

UNIVERSIDAD RICARDO PALMA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECATRÓNICA



**Modelamiento y simulación en una prótesis transfemoral con
amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el
método de respuesta en frecuencia y método de espacio de
estados**

TESIS

**para optar el título profesional de
Ingeniero Mecatrónico**

PRESENTADA POR

Bach. Huaman Valverde, Luis Rosendo

Asesor: Dr. Ing. Sotelo Valer, Freedy

Lima-Perú

2019

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo agradezco a mis padres Braulio y Alicia, por sus enseñanzas, conocimiento y sostén, soportes para este logro. A mis hermanos por sus sugerencias que me enrumbaron a continuar adelante y por su aliento. Y a todos mis compañeros que me ayudaron a ser un buen profesional y también agradezco a Dios que siempre me da fuerza y me ilustra que si se quiere tener algo en la vida es a base de constante esfuerzo y, dedicación y también en el transcurso de todo este periodo, he logrado conocer personas extraordinarias.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	xii
ABSTRACT.....	xii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	2
1.1 Problematización	2
1.1.1 Problema general y específico.....	2
1.2 Objetivos.....	3
1.2.1 Objetivo general	3
1.2.2 Objetivos específicos.....	4
1.3 Importancia y justificación	4
1.4 Alcances y Limitaciones de la investigación	4
1.5 Estructura de la tesis	5
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	8
2.1. Antecedentes.....	8
2.2. Óptica de la investigación.....	12
2.2.1 Hipótesis general.....	12
2.2.2 Hipótesis específicas.....	12
2.3 Selección de variables.....	12
2.4. Bases Teóricas	13
2.4.1. Análisis de movimiento	13
2.4.2. La rodilla.....	16
2.4.3. Anatomía de la rodilla.....	17
2.4.5. Fisiología de la rodilla	19
2.4.5.1 Los movimientos de flexoextension	19
2.4.6. Análisis de marcha humana	19

2.4.7. Prótesis.....	23
2.4.7.1. Diseño.....	23
2.4.7.2. Prótesis transfemoral	25
2.4.7.3. Rodillo protética	26
2.4.7.4. Modelo doble péndulo invertido	27
2.4.7.5. Modelo de doble eslabón.....	28
2.4.7.6. Modelo de siete eslabones por gráficos de unión.....	28
2.4.8. Sistema de control por el método de espacio de estados	30
2.4.9. Sistema de control por el método de la respuesta en frecuencia	36
CAPÍTULO III: DESARROLLO DEL PROYECTO	40
3.1 Análisis de ingeniería.....	40
3.1.1 Selección del mecanismo de la Prótesis	40
3.2 Partes del Amortiguador	45
3.3 Finalidad del amortiguador	48
3.3.1 Cálculo de detalles mínimas del amortiguador	49
3.4 Modelo Dinámico del Sistema.....	51
3.4.1 Analogía con el modelo subactuado Grúa-Puente.....	51
3.4.2 Modelado Matemático de la Prótesis	51
3.4.3 Función de transferencia.....	56
3.5 Controlador con variables de estado	57
3.5.1 Ecuación de estado	57
3.6 Estudio y Elección del Control del Sistema de Amortiguación.....	59
3.7 Sistema electrónico	61
3.8 Sistema Informático	64
3.9 Sistema eléctrico	65
3.9.1 Motores.....	65

3.9.2 Baterías	67
CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y SIMULACIÓN	68
4.1. Simulación en Matlab	68
4.1.1 Procedimiento en Espacio de Estados para la estabilización y análisis del sistema	70
4.1.2 Procedimiento de estabilización y análisis del sistema manejando respuesta en frecuencia para el sistema	87
4.2. Discusión de resultados	94
4.3. Costos del prototipo	95
CONCLUSIONES	98
RECOMENDACIONES.....	100
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
ANEXOS	1065

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1:	Características del PIC 16F84A	105
Anexo 2:	Plano del tornillo.....	107
Anexo 3:	Plano de la Pantorilla	108
Anexo 4:	Plano de soporte peso.....	109
Anexo 5:	Plano del amortiguador	110
Anexo 6:	Plano del ensamblado total	111
Anexo 7:	Plano de la camisa del amortiguador	112
Anexo 8:	Plano del pistón del amortiguador	113
Anexo 9:	Plano de la guía del pistón	114
Anexo 10:	Plano del soporte acumulador de la pantorilla	115
Anexo 11:	Plano de la membrana	116
Anexo 12:	Plano del soporte vástago rodilla	117
Anexo 13:	Código de programa para hallar la salida de la función de transferencia del sistema de una función impulso o una función escalón	118
Anexo 14:	Código de programa para crear el modelamiento del comportamiento del sistema por el método matemático para designar las matrices	119
Anexo 15:	Código de programa para analizar el comportamiento de todo el sistema para ello se utiliza la forma de variables de estado con la finalidad de aportar resultados de observabilidad y controlabilidad del sistema.....	120
Anexo 16:	Código de programa para lograr la posición del centro de masa, el ángulo de la rodilla y estabilizar las salidas.....	121
Anexo 17:	Código del programa para eliminar el error de estado estacionario, se realiza agregando una ganancia constante “Nbar”.....	122
Anexo 18:	Código del programa en PIC16F84A.....	123

