, aumentando el ángulo de muestreo $\Delta\theta = 3.75^\circ$ a $\Delta\theta_I = 0.75^\circ$, lo que nos da un aumento considerable en la resolución del muestreo espacial.

Consideraciones para interpolar el patrón acústico:

- a) Transición del filtro FIR.- La transición del filtro FIR se supera cuando inicializamos toda la memoria del filtro con los valores de la señal a filtrar, esto es si el filtro es de orden $M-1$, entonces no podemos validar la señal de salida hasta antes de la M enésima muestra a la entrada

del filtro FIR, lo que significa que perderemos $M-1$ muestras iniciales de la señal de entrada que no serán interpoladas o validadas.

- b) Retardo en respuesta de fase del filtro FIR.- Si el filtro FIR posee M coeficientes y M es impar entonces se espera que la señal de salida del filtro esté $(M-1)/2$ muestras desplazada de la señal de entrada.

Teniendo estas dos consideraciones podemos determinar lo siguiente:

Para recuperar las $M-1$ muestras iniciales, filtramos $M-1$ muestras adicionales del patrón acústico, aprovechando la forma de muestreo omnidireccional del arreglo de hidrófonos, el cual nos permite obtener una señal periódica del muestreo espacial, como se observa en la **Fig.5.8**.

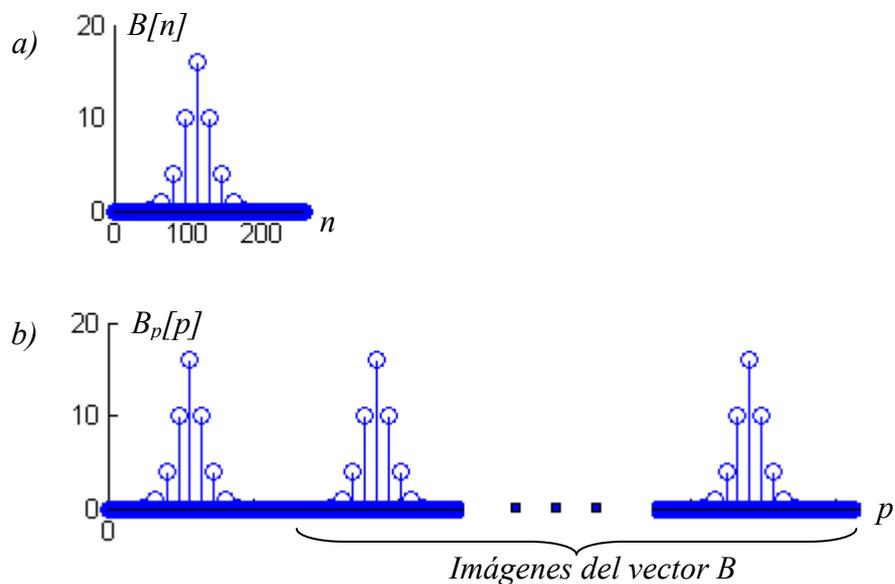


Fig. 5.8. a) vector B de muestras espaciales omnidireccionales del patrón acústico, b) vector B_p periódico formado por imágenes del vector B .

Para hacer coincidir las muestras interpoladas del patrón acústico con la muestras originales, utilizamos el factor de desplazamiento de fase $(M-1)/2$ del filtro digital FIR.

5.7 Diseño del Algoritmo de Interpolación del Patrón Acústico en C++ y

LabVIEW

5.7.1 Diagrama de Flujo del Algoritmo de Interpolación

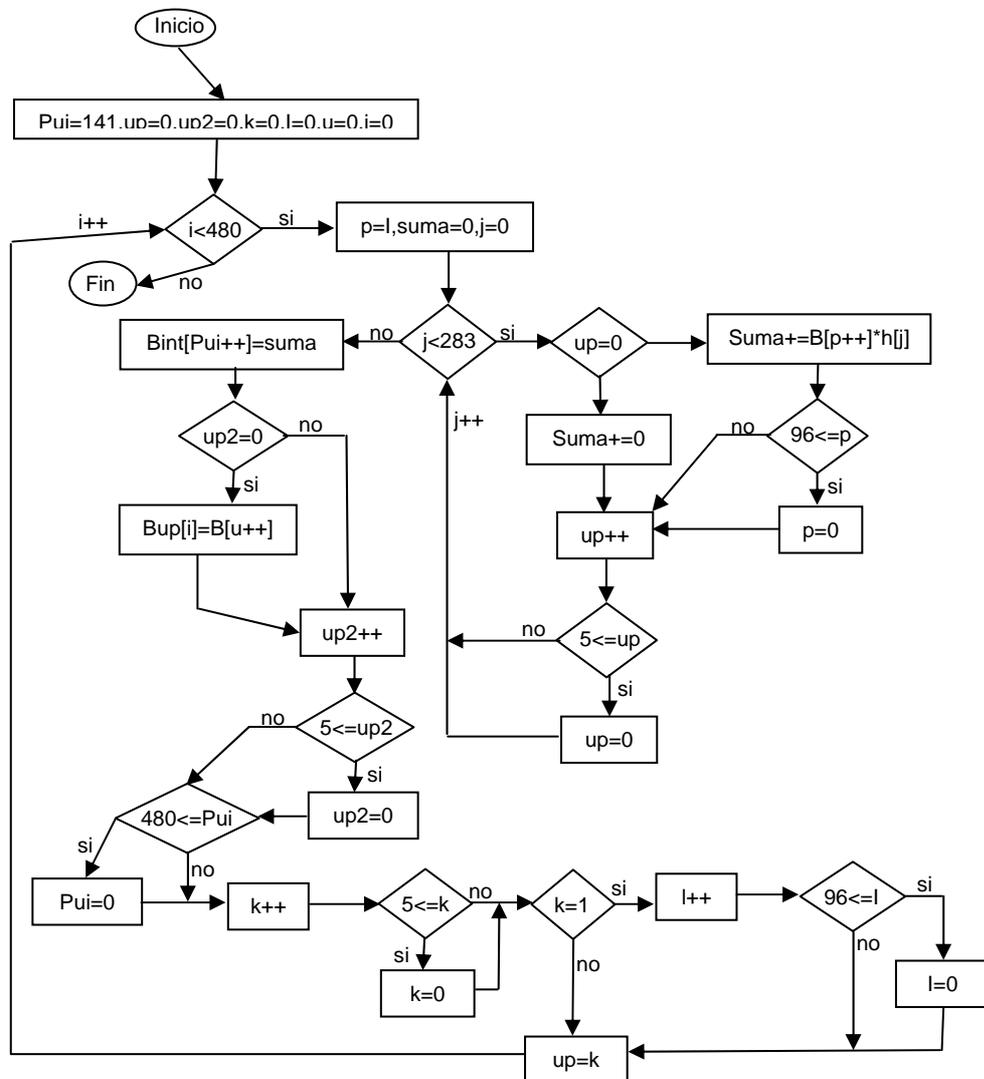


Fig. 5.9. Diagrama de flujo del algoritmo de interpolación.

En la **Fig. 5.9** se tiene el diagrama de flujo del interpolador del patrón acústico, este sistema posee dos contadores para realizar el proceso de interpolación, el primero cuenta 283 muestras para ser filtradas por el filtro digital FIR, el segundo contador cuenta 480 muestras (muestras interpoladas) que se van a generar con el interpolador.

El filtro digital utiliza memoria circular, lo que simplifica las operaciones de filtrado. La transición y el desfase del filtro FIR se corrige utilizando un puntero (Pui) que inicializa la ubicación de las muestras interpoladas.

5.7.2 Desarrollo del Algoritmo de Interpolación en C++ Utilizando Librerías Dinámicas DLL (Dynamic link Libraries)

El interpolador del patrón acústico esta desarrollado en C++ de Microsoft Visual Studio y compilado en una librería dinámica (DLL), este algoritmo convierte las 96 muestras del patrón de haz acústico omnidireccional en 480 muestras, aumentando la resolución del muestreo espacial.

El algoritmo de interpolación es el siguiente:

```
/* Interpolador 96 - 480 */
#include "extcode.h"

extern "C" {
_declspec(dllexport) long INTERPOLADOR(double h[], double B[], double Bint[],
double Bup[],
long hab);
}
```

```

_declspec(dllexport) long INTERPOLADOR(double h[], double B[], double Bint[],
double Bup[],
    long hab)
{
if(hab != 0)
    {
    double suma;
    int p,i,j;
    int Pui=141; // corrector de retardo (M-1)/2
    int up=0,up2=0,k=0,l=0,u=0;
    for(i=0;i<480;i++)//genera las 480 muestras
        {
        p=l;
        suma=0;
        for(j=0;j<283;j++)//filtra digitalmente
            {
            if(up==0)
                {
                suma +=B[p++]*h[j];//interpola un dato de entrada
                if(96<=p)p=0;
                }
            else
                suma +=0; //inserta los ceros
            up++;
            if(5<=up) //controla el número de ceros
                up=0;
            }
        Bint[Pui++]=suma;
        if(up2==0)
            {
            Bup[i]=B[u++];
            }
        up2++;
        if(5<=up2)up2=0;

        if(480<=Pui) Pui=0;// vector circular
        k++;
        if(5<=k)k=0; //controla el número de ceros
        if(k==1) // offset de interpolación
            {
            l++;
            if(96<=l)l=0;
            }
        up=k;
        }
    }
else
    return(1);
return(0);
}

```

5.7.3 Implementación del Algoritmo de Interpolación en LabVIEW

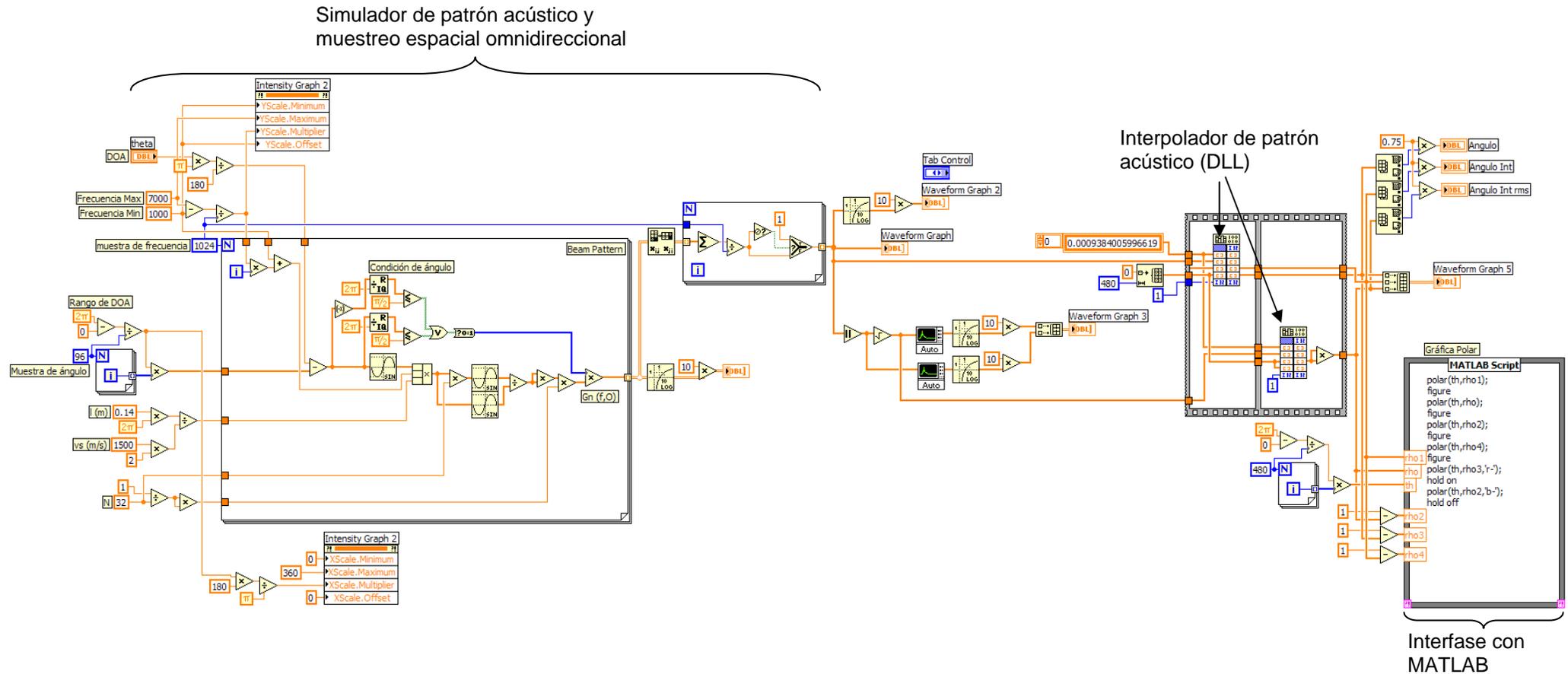


Fig. 5.10. Implementación del algoritmo de interpolación y simulador del patrón acústico omnidireccional en LabVIEW.

En la **Fig. 5.10** se tiene la implementación del simulador de muestreo del patrón acústico omnidireccional y el algoritmo de interpolación, exportado como librería dinámica sobre el entorno de programación gráfica de LabVIEW [20], los resultados de la simulación son mostrados de forma gráfica utilizando las herramientas gráficas de LabVIEW y Matlab.

CAPITULO VI

SIMULACIÓN Y RESULTADOS DEL ALGORITMO DE INTERPOLACIÓN

En este capítulo, se lleva a cabo la simulación del muestreo del patrón acústico de dos señales monocromáticas (sección 6.1) y seis señales estocásticas (sección 6.2), a diferentes ángulos de arribo, estas simulaciones se realizan alrededor del arreglo cilíndrico de hidrófonos, utilizando las muestras del patrón acústico y las muestras del patrón acústico con RMS, para formar los vectores de muestras espaciales omnidireccionales.

Las tablas de parámetros y ecuaciones para la simulación del patrón acústico están expuestas en el capítulo V.

En la sección 6.3, se muestra los resultados obtenidos de la medición del error de estimación del ángulo de arribo (DOA), para las diferentes señales estocásticas, con anchos de banda definidos en la sección 6.2.

6.1 Interpolación del Patrón Acústico de Señales Monocromáticas

En esta sección se simulan dos señales monocromáticas que inciden sobre el arreglo cilíndrico de hidrófonos, como se tiene en la simulación 1 y simulación 2, con la misma frecuencia, pero diferentes ángulos de arribo.