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Definición operacional de las variables	13
Tabla 2: Comparación de los tipos de modelos con sus ventajas y desventajas.....	29
Tabla 3: Acciones básicas del controlador	32
Tabla 4: Longitud del hueso masculino	40
Tabla 5: Longitud del hueso femenino	41
Tabla 6. Características de la fibra de carbono y resultados arrojados por Solidworks .	45
Tabla 7: Comportamiento de la rodilla en individuo, ángulo filtrado	49
Tabla 8: Costo de maquinados.....	96
Tabla 9: Costo de elementos eléctricos, mecánicos, electrónicos	96
Tabla 10: Costos totales en (S/.)	97

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Planos anatómicos, se ilustran los planos principales de referencia del cuerpo humano.....	15
Figura 2: Estructura de la rodilla.....	18
Figura 3: Ligamentos de la rodilla.....	18
Figura 4: Representación de las fases del ciclo de marcha.....	22
Figura 5: Nivel de amputación transtibial de miembro inferior.....	24
Figura 6: Nivel de amputación transfemoral de miembro inferior.....	24
Figura 7: Pie protético para prótesis transfemoral.....	25
Figura 8: Tibia para prótesis transfemoral.....	25
Figura 9: Unidad de rodilla para prótesis transfemoral.....	26
Figura 10: Rodilla policéntrica de cuatro barras.....	27
Figura 11: Aplicación del modelo de doble péndulo durante la marcha.....	28
Figura 12: (a) Aplicación del modelo de doble eslabón invertido durante la marcha; (b) aplicación del modelo de doble eslabón normal durante la marcha.....	28
Figura 13: (a) Modelo de siete eslabones considerando extremos distal y proximal; (b) relación entre modelos dinámicos directo e inverso.....	29
Figura 14: Sistema de control de lazo abierto.....	30
Figura 15: Sistema de control de lazo cerrado.....	31
Figura 16: Función de transferencia.....	32
Figura 17: Sistema en lazo cerrado.....	38
Figura 18: Ensamble del sistema que se evalúa en Solidworks.....	41
Figura 19: Pantorrilla en Solidworks.....	42
Figura 20: Amortiguador en Solidworks.....	42
Figura 21: Rodilla en Solidworks.....	43
Figura 22: Condiciones iniciales del esfuerzo.....	44

Figura 23: Distribución de esfuerzo y convenciones de colores de interpretación de los desplazamientos resultantes arrojados por solidworks.....	45
Figura 24: Camisa del amortiguador en Solidworks	46
Figura 25: Pistón del Amortiguador en Solidworks	46
Figura 26: Pie de soporte en solidworks.....	47
Figura 27. Guía de pistón en Solidworks.....	47
Figura 28: Soporte acumulador-pantorrilla en Solidworks.....	47
Figura 29: Acumulador en Solidworks.....	48
Figura 30: Membrana del amortiguador	48
Figura 31: Carrera máxima y mínima para el amortiguador	49
Figura 32: Representación del volumen del líquido dentro del amortiguador	51
Figura 33: Equivalencia del paciente para su modelamiento	52
Figura 34: Modelamiento matemático de la prótesis.....	52
Figura 35: Diagrama de flujo del subsistema pie de la prótesis, utilizando un servomotor	61
Figura 36: Modulo del sensor MPU6050	62
Figura 37: Orientación y polaridad de rotación.....	62
Figura 38: Microcontrolador PIC 16F84A	63
Figura 39: Diagrama de circuito para la demostración del control del servomotor	63
Figura 40: Montaje de circuitos en tablero de pruebas.....	64
Figura 41: Diagrama de Flujo del programa.....	64
Figura 42: Tipo de servomotor	65
Figura 43: Diagrama de bloque del servomotor	66
Figura 44: Ancho de pulsos donde se ve diferentes posiciones en un servomotor.....	66
Figura 45: Tipo de batería de litio	67
Figura 46: Cargador de batería de litio LTC 4056.....	67

Figura 47: Salida de la función escalón (a) y función impulso (b).....	69
Figura 48: Grafica mediante espacio de estados.....	72
Figura 49: Diagrama de bloques de realimentación de estados.....	79
Figura 50: Respuesta del desplazamiento del centro de masa y la pierna	84
Figura 51: Respuesta del desplazamiento del centro de masa y la pierna con variación en X e Y	85
Figura 52: Respuesta del desplazamiento del centro de masa y la pierna con una ganancia K elegida y usando el nuevo valor como referencia para la entrada.	87
Figura 53: Sistema de control con realimentación.....	89
Figura 54: Gráficas de diagrama de Bode (a), Nyquist (b) y la función impulso obtenida con variación en el denominador	91
Figura 55: Gráficas de diagrama de Bode (a), Nyquist (b) y la función impulso obtenida con variación en el denominador.	91
Figura 56: Gráficas de diagrama de Bode, Nyquist y la función impulso obtenida con variación en el numerador.	92
Figura 57: Gráficas de diagrama de Bode (a), Nyquist (b) y la función impulso obtenida con variación en el numerador, denominador y la constante.	93
Figura 58: Representación gráficas de diagrama de Nyquist (a), Bode (b) y la función impulso obtenida con valores que satisfacen el controlador	93