Simulación 1.- Para la simulación se considera una señal monocromática como se observa en la **Fig. 6.1** de 1.8KHz con 25° de dirección de arribo.

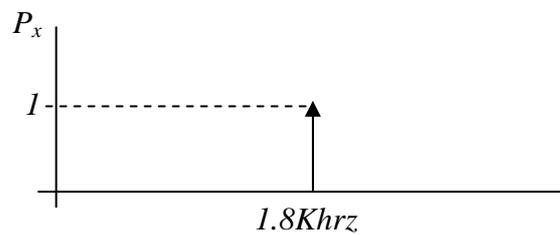


Fig. 6.1. Espectro de una señal monocromática con una frecuencia de 1.8KHz.

El vector de muestras espaciales resultante es como se muestra en la **Fig. 6.2**, como podemos observar el patrón de a haz de la señal incidente a 25° a sido discretizado con un ángulo de muestreo de 3.75° . Si interpolamos el vector de muestras espaciales y el vector de muestras espaciales con RMS tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.3** y **Fig. 6.4**, donde se obtiene una resolución de las muestras espaciales interpoladas de 0.75° .

Con el proceso de interpolación se puede mostrar claramente la dirección de arribo de la señal incidente, como se observa en la **Fig. 6.4**.

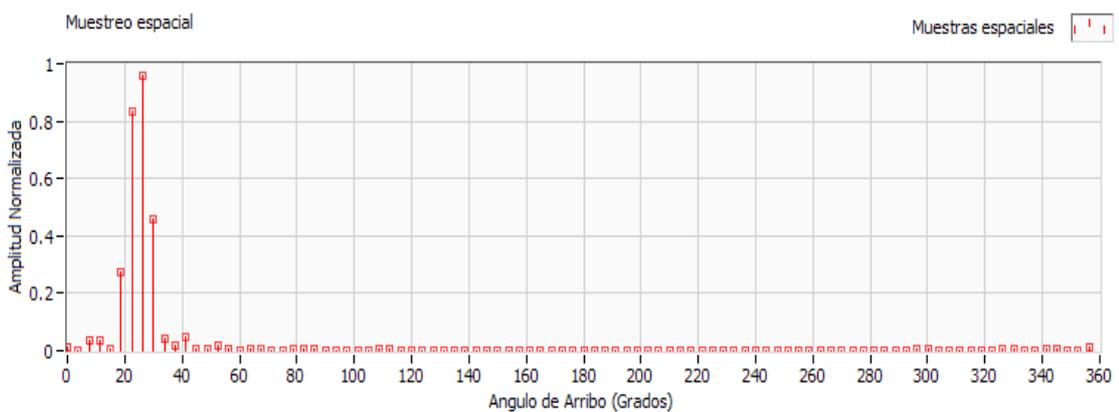


Fig. 6.2. Muestras espaciales de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 25° de dirección de arribo.

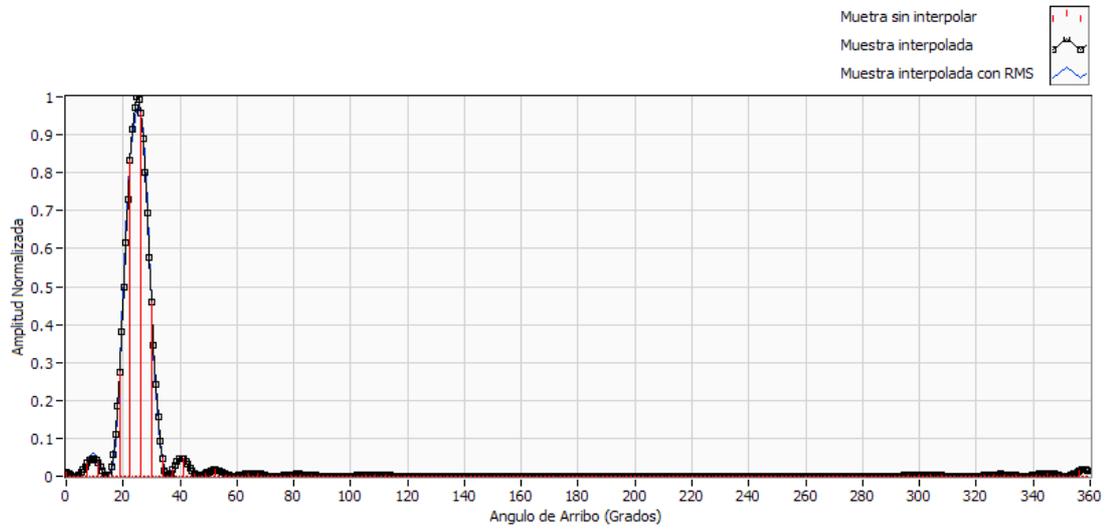


Fig. 6.3. Muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 25° de dirección de arribo.

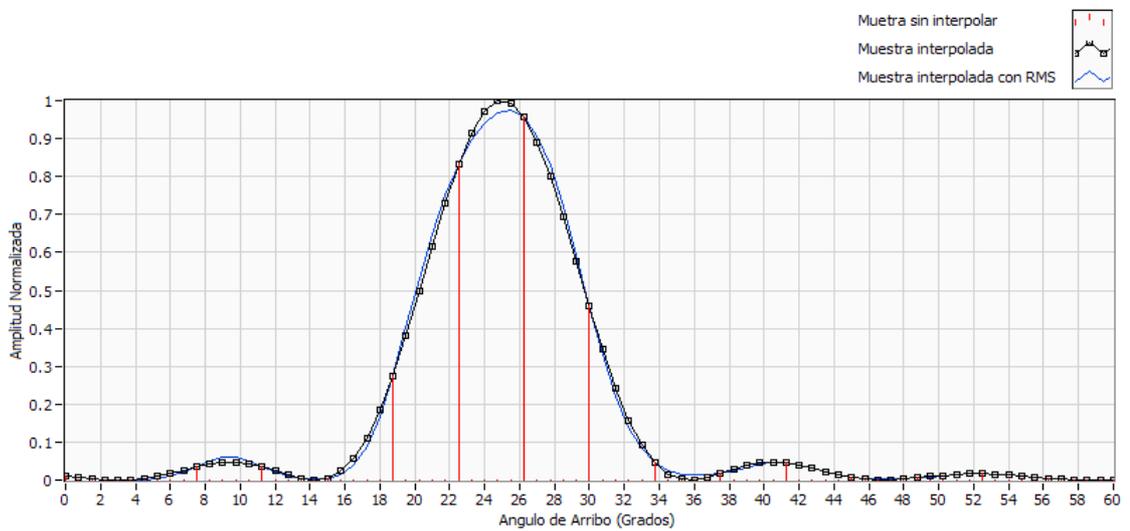


Fig. 6.4. Muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 25° de dirección de arribo, en el rango de 0° a 60°.

Podemos mostrar los datos del muestreo espacial de forma polar o polar invertida, como tenemos en la **Fig. 6.5** y **Fig. 6.6**, aquí también se observa claramente de la dirección de arribo sobre las muestras interpoladas, a un ángulo de 25° .

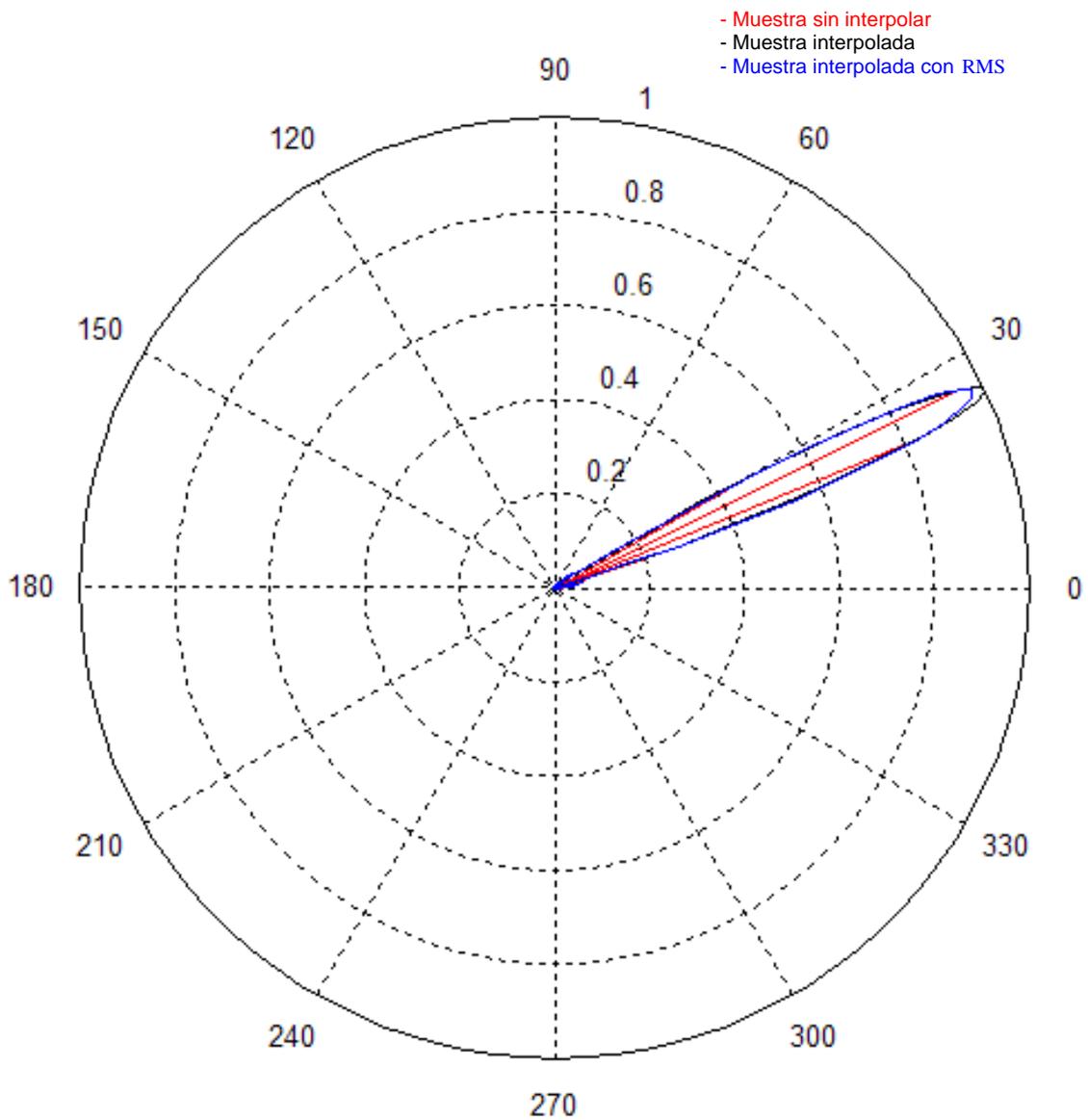


Fig. 6.5. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 25° de dirección de arribo.

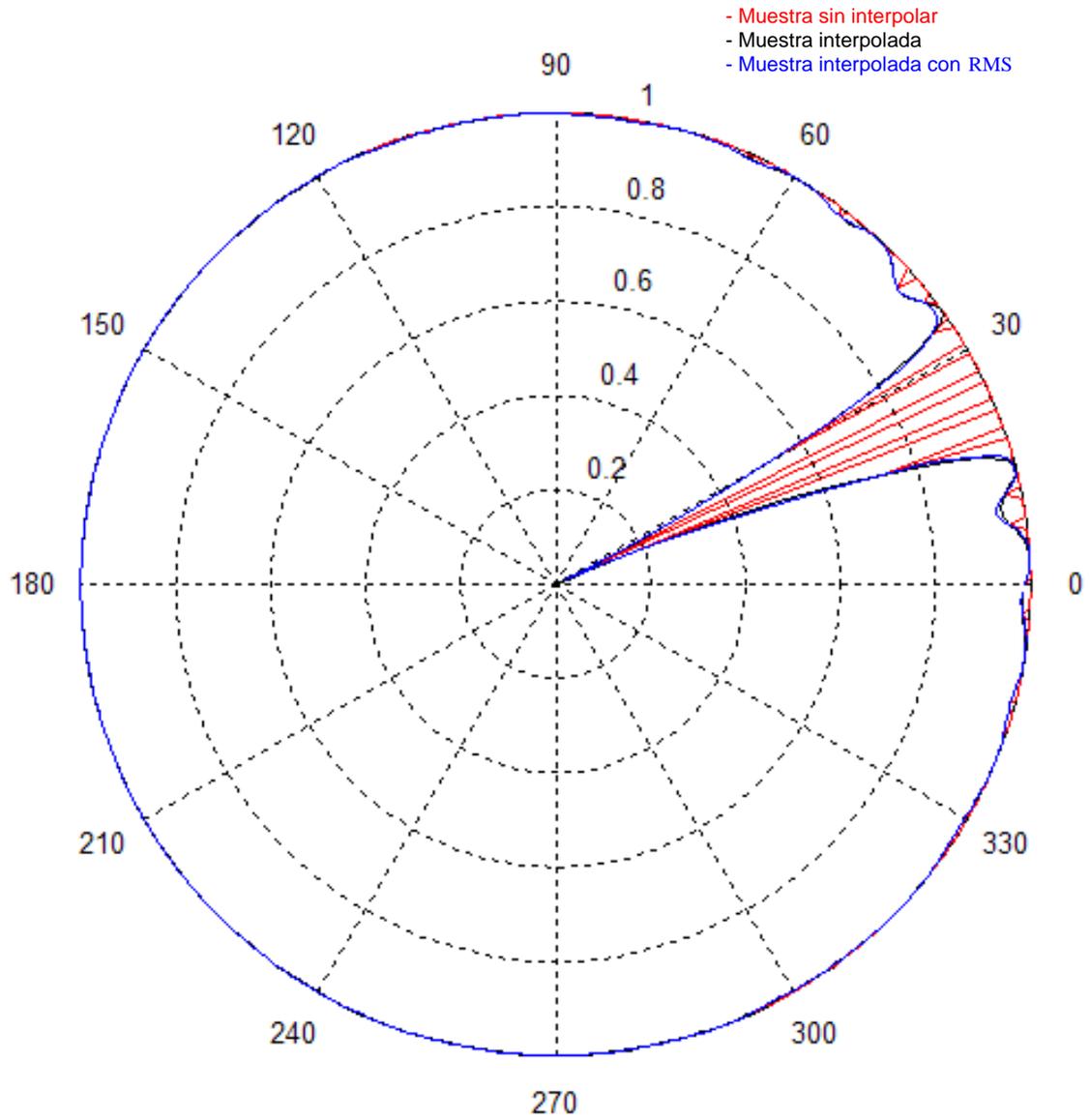


Fig. 6.6. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 25° de dirección de arriba.