RESUMEN

La presente tesis abarca modelamiento y simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados para aplicaciones en pacientes discapacitados del miembro inferior mediante un sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados usando un modelo subactuado grúa-puente. Las personas con discapacidad a menudo sufren de discriminación e inferioridad lo que origina la falta de oportunidades e inclusión a la sociedad, independiente del país de donde vivan. En este grupo se encuentra las personas que han perdido o nacido sin una extremidad dependiendo de la dureza del daño, recursos favorables, tolerancia de la lesión y principalmente del nivel de autonomía. Es por ello que la investigación presenta una alternativa para mejorar el grado de independencia para una persona hombre de una altura aproximada, entre $1.70 \pm 2m$ y peso de 70 ± 2 kg y, por consecuencia, la calidad de vida de una persona con discapacidad. El arreglo del controlador para alcanzar la salida de estabilización del sistema de control a través de la respuesta en frecuencia consigue una estabilidad en un tiempo de 1.5 s y por el método de espacio de estados se alcanzó realizar que el error de estado estacionario se halla en la aproximación anhelado, y el tiempo que alcanzo la estabilidad es de 1 s. Este proyecto en su implementación tendría un costo de S/. 19831.95. Por último, la tesis es clasificada como una investigación aplicada por su carácter aplicativo y tecnológico.

Palabras claves: sistema de control, ecuaciones de estado, respuesta en frecuencia, discapacidad, prótesis.

ABSTRACT

The thesis covers modeling and simulation in a transfemoral prosthesis with knee cushioning of the control system by the frequency response method and state space method for applications in disabled patients of the lower limb by a control system by the frequency response method and state space method using a subactuated crane-bridge model. People with disabilities often have discrimination and inferiority disabilities, resulting in a lack of opportunities and inclusion in society, regardless of the country where they live. In this group are people who have lost or been born without a limb affected by the hardness of the damage, favorable resources, tolerance of the injury and mainly the level of autonomy. That is why the research presents an alternative to improve the degree of independence for a man of approximate height, between 1.70 ± 2 m and weight of 70 ± 2 kg and, consequently, the quality of life of a person with disabilities. The arrangement of the controller to reach the stabilization output of the control system through the frequency response obtains a stability in a time of 1.5 s and by the state space method the stationary state error is performed is found in the approximation yearned for, and the time that I reach stability is 1 s. This project in its implementation needs a cost of S /. 19831.95. Finally, the thesis is classified as an investigation applied for its applicative and technological nature.

Keywords: control system, state equations, frequency response, disability, prosthesis.

INTRODUCCIÓN

La amputación está apreciada como un inconveniente de salud pública y es una insuficiencia anatómica que trae consigo la reducción de la capacidad funcional de la persona cambiando su papel en la sociedad y, de igual forma, crea un impacto personal, familiar y psicológico. (Farro, 2012).

Las investigaciones realizadas en el Instituto Nacional de Rehabilitación “Adriana Rebaza Flores” entre los años de 2003 y 2010, un considerable número de pacientes amputados corresponden a estratos socioeconómicos de pobreza extrema y pobre, hallándose pobres extremos 19.8% y pobres no extremos 51.2%. Asimismo, el 49.2% de pacientes amputados provienen de Callao y Lima y el 28.3% de la costa exceptuado Lima-Callao. Del conjunto de estos pacientes, 82.2% son de miembro inferior y el 50.2% de los pacientes corresponden al nivel de amputación en miembro inferior por encima de la rodilla, llamado de igual forma como amputaciones transfemorales (Farro, 2012).

En el Perú, según la Segunda Encuesta Nacional Especializada a cerca de Discapacidad 2017 se indica que en el año 2017 el 10.4% de la población nacional expresó poseer al menos una discapacidad de locomoción y/o habilidad, esto es 3 millones 51 mil 612 personas. De los cuales el 0.4% utiliza prótesis de pierna (INEI, 2017).

Por lo que se deduce que la población peruana con amputaciones transfemorales requiere diseños de prótesis que asistan a cumplir sus labores y también que al momento de su fabricación sea de bajo costo, para que personas que no tengan los recursos suficientes consigan acceder a ellas.

En la investigación se plantean tres objetivos específicos para conseguir el objetivo general, y ellos son: simular el comportamiento de un prototipo de rodilla a través de un análisis estructural apoyándonos en el software SolidWork, utilizar la teoría de espacio de estados y respuesta en frecuencia para diseñar los controles de un prototipo de prótesis, simular los sistemas de control diseñado, utilizando el software Matlab.

La metodología de diseño elegida para el modelamiento y simulación del sistema de control son, por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Problematicación

1.1.1 Problema general y específico

Haber nacido o perdido alguna extremidad es un suceso definitivo en la vida de una persona. Varias ocasiones esa persona es considerada como una molestia para la sociedad y la familia ya que no puede hacer las mismas tareas que una persona completamente saludable, volviéndolo dependiente de un tercero.

Los discapacitados tienen dificultad para realizar algunas tareas que normalmente otras personas sin ninguna dificultad lo podría hacer, como por ejemplo subir escaleras, utilizar ciertos electrodomésticos o inclusive viajar en transporte público. No obstante, el mayor desafío para los discapacitados ha sido demostrar a la sociedad de que no son un estorbo.