Si hacemos el análisis espectral de las muestras espaciales y las muestras espaciales con RMS sin interpolar, tendremos el espectro como se observa en la **Fig. 6.7**, con una frecuencia normalizada. Esta gráfica nos indica que tan crítico puede ser el desborde espectral utilizando el criterio de Nyquist, esta también explica el rizado que aparece a los costados del lóbulo principal del haz interpolado, producido por el fenómeno de Gibbs para el filtro de interpolación diseñado, para este caso de simulación se obtiene mas rizado para las muestra espaciales con RMS, como observa en la **Fig. 6.4** y **Fig. 6.6**.

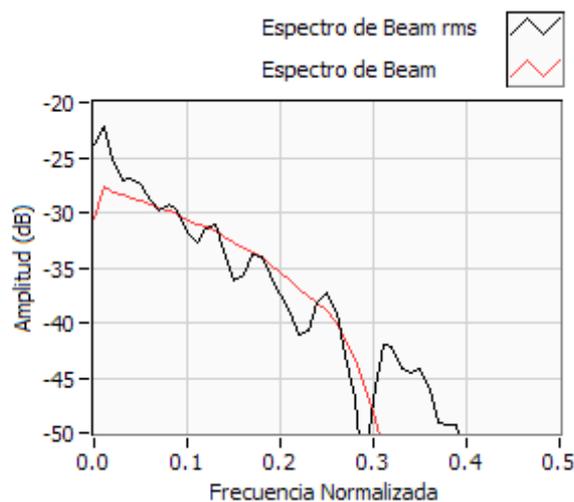


Fig. 6.7. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 25° de dirección de arriba.

Simulación 2.- Para la simulación se considera una señal monocromática de 1.8KHz, como se muestra en la **Fig. 6.1**, con 30° de dirección de arribo.

El vector de muestras espaciales resultante, es como se muestra en la **Fig. 6.8**, como podemos observar el patrón de haz de la señal incidente a 30° a sido discretizado con un ángulo de muestreo de 3.75° . La interpolación del vector de muestras espaciales y el vector de muestras espaciales con RMS, se muestran en la **Fig. 6.3** y **Fig. 6.4**, donde se obtiene una resolución de las muestras espaciales interpoladas de 0.75° .

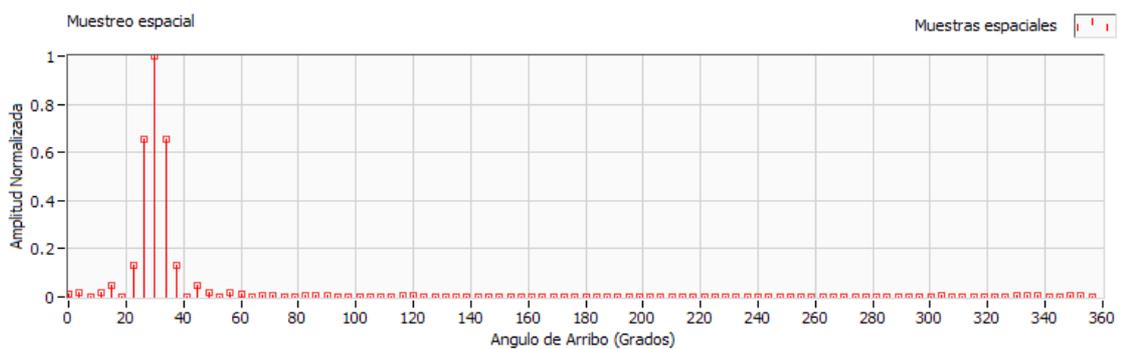


Fig. 6.8. Muestras espaciales de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 30° de dirección de arribo.

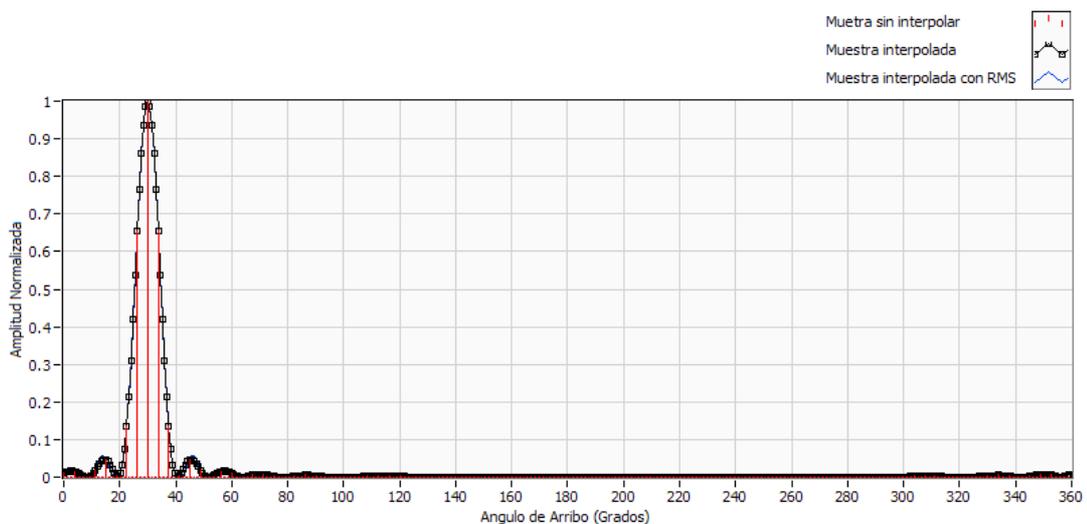


Fig. 6.9. Muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 30° de dirección de arribo.

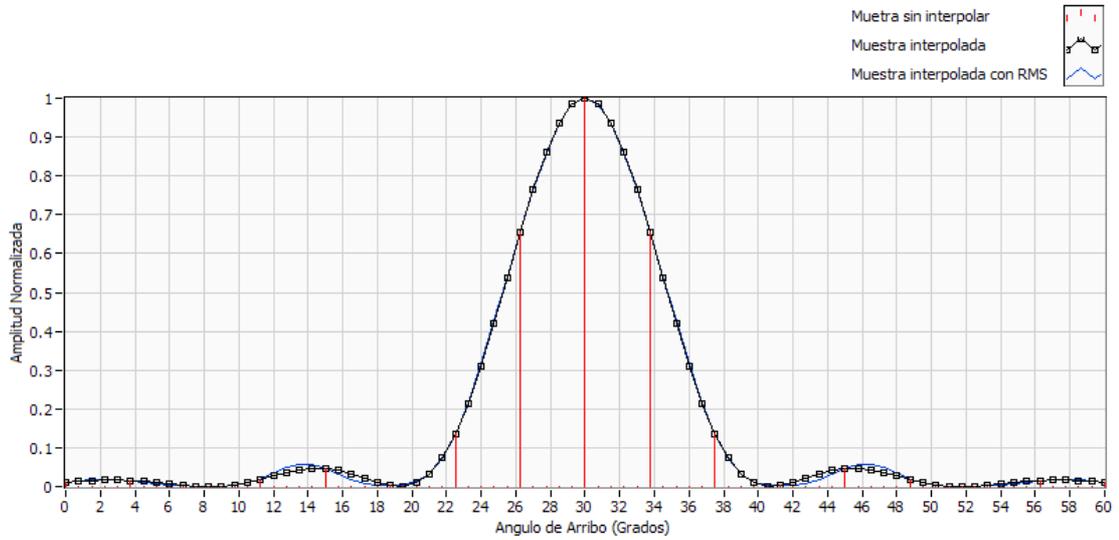


Fig. 6.10. Muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 30° de dirección de arribo, en el rango de 0° a 60°.

En la **Fig. 6.10** se muestra claramente la dirección de arribo de la señal interpolada a 30°. En la **Fig. 6.11** y **Fig. 6.12** se tienen la gráfica polar y polar invertida del muestreo espacial con una señal monocromática a 30 ° de dirección de arribo.

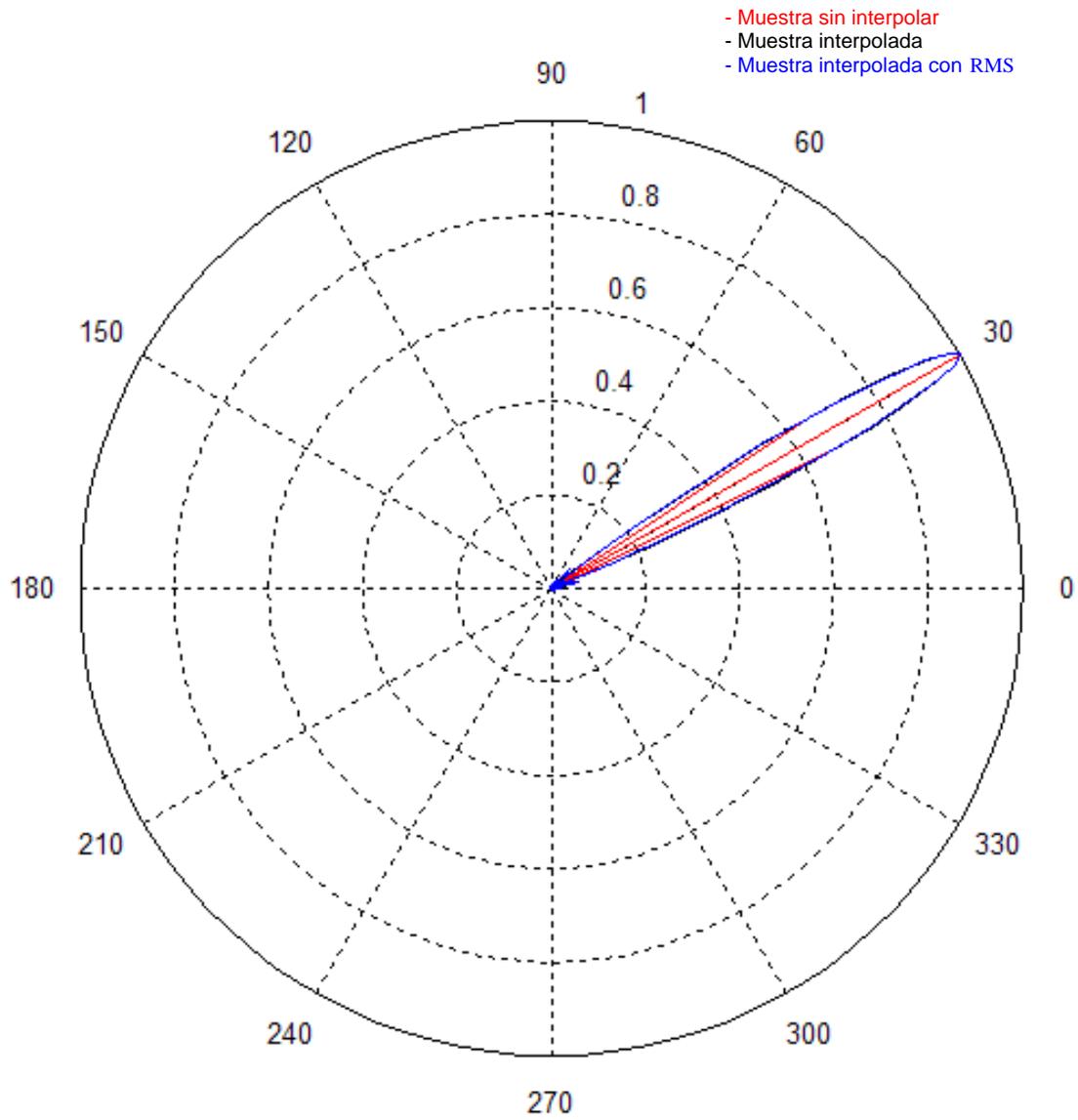


Fig. 6.11. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 30° de dirección de arribo.

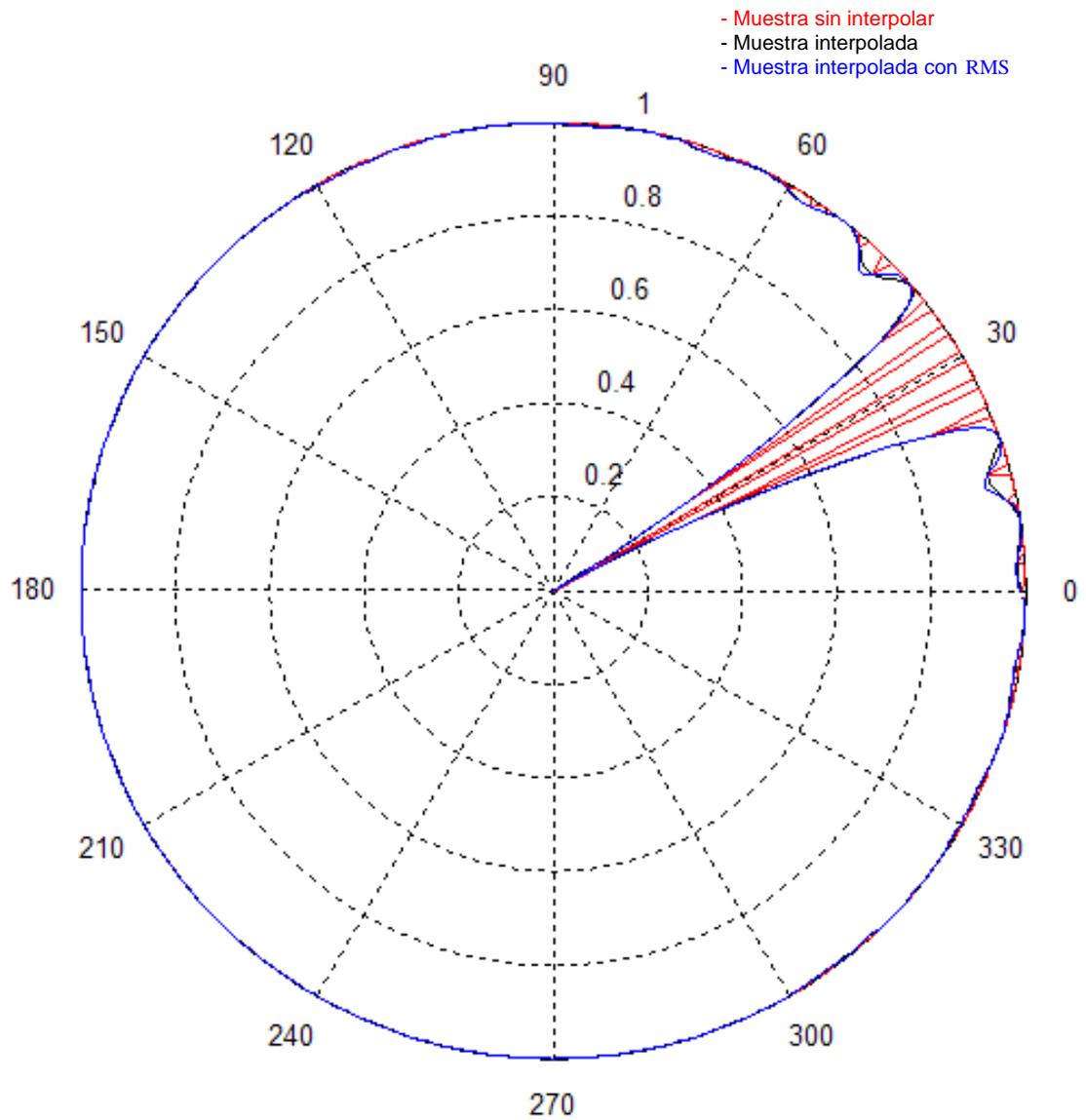


Fig. 6.12. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 30° de dirección de arribo.

En la **Fig. 6.7**, se tiene el espectro de las muestras espaciales y las muestras espaciales con RMS sin interpolar, con una frecuencia de muestreo normalizada. Para este caso de simulación, se obtiene mas rizado para las muestras espaciales con RMS, como observa en la **Fig. 6.10** y **Fig. 6.12**.

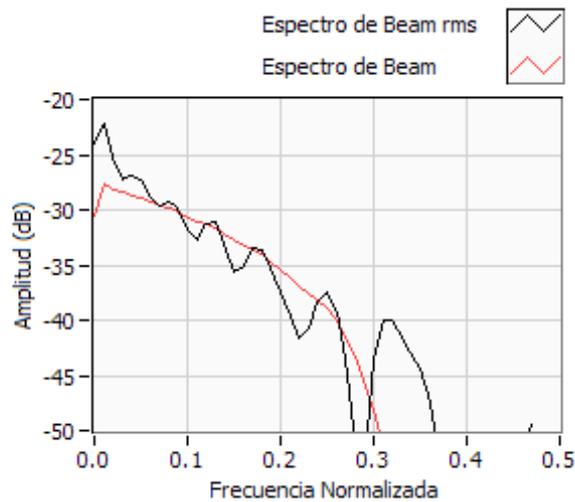


Fig. 6.13. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal monocromática con frecuencia de 1.8KHz y 30° de dirección de arribo.

6.2 Interpolación del Patrón Acústico de Señales Estocásticas

Para la simulación 1, 2 y 3, se asume una señal estocástica con una densidad espectral de energía como se muestra en la **Fig. 6.14**.

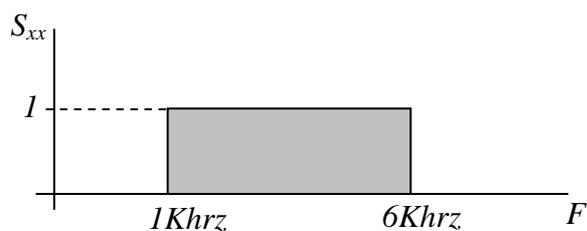


Fig. 6.14. Densidad espectral energía de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz.

Simulación 1.- Para la simulación, se asume una señal estocástica (**Fig. 6.14**), con dirección de arribo de 43.75° .

En la **Fig. 6.15** y **Fig. 6.16**, tenemos el muestreo espacial de la señal incidente, con interpolación del patrón acústico y el patrón en RMS.

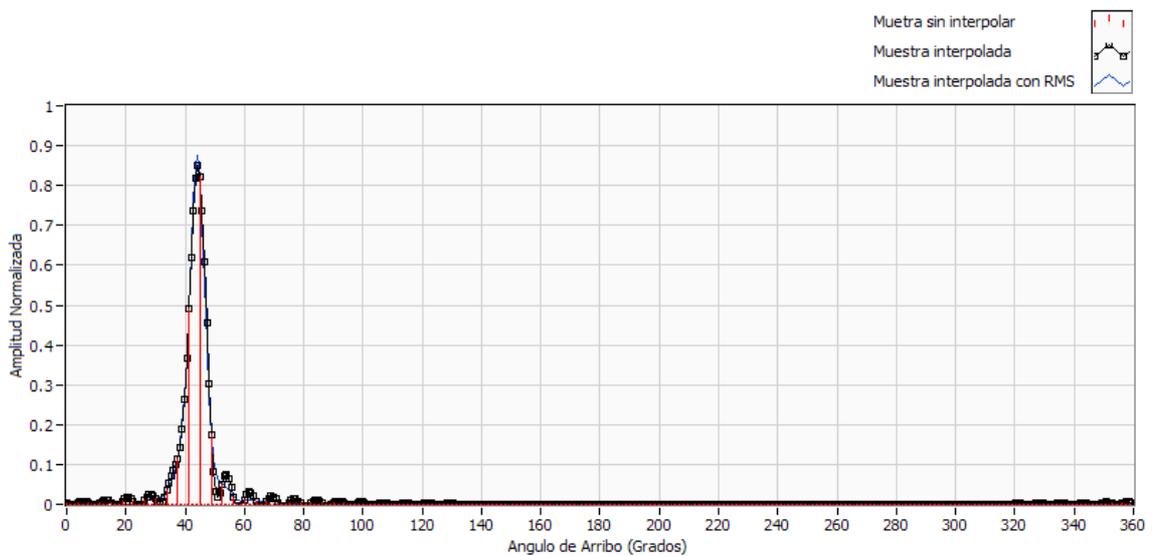


Fig. 6.15. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 43.75° de dirección de arribo.

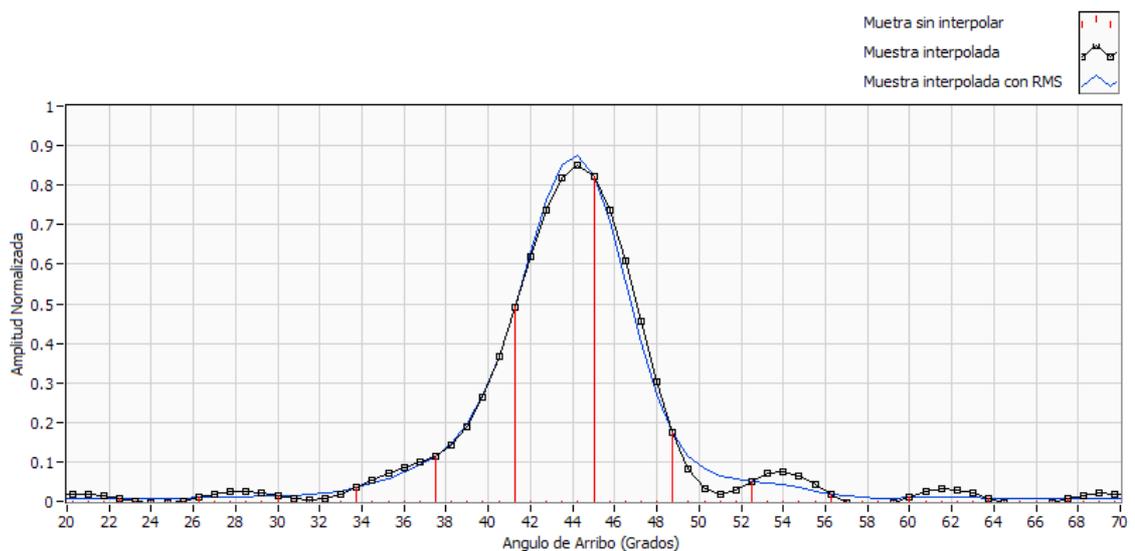


Fig. 6.16. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 43.75° de dirección de arribo, en el rango de 20° a 70° .

Si observamos la **Fig. 6.16** podemos determinar la dirección de arribo de la señal por 43.75° .

Si graficamos las muestras espaciales en forma polar y polar invertida tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.17** y **Fig. 6.18**.

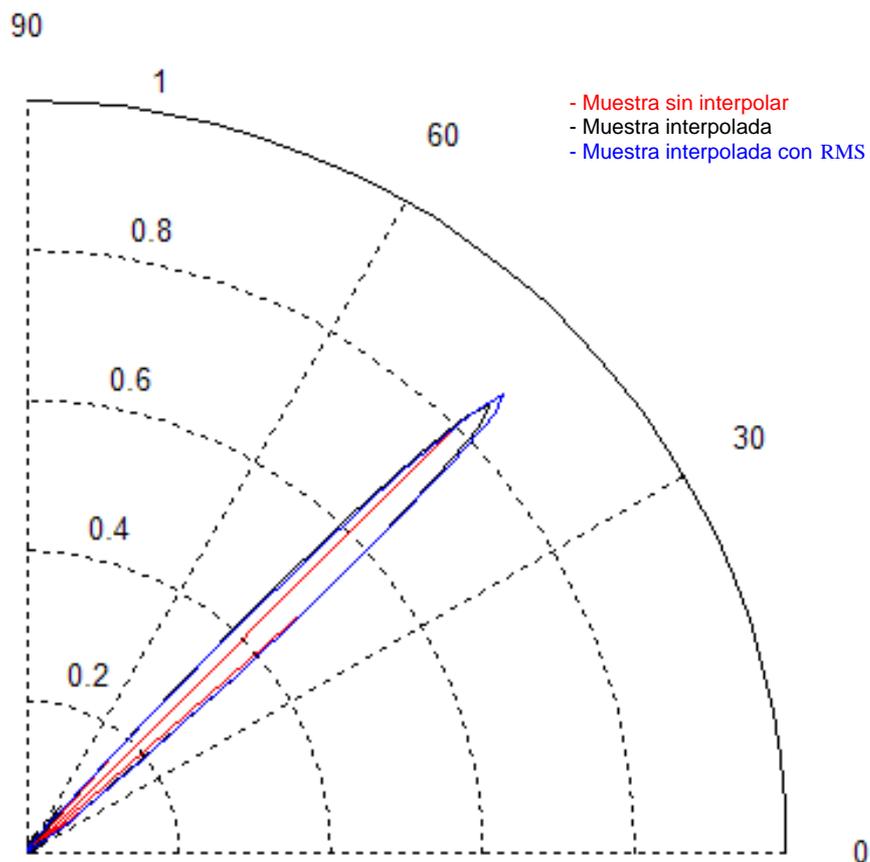


Fig. 6.17. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 43.75° de dirección de arribo.

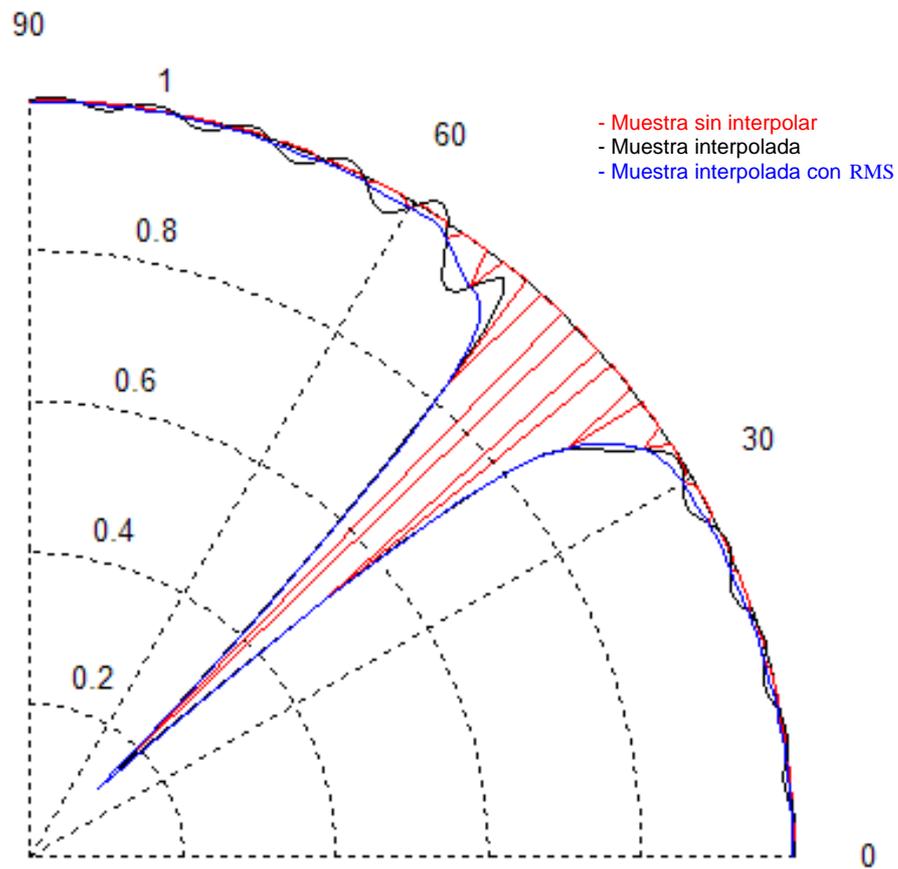


Fig. 6.18. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 43.75° de dirección de arribo.

Analizando el espectro del muestreo espacial y el muestreo espacial con RMS, tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.19**. Analizando la **Fig. 6.19**, **Fig. 6.18** y **Fig. 6.16**, podemos determinar que las muestras con RMS interpoladas, poseen menos rizado que las muestras espaciales sin RMS, esto difiere de los resultados obtenidos en la simulación 1 y simulación 2 de las señales monocromáticas.