Además, las pocas infraestructuras que facilitan la unión de los discapacitados en la vida pública, son muchas veces utilizadas por personas capacitadas que ignoran este tema. Tal es el caso de rampas para subir y bajar de las veredas con ayuda de una silla de ruedas, o como también el uso de ascensores en el transporte público metropolitano, entre otras situaciones. Particularmente, el grupo de discapacitados que hayan perdido las extremidades inferiores, son uno de los más afectados. Por tal razón, en esta en la actualidad existen diferentes tipos de prótesis para reemplazar tales extremidades. Desde las extensiones más simples fabricadas con materiales muy resistentes hasta las prótesis inteligentes que permiten a una pierna reaccionar de manera natural a los movimientos de la propia persona. Se tiene una amplia gama de posibilidades. La elección de alguna de estas depende de las necesidades de la persona discapacitada y lamentablemente todavía depende mucho de su poder adquisitivo.

Es por esto, que este trabajo de investigación busca elevar su calidad de vida de las personas con discapacidad y favorecer a que desarrollen sus actividades normalmente,

realizando un modelamiento y simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados. Por ello el problema general y específico se detallan en seguida.

Para el presente trabajo, se toma como referencia a una persona hombre de una altura aproximada, entre 1.70 ± 2 cms y peso de 70 ± 2 kg, debido a que las dimensiones físicas podrán variar de acuerdo a estos parámetros.

Problema General

¿Cómo realizar el modelamiento y simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control?

Problema Específico

¿Cuál será el software adecuado para el modelamiento mecánico del sistema?

¿Cuáles serán los tipos de control, utilizados para el prototipo de prótesis?

¿Cuál será el software adecuado para la simulación del sistema de control?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Desarrollar el modelamiento y la simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y el método de espacio de estados, utilizando como referencia el sistema subactuado, grúa-puente.

1.2.2 Objetivos específicos

- a. Simular el comportamiento de un prototipo de rodilla a través de un análisis estructural apoyándonos en el software SolidWork.
- b. Aplicar la teoría de espacio de estados y respuesta en frecuencia para el control de un prototipo de prótesis.
- c. Simular los sistemas de control diseñado, utilizando el software Matlab.

1.3 Importancia y justificación

La investigación está orientada al modelamiento y simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados, que logre una mejora en la marcha de una persona discapacitada por algún daño de dicho miembro.

Del punto de vista social, este proyecto de tesis permitirá en base al análisis y simulación, desarrollar en adelante el diseño físico de un prototipo de prótesis, que ayudará a las personas con discapacidad.

Del punto de vista económico, en el trabajo se observa que los costos de producción del prototipo están por debajo del costo de sistemas similares en el mercado.

1.4 Alcances y Limitaciones de la investigación

La presente tesis consiste en desarrollar el modelamiento y la simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y el método de espacio de estados, utilizando como referencia el sistema subactuado, grúa-puente una nueva forma de aprender el control por dos métodos, utilizando los fundamentos de ingeniería de control.

Las limitaciones de la tesis en desarrollo se tienen los siguientes:

- Obtención de la información de control de una prótesis transfemoral es escasa, ya que esta tecnología aún no se cuenta en el Perú.
- Altos costos de componentes para la construcción de la prótesis, por lo que se diseñó el prototipo buscando reducir la inversión.
- Obtención de los prototipos al momento de controlar la prótesis para soportar la carga del paciente.

1.5 Estructura de la tesis

La tesis está encuentra dividida en 4 capítulos, conclusiones y recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos.

La estructura de la tesis responde a la resolución del desarrollar el modelamiento y la simulación en una prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y el método de espacio de estados, utilizando como referencia el sistema subactuado, grúa-puente.

- **Capitulo I. Planteamiento del problema**

En este capítulo se plantea una introducción a la tesis, el planteamiento del problema, los objetivos de la misma, la justificación y alcances y limitaciones de la investigación. Asimismo, se describe la estructura de la tesis, dando a conocer el contenido de cada uno de los capítulos.

- **Capitulo II. Marco teórico**

En este capítulo se describe los antecedentes, la óptica de investigación, la selección de las variables y conceptos teóricos que enmarcan la presente investigación. Asimismo, se hace referencia a la anatomía de la rodilla, fisiología de la rodilla, la prótesis.

Finalmente, se indica el tema del impacto en el aprendizaje de técnicas de sistemas de control ya sea por el método espacio de estados como por el método respuesta en frecuencia.

- Capítulo III. Desarrollo del proyecto

En este capítulo se describe el diseño de ingeniería de todo el sistema propuesto en su desarrollo mecánico, electrónico-eléctrico y del control por software. Se inicia con un análisis de ingeniería donde se selecciona el mecanismo de la prótesis en la marcha humana donde se observa que la articulación en la rodilla es el más importante.

También se describe las partes del amortiguador donde se elaboran los estudios de dimensionamiento y funcionalidad.

Finalmente se realizó el modelo dinámico del sistema, para ello se hizo uso del modelo subactuado Grúa-Puente que además es un modelo ya existente y además se asemeja de manera exacta de la marcha humana.

- Capítulo IV. Pruebas y Resultados

En este capítulo se muestra un análisis de la simulación en Matlab, se establece el modelo respuesta en frecuencia para efectuar el sistema de control, y también se realiza la simulación por el método espacio de estados considerando las variables que conciernen al sistema que queremos controlar.

Finalmente se enumeran y cálculo de los gastos parciales y totales del costo de los componentes de la prótesis.