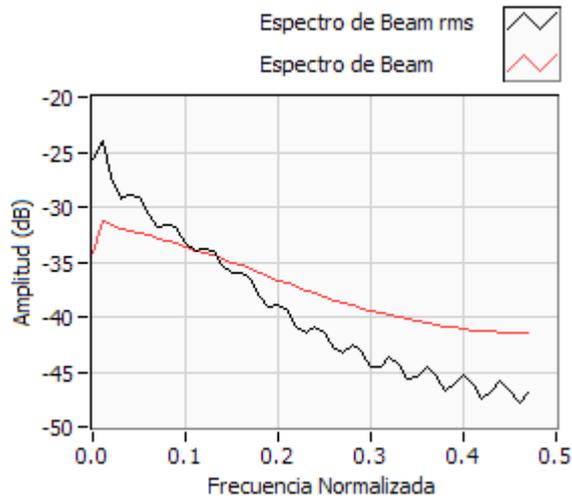


Fig. 6.19. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 43.75° de dirección de arribo.

Simulación 2.- Para la simulación 2 se tiene una señal estocástica como se observa en la **Fig. 6.14**, con dirección de arribo de 60°.

En la **Fig. 6.20**, se tiene el muestreo espacial de la señal incidente con interpolación del patrón acústico y el patrón en RMS.

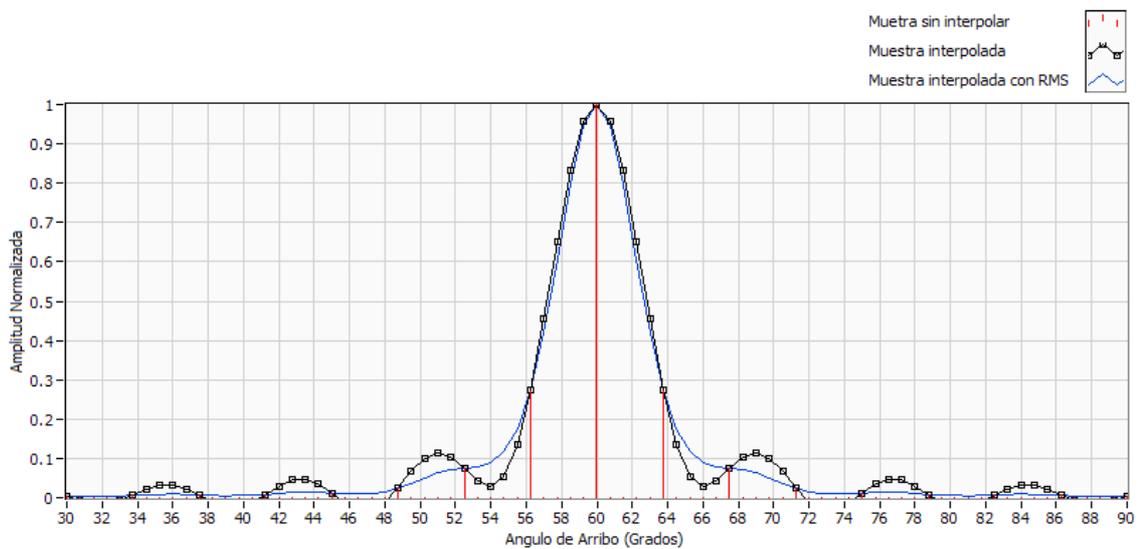


Fig. 6.20. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 60° de dirección de arribo.

Si graficamos el muestreo espacial en forma polar y polar invertida, tendremos los resultados de la interpolación como se muestra en la **Fig. 6.21** y **Fig. 6.22**, donde se muestra claramente la dirección de arribo de la señal a 60° .

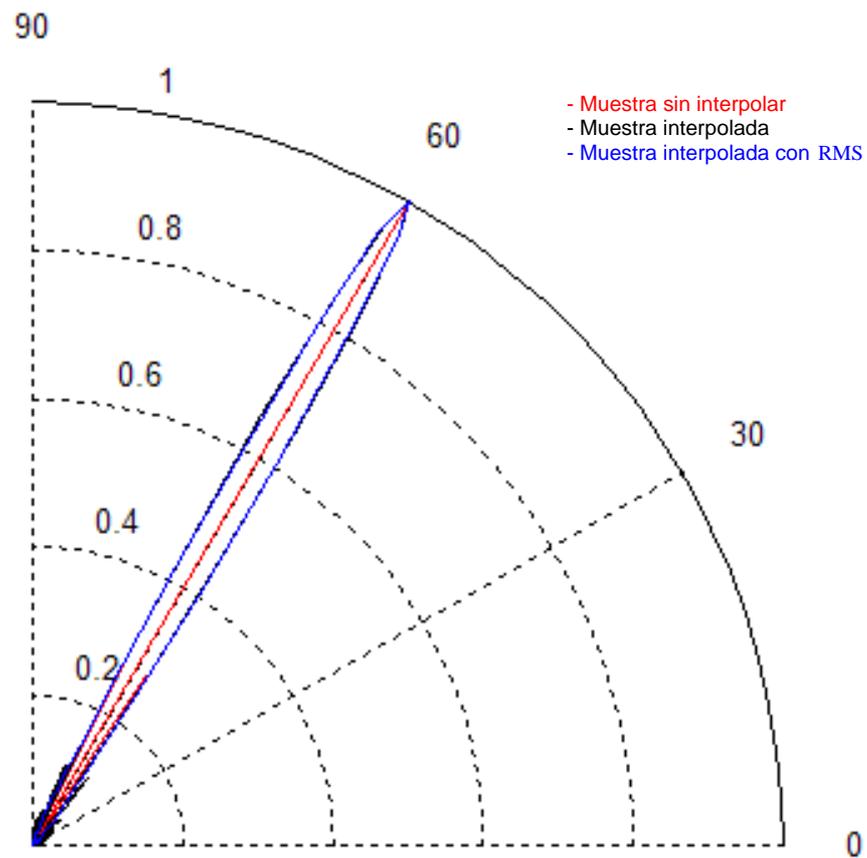


Fig. 6.21. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 60° de dirección de arribo.

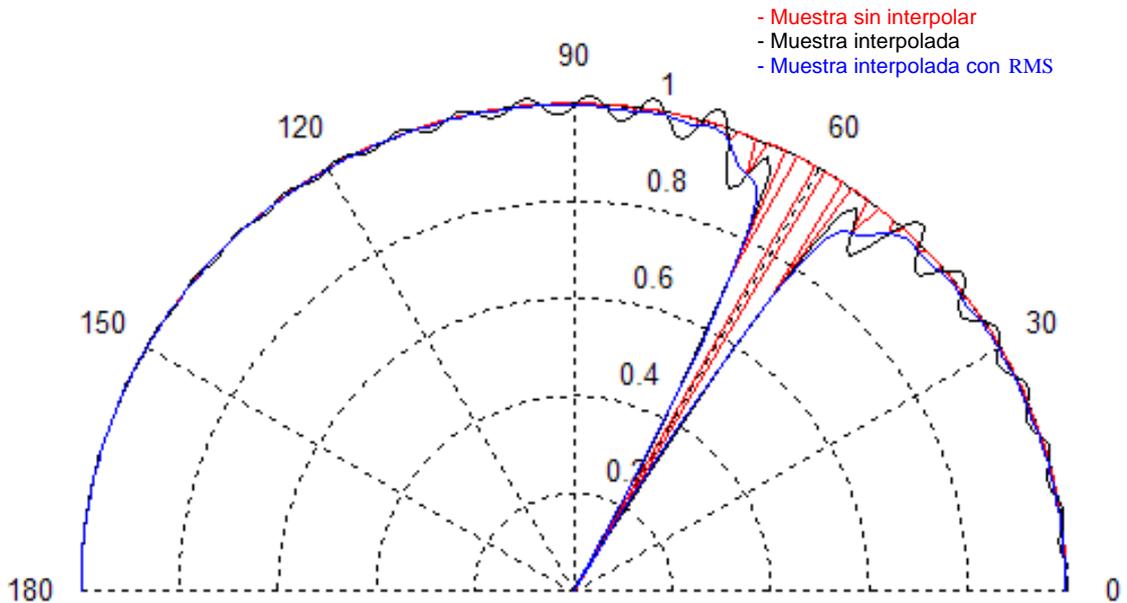


Fig. 6.22. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 60° de dirección de arribo.

Analizando el espectro del muestreo espacial y el muestreo espacial con RMS, tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.23**. De la **Fig. 6.23**, **Fig. 6.22** y **Fig. 6.20**, podemos determinar que las muestras con RMS interpoladas poseen menos rizado que las muestras espaciales sin RMS, al igual que en los resultados obtenidos en la simulación 1 de la señal estocástica estos resultados difieren de los resultados obtenidos en la simulación 1 y simulación 2 de las señales monocromáticas.

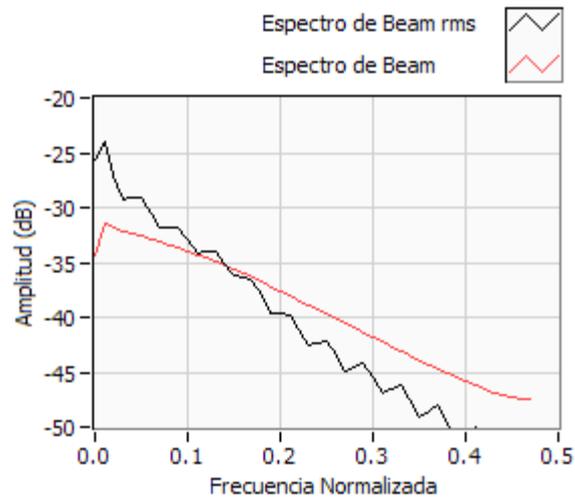


Fig. 6.23. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 60° de dirección de arribo.

Simulación 3.- Para la simulación 3, se tiene una señal estocástica como se observa en la **Fig. 6.14**, con dirección de arribo de 106.88°.

En la **Fig. 6.24**, se tiene el muestreo espacial de la señal incidente con interpolación del patrón acústico y el patrón en RMS.

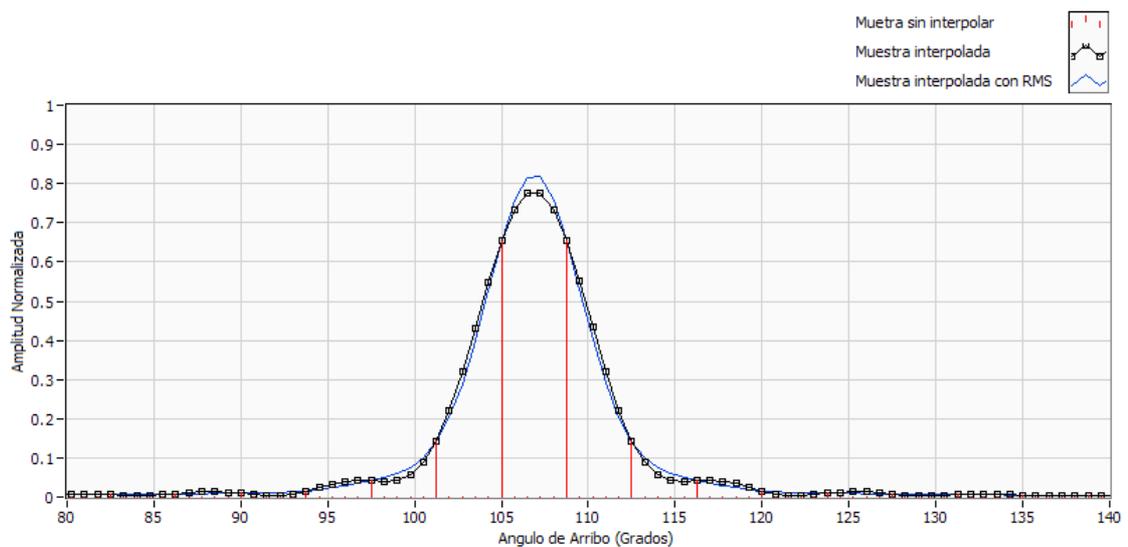


Fig. 6.24. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 106.88° de dirección de arribo.

Graficando el muestreo espacial en forma polar y polar invertida, tendremos los resultados de la interpolación como se muestra en la **Fig. 6.25** y **Fig. 6.26**, donde se muestra la dirección de arribo de la señal a 106.88° .

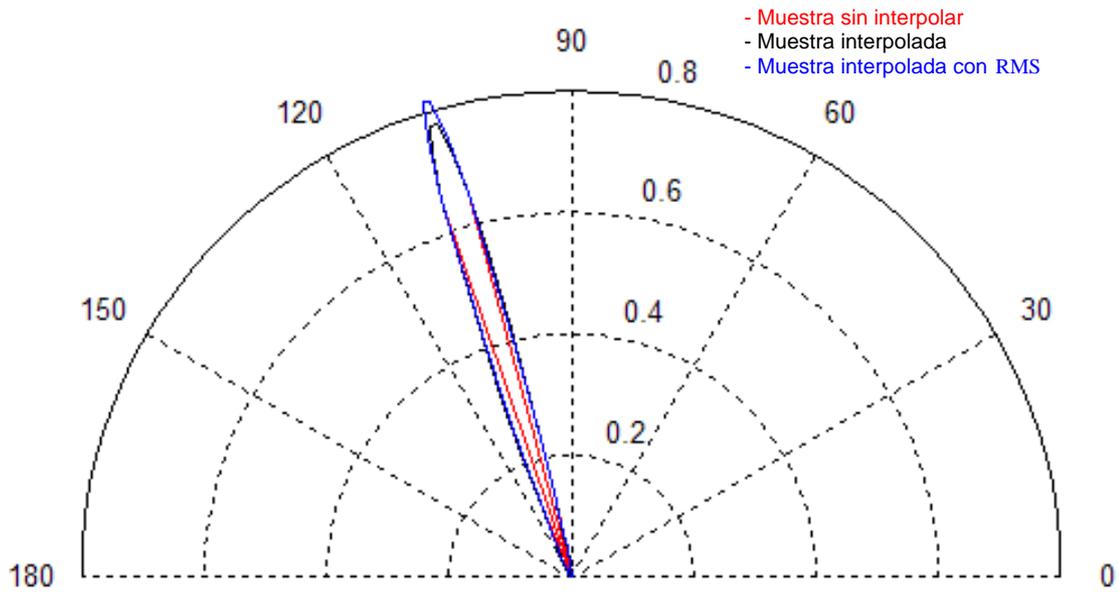


Fig. 6.25. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 106.88° de dirección de arribo.

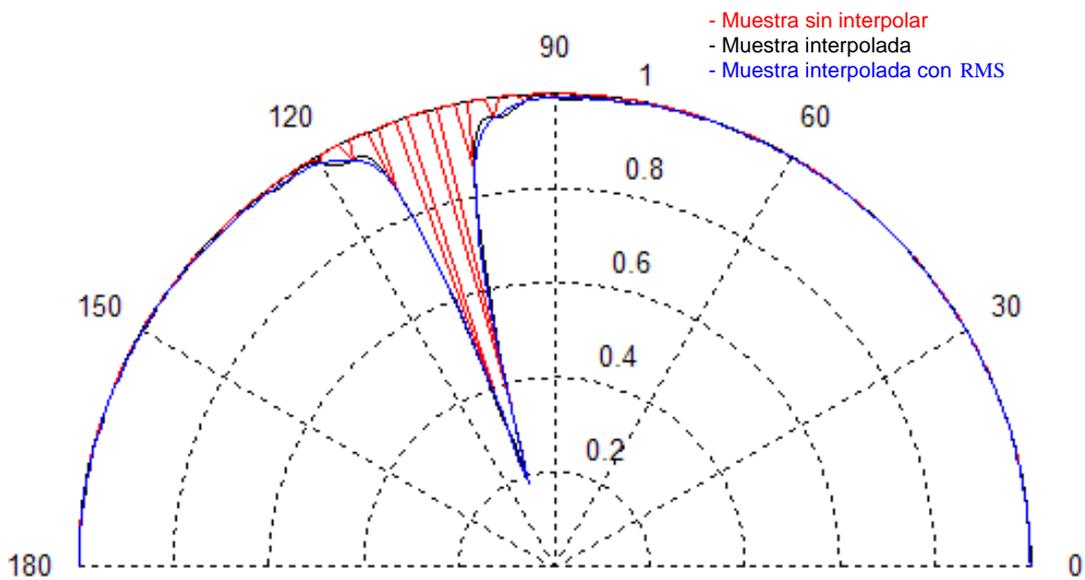


Fig. 6.26. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 106.88° de dirección de arribo.

Si analizamos el espectro del muestreo espacial y el muestreo espacial con RMS, tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.27**. De la **Fig. 6.23**, **Fig. 6.22** y **Fig. 6.20**, podemos determinar que las muestras con RMS interpoladas poseen menos rizado que las muestras espaciales sin RMS, este resultado es similar al obtenido en la simulación 1 y simulación para señales estocásticas.

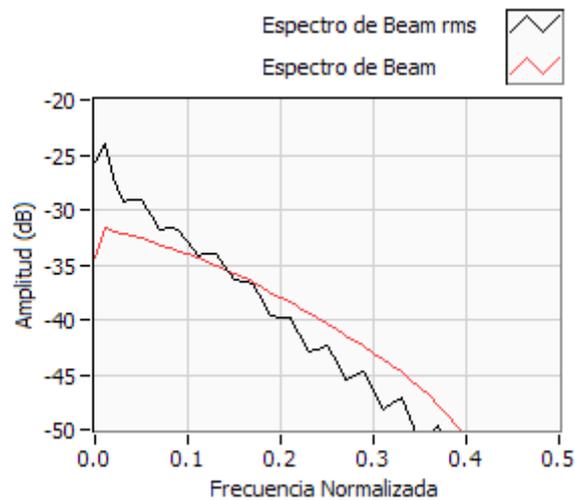


Fig. 6.27. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz y 106.88° de dirección de arribo.

Para la simulación 4, 5 y 6 se asume una señal estocástica con la una densidad espectral de energía como se muestra en la **Fig. 6.28**.

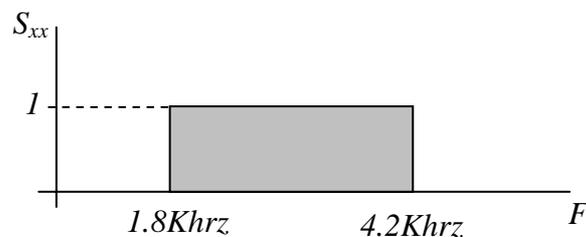


Fig. 6.28. Densidad espectral energía de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz.

Simulación 4.- Para la simulación 4, se tiene una señal estocástica como se observa en la **Fig. 6.28**, con dirección de arribo de 222.1° .

En la **Fig. 6.29**, se tiene el muestreo espacial de la señal incidente con interpolación del patrón acústico y el patrón en RMS.

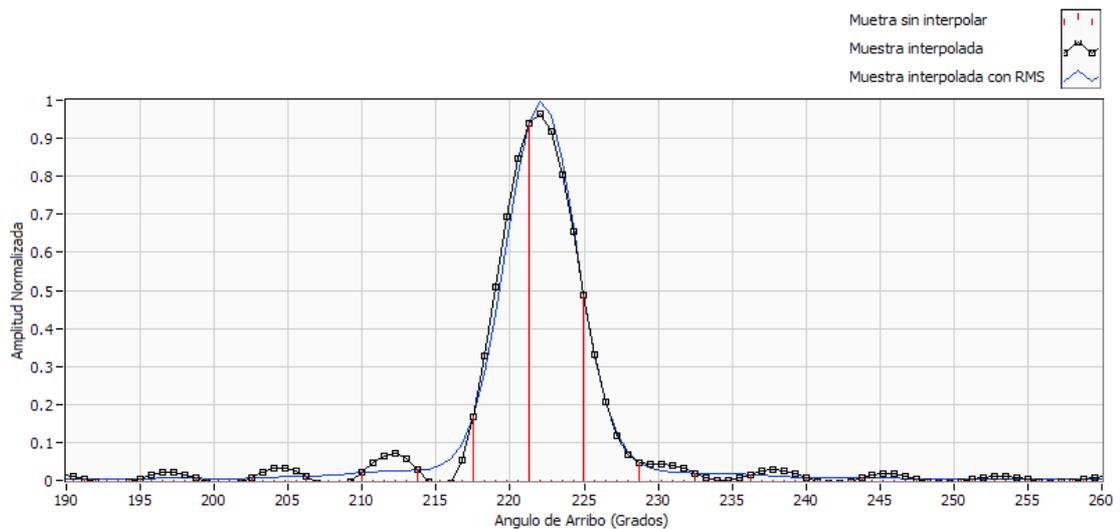


Fig. 6.29. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 222.1° de dirección de arribo.

Si graficamos el muestreo espacial en forma polar y polar invertida, tendremos los resultados de la interpolación como se muestra en la **Fig. 6.30** y **Fig. 6.31**, donde se muestra la dirección de arribo de la señal a 222.1° .

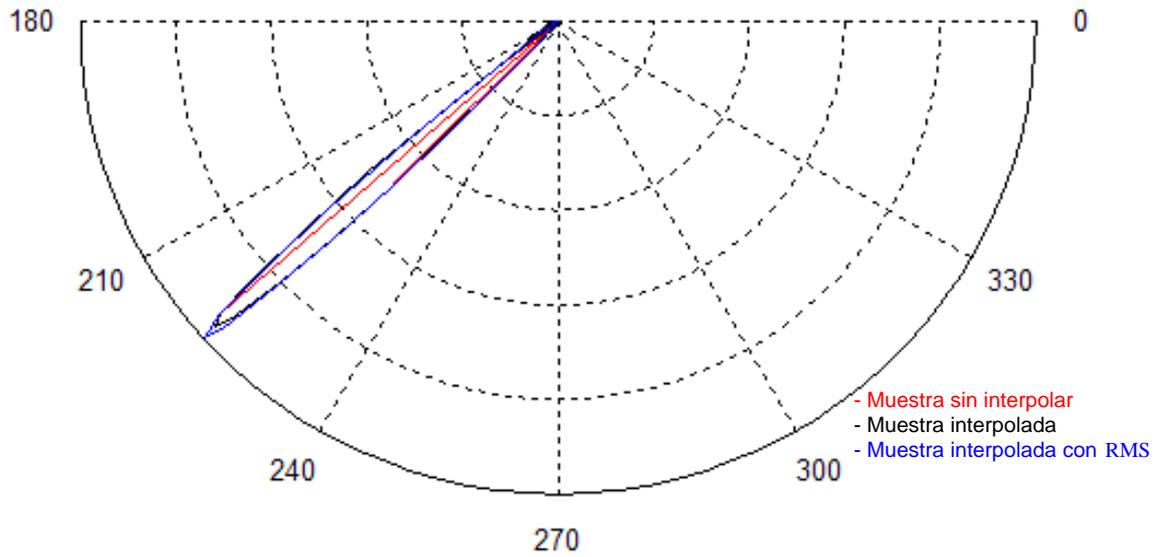


Fig. 6.30. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 222.1° de dirección de arribo.

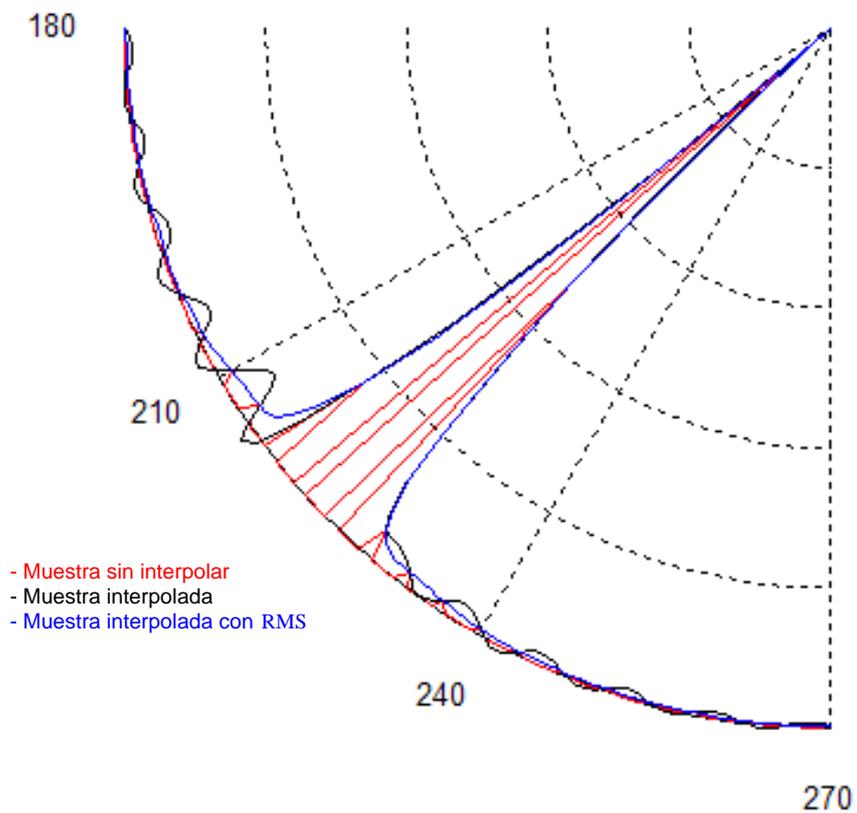


Fig. 6.31. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 222.1° de dirección de arribo.

Si analizamos el espectro del muestreo espacial y el muestreo espacial con RMS, tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.32**. De la **Fig. 6.32**, **Fig. 6.31** y **Fig. 6.29**, podemos determinar que las muestras con RMS interpoladas poseen menos rizado que las muestras espaciales sin RMS.

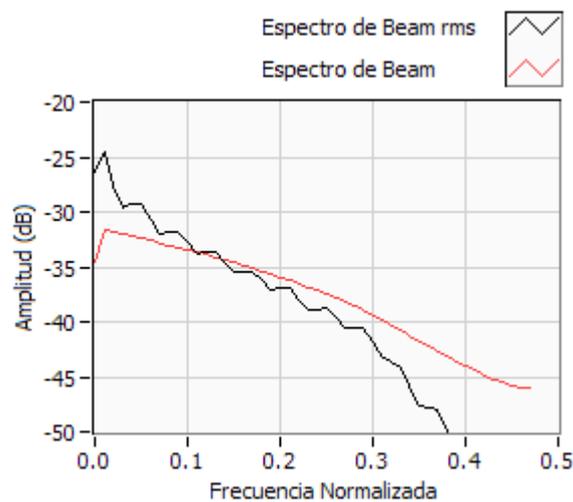


Fig. 6.32. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 222.1° de dirección de arribo.

Simulación 5.- Para la simulación 5, se tiene una señal estocástica como se observa en la **Fig. 6.28**, con dirección de arribo de 270°.

En la **Fig. 6.33**, se tiene el muestreo espacial de la señal incidente con interpolación del patrón acústico y el patrón en RMS.

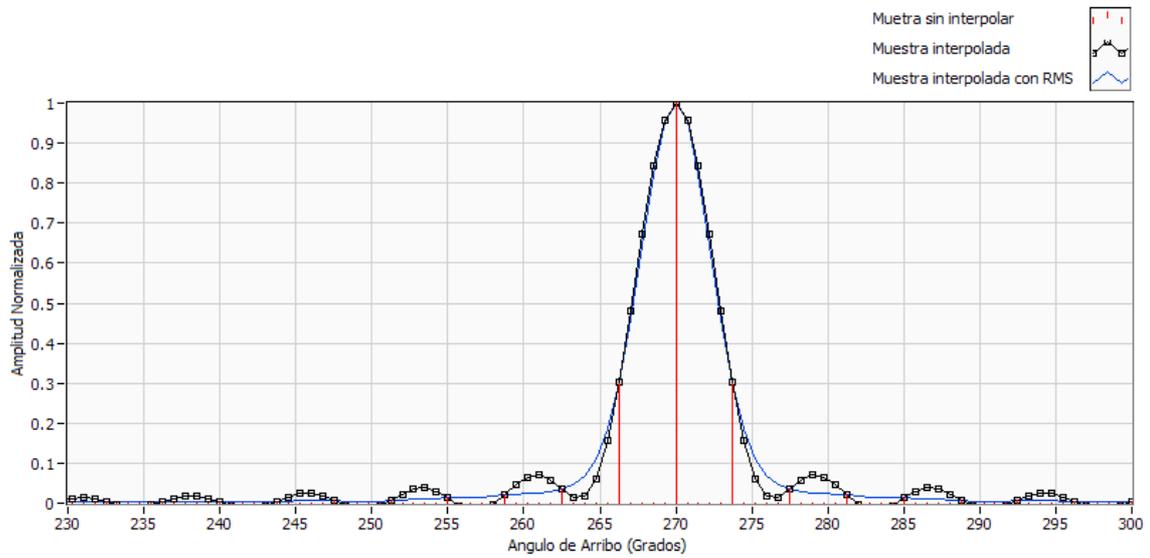


Fig. 6.33. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 270° de dirección de arribo.