- Conclusiones

Finalmente e presenta las conclusiones, recomendaciones y las futuras líneas de investigación que se pueden generan a partir de la presente tesis.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

En las últimas décadas ha habido estudios de investigación tesis sobre prótesis, no obstante estas restringen el desenvolvimiento de la persona dado que su estructura tiene un elevado grado de dureza en los movimientos.

Medina, S. (2017) concluye que las prótesis activas de miembro inferior examinan actuar sobre el muñón de la persona amputada movimientos y reacciones semejantes a las que realiza un miembro sano. Es decir se consigue por vía de sistemas que ofrecen fuerza a las articulaciones, a discrepancia de las prótesis pasivas. La finalidad de reiterar movimientos y reacciones iguales a la de un miembro inferior es disminuir el costo metabólico que puede demandar el usar una prótesis pasiva y disminuir las lesiones en otras lugares del cuerpo producto de pedir mayor esfuerzo y movimientos atípico para reemplazar la función que ofrece un miembro inferior bueno. El objetivo de ese trabajo es mostrar el diseño mecánico de una prótesis activa transfemoral. El diseño fue entendido para que la prótesis pueda hacer hábitos de marcha en estado activo. Para hábitos como bipedestación y sedestación la prótesis actúa de forma pasiva. En este trabajo se menciona que:

El sistema de transmisión de potencia metatarsfalángica se diseñó con la finalidad de obtener un impulso similar al natural durante los periodos de Estancia Terminal y Balance Previo. El diseño se compone de un resorte. No se utilizó un actuador ya que aumentaría la masa de la prótesis (Medina, 2017, p.104).

Reátegui, N. (2012) concluye que se ha realizado la implementación de una guía de análisis de movimiento patológico para proceso post quirúrgico de fractura de fémur, por la cual logró hallar resultados tridimensionales de los recorridos de las variables de la cinemática de la rodilla y la cadera en un período de marcha de un paciente con respecto a esa patología. La guía constituye dos fases: la fase clínica y la fase del

análisis de la marcha patológica. En la etapa inicial de la fase el experto en rehabilitación ejecuta la historia clínica de la patología del paciente, y de ésta se saca la información imprescindible, modelos de la marcha humana, modelos biomecánicos, cinemática, para su siguiente análisis por un especialista. En la segunda etapa se elabora el estudio del movimiento patológico del paciente establecido en el uso de la técnica Vicon 460 con la meta de medir las exigencias trazadas y ofrecer un análisis de la marcha patológica en relación a la marcha humana. El método de fotogrametría accederá igualar y capturar las señales analógicas pedidas en tiempo real de los marcadores situados pues encienden estroboscópicamente a través del infrarrojo de cada una de la cámara CCD con oclusión electrónica. Asimismo, aprobará la digitalización de los recorridos de la articulación de la rodilla y la cadera en un período de marcha, y los patrones motores de la lesión del fémur. En este trabajo se menciona que:

La principal contribución de esta tesis es brindar al experto una herramienta de cálculo cuantitativa de la marcha patológica. Esta supervisión ha sido comprobada en un paciente con tratamiento post quirúrgico de fractura de fémur logrando resultados de la marcha patológica de la misma manera de la cinemática. Asimismo, estos fueron cotejados con los estudios de Miralles y Winter logrando efectos similares de los modelos de la marcha, modelos biomecánicos, y cinemática de la marcha patológica (Reátegui, 2012, p.77).

González, J. (2013) concluye que se presentó un modelo inverso del amortiguador que se utilizará como elemento de control para la prótesis de rodilla, este modelo se puede tomar como base para un controlador proporcional con una ganancia variable. Este modelo sirve para desarrollar un modelo que se alimente de datos experimentales. En este trabajo se menciona que:

El sistema de control, admitió analizar el procedimiento que obtendrá el sistema en el periodo de ser elaborado, examinar de esta manera para comprobar que efectuase con los parámetros de diseño y los modelos propuestos, a aproximar dicho procedimiento al de la marcha humana sin discapacidad. De igual modo al escoger el tipo de control se proporcionó verificar variaciones en los sistemas mecánicos y sistemas de control, sin infringir en enormes esfuerzos, lo que se transforma en una mejoría de esta,

frente a la recuperación de un modelo que tiene un importante costo, busca un mejor esfuerzo y las modificaciones son dificultosas de efectuar (Gonzales, 2013, p.92).

García, J. y Rodríguez, C. (2012) concluyen que para la caracterización de la prótesis, el paciente logrará disminuir el giro del pie conforme a sus necesidades, como el amortiguador recircula el líquido, este no brinda ninguna acción de regreso al pistón, por ende el resorte será el que soporte el mayor desgaste.

También efectuaron un dispositivo de rodilla que copia el estilo de la articulación, con el propósito de que constituya a una prótesis transtibial amortiguada. Las conclusiones del análisis señalan que las piezas del mecanismo soportaran el peso máximo de 150 Kg. Una vez que se ha elaborado el mecanismo, éste muestra una masa de 540 g, una distancia de apertura de 0 a 181° de flexión, también un ángulo de inicio durante la marcha de 123°. Asimismo, el tiempo de regreso mientras duro la marcha fue de 0.6 s, una velocidad de marcha de 3.9 km/h sin límite de kilometraje al día; el dispositivo se inmoviliza al situarse el máximo de la masa a los 181° y al situarse el máximo de la carga a un ángulo de 84°. Se comprueba el mecanismo en dos pacientes; esto aprueba aseverar que el método es adaptable a temas de amputación del miembro pélvico en prótesis modulares de rodilla, siempre que se comprueben con las particularidades ya explicadas y la expectativa fue juntar un mayor conjunto de información hasta la ejecución de la investigación de casos. En este trabajo se menciona que:

Aun así, el objetivo implícito de disminuir los costos, estimando la principal observación en seguida a una prótesis transtibial amortiguada, se toma a indicar que puede estar a facilidad de los pacientes de escasos recursos por sólo el 16% del costo total de comercialización e instalación.(García y Rodríguez, 2012, p.122).

Prieto, C. (2016) concluye que se logró suponer el diseño conceptual de prótesis biónica para miembro inferior a nivel transfemoral de manera beneficiosa, dado que se obtuvo cumplir con las definiciones de diseño. El diseño conceptual planteado, garantiza al individuo con capacidades distintas a caminar a ritmos variables de marcha. En este trabajo se establecieron cinco principios primarios y treinta y uno principios secundarios,

a partir de los cuales se alcanzó la propuesta de prótesis biónica a nivel transfemoral. En este trabajo se menciona que:

Se elaboró una rodillera de operación de posiciones angulares apoyada en IMU's que posibilita monitorear las posiciones y velocidades angulares de la rodilla, este aparato será el que le señalara la acción que obliga de realizar la prótesis, así que: pararse, sentarse, subir, caminar, y bajar escaleras. Se consiguió fabricar una tarjeta genérica para la operación de señales mioeléctricas, la cual permite lograr las contracciones musculares en un rango de 0 a 10 volts. La tarjeta mioeléctrica es la que accederá el control de la prótesis biónicas a entendimiento. Se mejoró una herramienta computacional que apoya a estudiar y a adiestrar las terminaciones nerviosas de los músculos, para el control a entendimiento del actuador de articulación del mecanismo de rodilla, con la finalidad de que el individuo con competencia diferentes pueda comprobar una prótesis biónica de forma satisfactoria (Prieto, 2016, p.119).

Araujo, N. (2012) concluye que se demostró una opción para el diseño y adaptación para una prótesis considerando las necesidades reales que requieran los afectados por amputación. Se planteó el diseño ideal de una prótesis de rodilla mediante la utilización de una herramienta utilizada en la metodología de diseño concurrente en ingeniería.

Estudiaron las posturas teóricas esenciales de la biomecánica de la rodilla como la laxitud ligamentosa o el hiato óseo del recorte, examinar diferentes contenidos referentes especialmente perteneciente al diseño conceptual de una prótesis para amputación transfemoral.

Asimismo de estudiar que uno de las dificultades del platillo tibial es el elemento de fabricación. Se obtuvo como resultado como que el titanio no es un buen elemento para proporcionar un área de marcha por su inadecuación para establecer una base lisa y en gran medida liso que apruebe el movimiento de encaje. De tal forma se ven forzosos a crear platillos de cromo-cobalto con una superficie que sea semejante que la de los cóndilos femorales. En este trabajo se menciona que:

El fácil movimiento giratoria del platillo le accede moverse en la base tibial para ordenarse con el elemento femoral y extender la superficie de contacto y reducir las fuerzas de estrés. Esta reducción aumenta la duración del encaje. El

mal giro puede suceder en la cirugía y se vincula con de laminación del encaje (Araujo, 2012, p.92).

Una mejora complementaria es el auto ordenación del método extensor, que se ve muy perjudicado por los malos giros. El sistema móvil admite un centraje de la rótula con un sostenimiento del ángulo más fisiológico.

2.2. Óptica de la investigación

2.2.1 Hipótesis general

Al realizar el modelamiento y simulación en la prótesis transfemoral con amortiguamiento en la rodilla del sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados beneficiara a lograr un control adecuado.

2.2.2 Hipótesis específicas

- a. El software SolidWork verifica la validez de la prótesis de rodilla, a través de un análisis estructural.
- b. El control por el método de la respuesta en frecuencia y el método de espacio de estados, facilita el modelamiento matemático de una prótesis para diseñar el control de la misma.
- c. El software Matlab permite diferenciar la mejor alternativa de control de los dos métodos utilizados.

2.3 Selección de variables

Variables independientes son:

Sistema de control por realimentación de variable de estado y respuesta en frecuencia.

Variable dependiente es:

Posicionamiento en vertical para el equilibrio.

En la tabla 1 se puede apreciar tanto las variables independientes como dependientes y también los indicadores.

Tabla 1: Definición operacional de las variables

VARIABLES	INDICADORES
Sistema de control por realimentación de variable de estado y respuesta	Magnitud en decibelios
	Regulador Lineal Cuadrático
Posicionamiento en vertical para el equilibrio.	Tensión de von mises
	Angulo de fase

Fuente: Elaboración propia

a). Variable X= Sistema de control por realimentación de variable de estado y respuesta en frecuencia.

Indicadores:

Magnitud en decibelios X_1

Regulador Lineal Cuadrático X_2

b) Variable Y= Posicionamiento en vertical para el equilibrio.

Indicadores:

Tensión de Von Mises Y_1

Angulo de fase Y_2

2.4.1. Análisis de movimiento

Los movimientos que ejecutamos habitualmente son combinaciones complejas que comprenden otros acoplamientos simultáneamente. Para cualquier desplazamiento se colocan en juego tres sistemas, los cuales son: muscular, articular y esquelético. Los

huesos resisten las cargas del cuerpo; las articulaciones acoplan las secciones corporales, delimitan los desplazamientos y reducen los impactos, y los músculos facilitan la energía imprescindible para crear el movimiento. Para estudios de movimiento es inevitable constituir un sistema de referencia.