Si graficamos el muestreo espacial en forma polar y polar invertida, tendremos los resultados de la interpolación como se muestra en la **Fig. 6.34** y **Fig. 6.35**, donde se muestra la dirección de arribo de la señal a 270°.

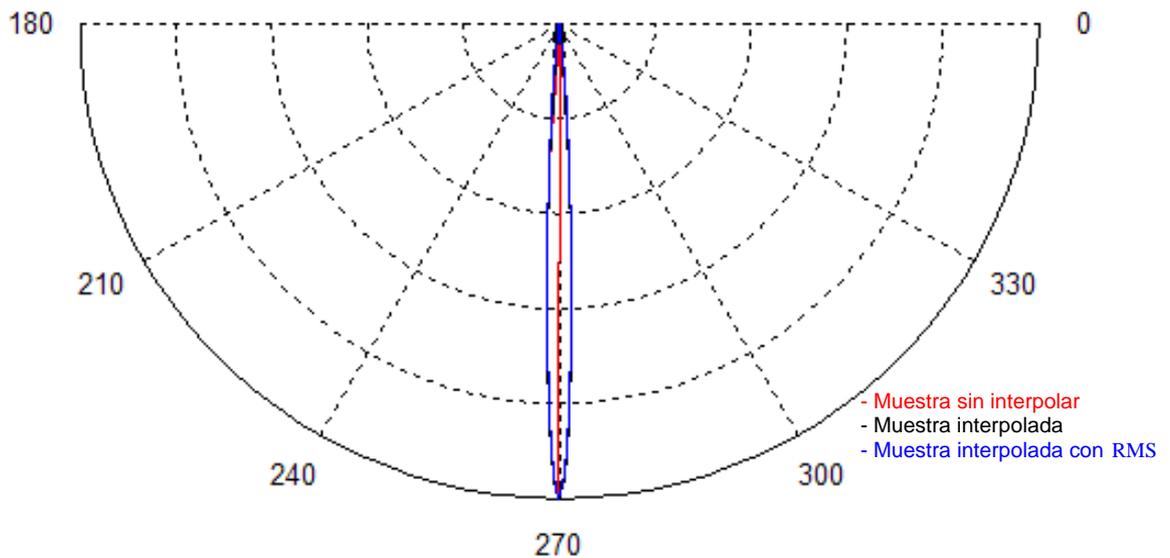


Fig. 6.34. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 270° de dirección de arribo.

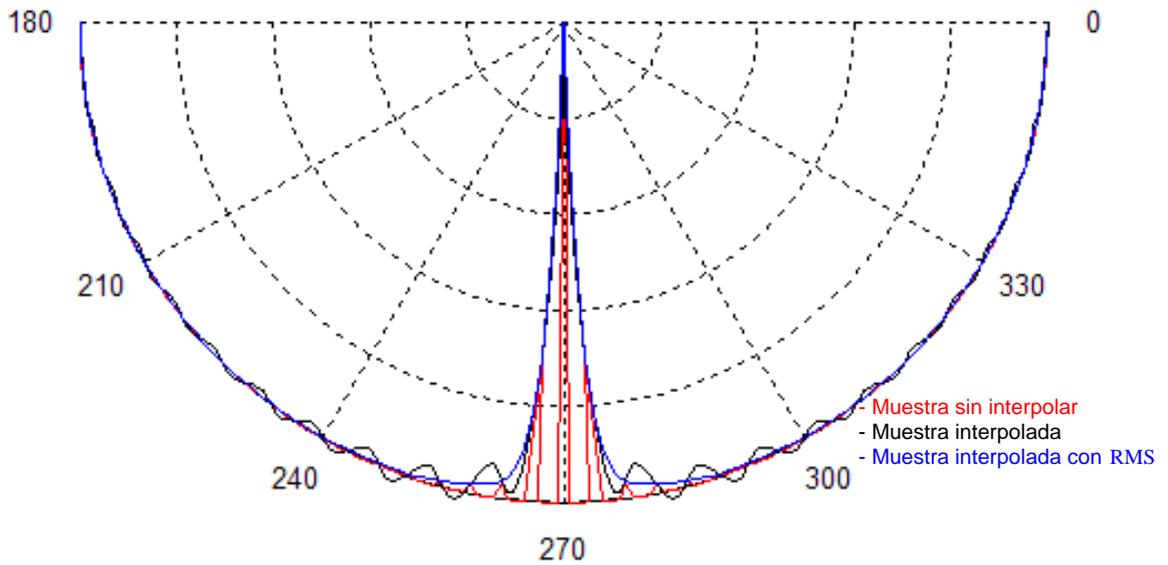


Fig. 6.35. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 270° de dirección de arribo.

Analizando el espectro del muestreo espacial y el muestreo espacial con RMS, tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.36**. De la **Fig. 6.36**, **Fig. 6.35** y **Fig. 6.33**, podemos determinar que las muestras con RMS interpoladas poseen menos rizado que las muestras espaciales sin RMS.

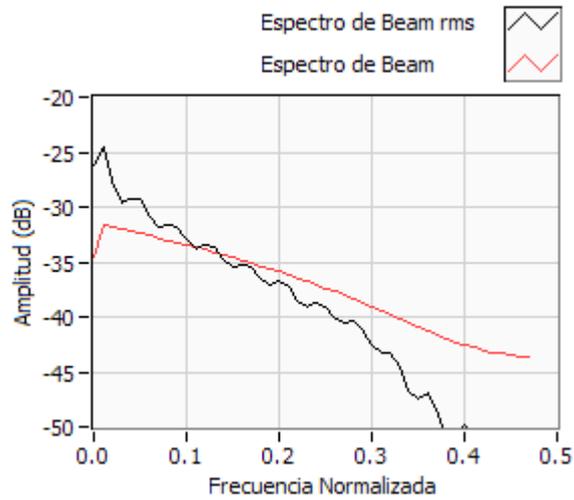


Fig. 6.36. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 270° de dirección de arribo.

Simulación 6.- Para la simulación 6, se tiene una señal estocástica como se observa en la **Fig. 6.28**, con dirección de arribo de 303.7°.

En la **Fig. 6.37**, se tiene el muestreo espacial de la señal incidente con interpolación del patrón acústico y el patrón en RMS.

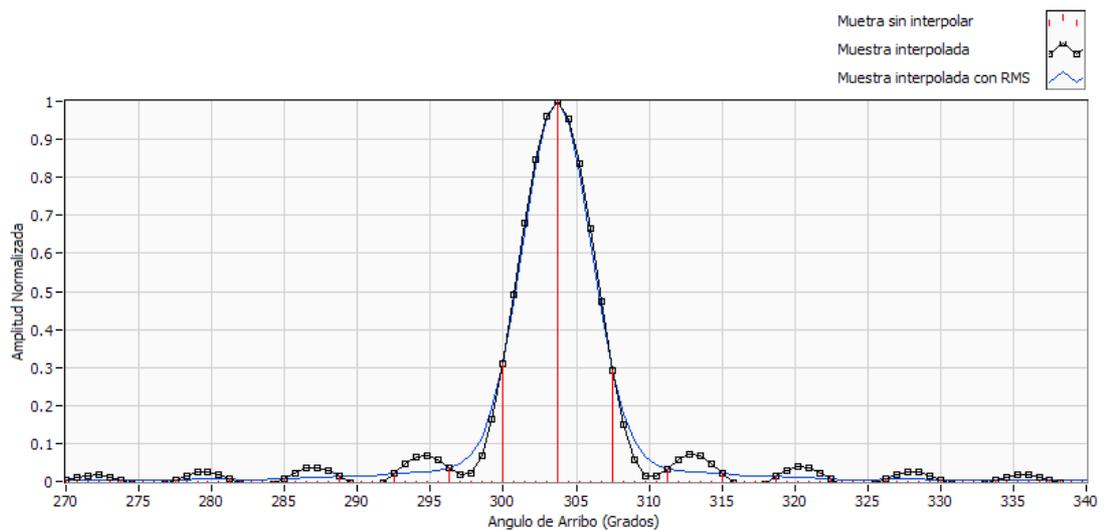


Fig. 6.37. Muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 303.7° de dirección de arribo.

Si graficamos el muestreo espacial en forma polar y polar invertida, tendremos los resultados de la interpolación como se muestra en la **Fig. 6.38** y **Fig. 6.39**, donde se muestra la dirección de arribo de la señal a 270° .

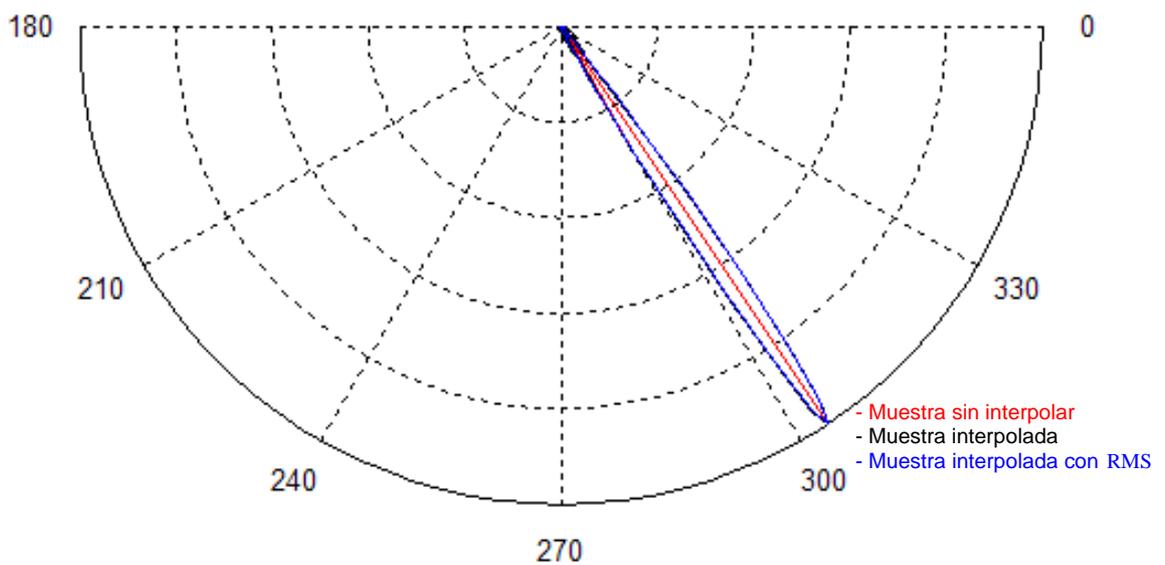


Fig. 6.38. Representación polar de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 303.7° de dirección de arribo.

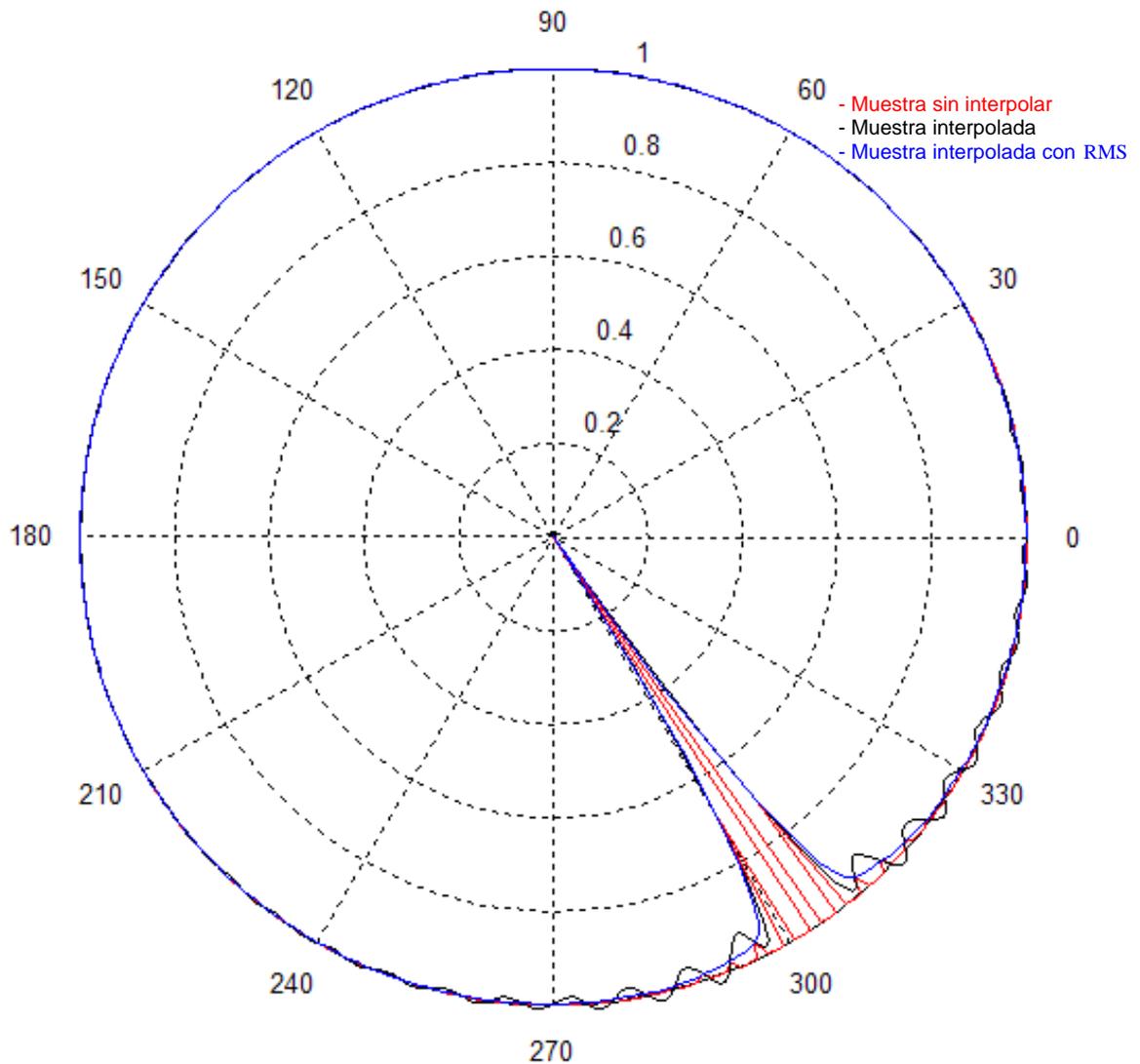


Fig. 6.39. Representación polar invertida de las muestras espaciales interpoladas de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 303.7° de dirección de arribo.