El mencionado sistema da un enfoque anatómico, de esta manera, la perspectiva de un cuerpo humano que puede estar: vista al frente, de pie, pies juntos y paralelos, los brazos a lo extenso del cuerpo con las palmas de las manos observando hacia adelante, ver figura 1. A partir de este enfoque se forman los planos de movimiento que se originan en los tres ejes del espacio: frontal, plano sagital, y transversal. Estos planos poseen un encuentro común en el centro de gravedad.

A partir de los planos anatómicos se consigue aprender la biomecánica de las extremidades inferiores, similar que las extremidades superiores, logran estimarse como ramificaciones del cuerpo céntrico, éstas son principales con el propósito de que el ser humano desarrolle movimientos que le aprueben una relación natural con su entorno. Las descripciones anatómicas se sustentan en cuatro planos imaginarios (horizontal, medio, coronal y sagital) que atraviesan el cuerpo en la posición anatómica. (Dalley y Moore, 2013, p.5)

Los adelantos computacionales han favorecido con el progreso de técnicas para ejecutar análisis biomecánico. Hay un software llamado Visual 3D permite conseguir variables cinemáticas y dinámicas de los miembros inferiores en el movimiento de una marcha normal. Mediante software se introducen datos antropométricos, dentro de los cuales, son operados por la PC para lograr la biomecánica de cada fracción corporal implicado en la simulación.

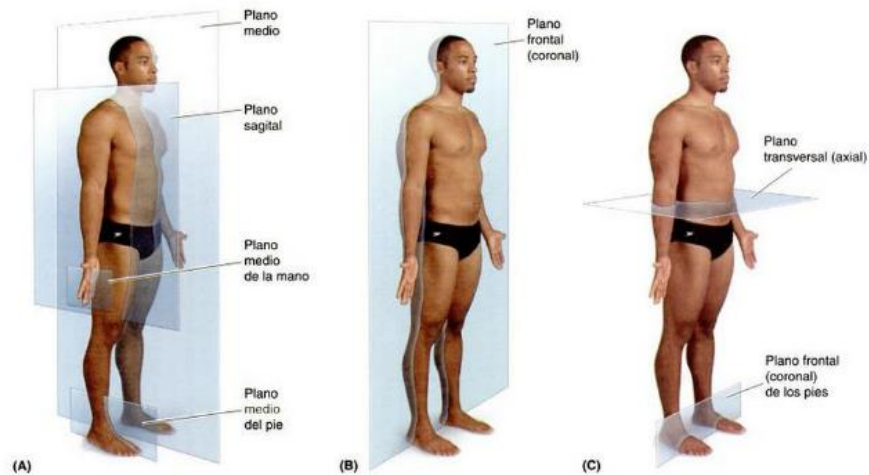


Figura 1: Planos anatómicos, se ilustran los planos principales de referencia del cuerpo humano
Fuente: Dalley y Moore. (2013)

2.4. Bases Teóricas

Dentro del marco de estudio de este presente trabajo de investigación comprende los temas concernientes a la presente tesis. El soporte teórico que contiene en el trabajo de investigación servirá para facilitar en el entendimiento y complementar la presente investigación.

Se comienza por la teoría relacionada con el parte del análisis de movimiento, la rodilla, anatomía de la rodilla, fisiología de la rodilla, prótesis, características y clasificaciones, sistema de control por el método de respuesta en frecuencia y método de espacio de estados, temas que tendrán un gran impacto en el control de la prótesis.

Se procede una explicación del análisis de ingeniería, la finalidad del amortiguador, el modelo dinámico del sistema, asimismo se revisa la información acerca del estudio y elección del control del sistema de amortiguamiento.

Finalmente, se realizan la simulación por el método de respuesta en frecuencia y el método de espacio de estados, llegando a una discusión de los resultados y el costo del prototipo de prótesis.

2.4.2. La rodilla

La rodilla es uno de los componentes del cuerpo humano más complicado a nivel de cómo queda acoplado debidamente al diseño de la misma, completo de ligamentos que la atraviesan, cada uno de los cuales contribuyen algo desigual a esta estructura. Es una articulación media del miembro inferior. Primordialmente, es una articulación proporcionada de un solo sentido de autonomía de movimiento. La rodilla trabaja fundamentalmente, en compresión bajo el hecho de la gravedad.

De modo adjunta, la articulación de la rodilla tiene una segunda dirección de libertad: el giro encima del eje longitudinal de la pierna, que solo surge en el momento en que la rodilla está en flexión.

Vista del punto mecánico, la articulación de la rodilla es un tema asombroso, porque debe acomodar dos dominantes contradictorias:

- Tiene una enorme permanencia en extensión repleto, situación en la que la rodilla tolera presiones considerables, debida al peso del cuerpo y a la distancia de los brazos.
- Consigue un movimiento desde algún ángulo de flexión, cambio necesario en la carrera y para la disposición perfecciona del pie en correlación con las anomalías de la superficie.

La rodilla corrige estos argumentos merced a módulos mecánicos inteligentes en extremo; sin duda, el agotamiento de la unión de las superficies, situación necesaria para un buen movimiento, presenta esta articulación a los esguinces y a las luxaciones.