Analizando el espectro del muestreo espacial y el muestreo espacial con RMS, tendremos los resultados como se muestra en la **Fig. 6.40**. De la **Fig. 6.40**, **Fig. 6.39** y **Fig. 6.37**, podemos determinar que las muestras con RMS interpoladas, poseen menos rizado que las muestras espaciales sin RMS.

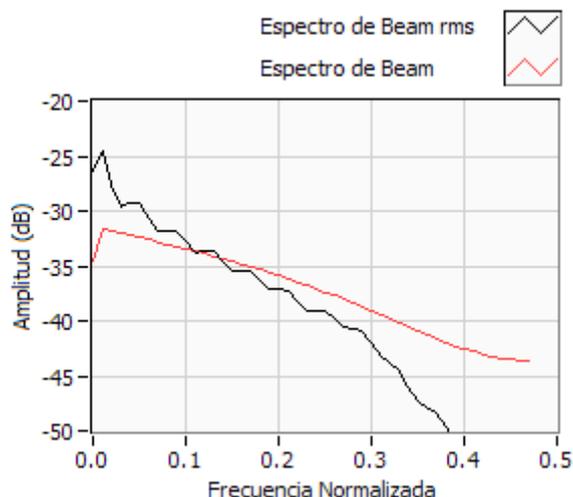


Fig. 6.40. Análisis espectral de las muestras espaciales de una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz y 303.7° de dirección de arribo.

6.3 Error de Medición de Dirección de Arribo (DOA) Para Señales

Estocásticas

Para el error de medición de la dirección de arribo, se considera una señal estocástica con densidad espectral de energía, con un ancho de banda de 1Khz a 6Khz, como de muestra en la **Fig. 6.14**.

Para medir el ángulo de arribo discretizado, consideramos al pico máximo de las muestras espaciales y hacemos un barrido del ángulo de arribo de 0° a 360° , para ver el error en la medición del DOA.

En la **Fig. 6.41** y **Fig. 6.42**, se muestra el error de medición de la dirección de arribo, donde podemos observar que el error se minimiza si interpolamos las muestras del has y las muestras con RMS, este error no supera a $\pm 1^\circ$, mientras que si consideramos las muestras sin interpolar, este error supera a $\pm 1.5^\circ$ para algunos rangos de la dirección de arribo. También podemos

observar, que existe un periodo en cuanto a la variación del error en función de la dirección de arribo, tanto en las muestras sin interpolar, como en las interpoladas.

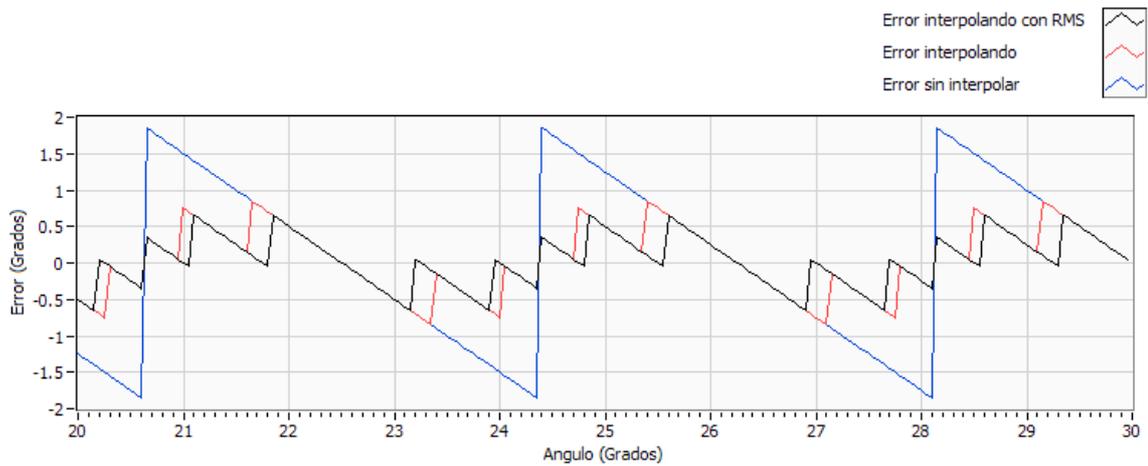


Fig. 6.41. Error de medición del DOA para una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz.

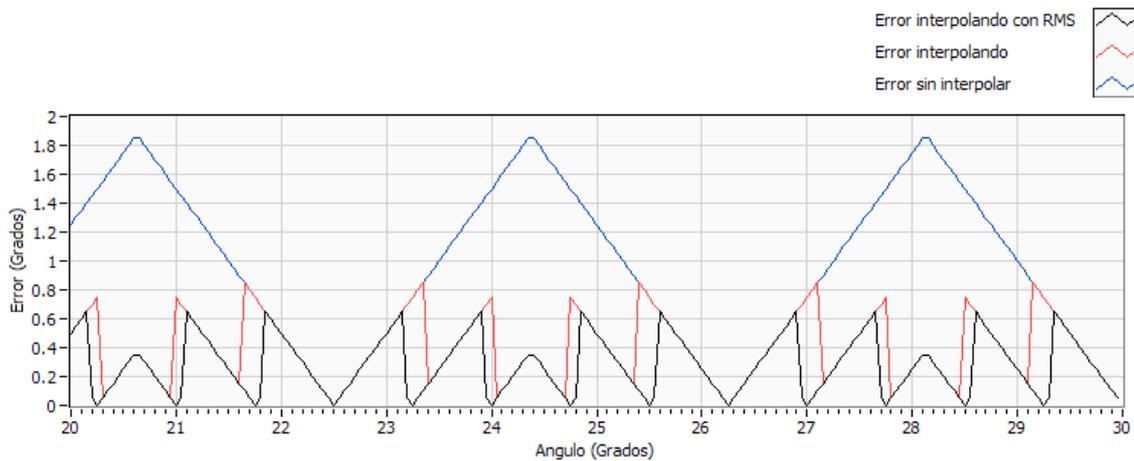


Fig. 6.42. Error de medición absoluto del DOA para una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1Khrz a 6Khrz.

Para la siguiente medición del error del DOA, se considera una señal estocástica con un ancho de banda de 1.8Khz a 4.2Khz, como se muestra en la **Fig. 6.28**.

Para medir el ángulo de arribo discretizado, consideramos al pico máximo de las muestras espaciales y hacemos un barrido del ángulo de arribo de 0° a 360° , para ver el error en la medición del DOA.

En la **Fig. 6.43** y **Fig. 6.44**, se muestra el error de medición de la dirección de arribo, el error de medición del DOA es menor en las muestras espaciales interpoladas. Podemos observar también que existe dependencia en el error de medición del DOA, para las muestras interpoladas en función del espectro de la señal incidente.

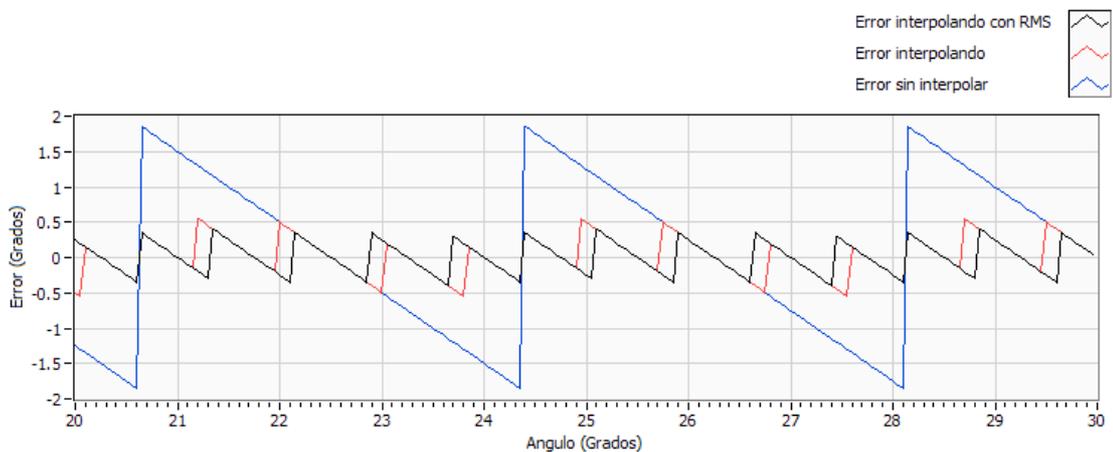


Fig. 6.43. Error de medición del DOA para una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khz a 4.2Khz.

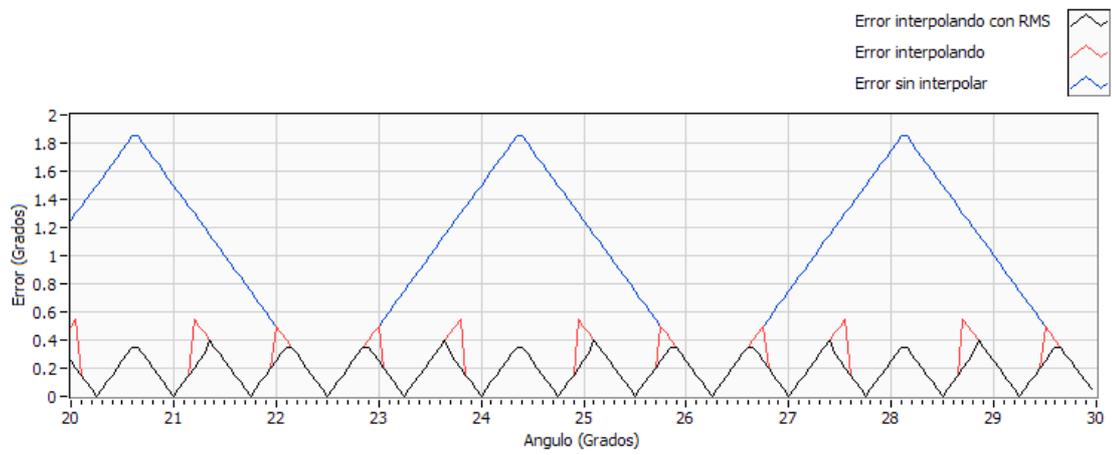


Fig. 6.44. Error de medición absoluto del DOA para una señal estocástica con una banda de frecuencia de 1.8Khrz a 4.2Khrz.

CAPITULO VII

Conclusiones y Recomendaciones

- Podemos aumentar la resolución en el muestreo espacial si interpolamos las muestras con el interpolador del patrón acústico propuesto, tal como se observaron en los resultados del capítulo correspondiente a la simulación.
- Podemos ver también que el error de estimación del ángulo de arribo disminuye, esto determina la aplicabilidad del método propuesto para la reconstrucción del patrón acústico.
- Las muestras interpoladas exhiben claramente estar afectadas por el fenómeno de Gibbs y Nyquist (lo que implica la existencia de aliasing), para ello es recomendable realizar un análisis más profundo del espectro de las muestras espaciales, esto se puede conseguir utilizando la transformada de Fourier.
- Las simulaciones realizadas se han desarrollado asumiendo la presencia de un solo blanco o contacto, para el caso de dos o más señales podríamos utilizar el mismo simulador de patrón acústico, superponiendo el patrón acústico de las señales a la dirección de arribo respectiva. Para esto es necesario considerar que las señales no se correlacionan y por consiguiente podríamos aplicar el principio de superposición en potencia.
- También se demuestra la aplicabilidad de los filtros FIR invariantes en el tiempo para el proceso de interpolación.
- El algoritmo de interpolación del patrón acústico desarrollado en C++ es aplicable en procesos de tiempo real, tanto en procesadores DSP (Digital SignalProcessor) como en computadores con sistemas embebidos, gracias al desarrollo de su estructura eficiente.

Bibliografía y Referencias

- [1] Stergios Stergiopoulos, Advanced signal Processing Handbook, CRC Press LLC, E.E.U.U., 2001.
- [2] Van Veen Barry y M. Buckley Kevin, Beamforming Techniques for Spatial Filtering, CRC Press LLC, E.E.U.U., 1999.
- [3] R. Fuhrman Daniel, Complex Random Variables and Stochastic Processes, CRC Press LLC, E.E.U.U., 1999.
- [4] Le Chevalier Francois, Principles of Radar and Sonar Signal Processing, Artech House, Boston-London, 2002.
- [5] Yunhong Li, Broadband Beamforming and Direction Finding Using Concentric Ring Array, University of Missouri-Columbia, E.E.U.U., 2005.
- [6] Prabhakar S. Nidu, Sensor Array Signal Processing, CRC Press LLC, E.E.U.U., 2001.
- [7] Pillai, Array Signal Processing, C & P Technologies, E.E.U.U.
- [8] Jhon G. Proakis y Dimitris G. Manolakis, Tratamiento Digital de Señales, Prentice Hall, tercera edición, Madrid, 1998.
- [9] Gregory E. Allen, Brian L. Evans, David C. Schanbacher, Real-Time Sonar Beamforming on a Unix Workstation using Process Networks and POSIX Threads, The University of Texas at Austin, E.E.U.U.
- [10] Anton Kummert, Fuzzy Technology Implemented in Sonar Systems, IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 18, N° 4, Octubre 1993.
- [11] Skolnik Merrill I., Introduction to Radar Systems, Mc Graw-Hill, 3rd ed., E.E.U.U., 2001.
- [12] S. M. Bozic, Digital and Kalman filtering, Londres, Edward Arnold, 1979.
- [13] Lyons Richard G., Understanding digital signal processing, Prentice Hall, E.E.U.U., 2001.
- [14] Kuo Sen M, Lee Bob H., Real-Time Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, England, 2001.
- [15] Hsu Hwei P., Fourier Analysis, Simon & Schuster, Inc. Nueva York, E.E.U.U., 1970. [16] Vinay K. Ingle y Jhon G. Proakis, Digital Signal Processing Using Matlab V.4, PWS Publishing Company, Boston, E.E.U.U., 1997.
- [17] Burdic, Underwater Acoustic System Analysis, Prentice Hall, E.E.U.U., 1985
- [18] Vaseghi Saeed V., Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction, Jhon Wiley & Sons, 2nd ed., New York, E.E.U.U., 1996.
- [19] www.mathworks.com
- [20] www.ni.com