En flexión, situación de inestabilidad, la rodilla permanece representada al máximo a fracturas ligamentosas y meniscales.

En extensión es más delicado a las lesiones articulares y a las roturas ligamentosas (Dalley y Moore, 2013, pp.629-639).

2.4.3. Anatomía de la rodilla

La rodilla es la articulación más complicada del cuerpo y también es una de la más grande. Cuando esta articulación es resistente se desplaza con suavidad y destreza, posibilitando caminar, voltear y correr sin dolor alguno.

Las distribuciones que percibe la rodilla son:

- Huesos
- Ligamentos y tendones
- Músculos

Huesos

En la condiciones la rodilla es una articulación formada por tres articulaciones más diminutas; se conoce de estos dos articulaciones del tipo fémoro- tibiales, entre fémur y tibia; y una de tipo fémoro- patelar, entre fémur y rótula. Como ya se señaló inicialmente, los 3 huesos principales que conforman la rodilla es son la rótula, la tibia y el fémur (Dalley y Moore, 2013, pp.629-639). Ver la figura 2.

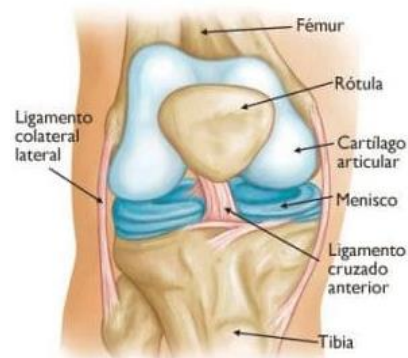


Figura 2: Estructura de la rodilla.
Fuente: Gómez. (2018)

Ligamentos

Los ligamentos son bandas de tejido duro que acoplan los extremos de los huesos. Existen dos tendones transcendentales a los lados de la rodilla, que son, el ligamento lateral externo (LLE) y ligamento lateral interno (LLI), interiormente de la rodilla, en medio de la tibia y el fémur, están otros dos ligamentos, estos son, el ligamento cruzado posterior (LCP) y ligamento cruzado anterior (LCA) (Dalley y Moore, 2013, pp.629-639). Ver la figura 3.

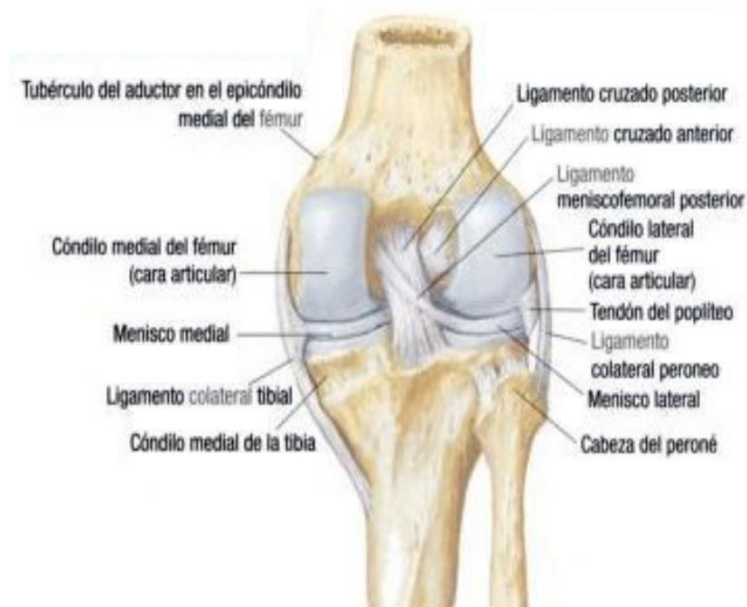


Figura 3: Ligamentos de la rodilla.
Fuente: Netter. (2006)

Músculos y tendones

Varios músculos y tendones pasan por la rodilla induciendo sus movimientos de flexión y extensión, por todo ello se consiguen fraccionarse en dos conjuntos desiguales como extensores y flexores.

2.4.5. Fisiología de la rodilla

Esencialmente la rodilla tiene un solo grado de libertad de movimiento, esto es, flexión y extensión. Este movimiento proporciona a la rodilla normalizar el trayecto de división del cuerpo con el suelo, esto lo logra acercando o alejando el extremo de la pierna a la raíz de la misma, otra forma, acercando o alejando el glúteo (Dalley y Moore, 2013, pp.629-639).

También de este importante sentido de libertad, la rodilla cuenta, de modo accesoria, con un segundo sentido de libertad, que se enseña únicamente en la flexión. Este movimiento es de giro sobre el eje longitudinal de la pierna. La articulación de la rodilla a partir del punto de vista mecánica es extraordinario ya que ejecuta dos funciones que valen ser incompatibles:

- Debe tener mucha firmeza cuando se halla en extensión completa, en este punto es en el que la rodilla sufre el peso del cuerpo.
- Debe tener gran movimiento en la flexión, mientras la marcha debe abastecer al pie una justa distribución.

2.4.5.1 Los movimientos de flexoextensión

Flexo extensión es el primordial movimiento de la rodilla cuya extensión se calcula a partir de un enfoque de referencia, eje de la pierna es el alargamiento del eje del muslo, extensión: movimiento que retira la cara posterior de la pierna de la cara posterior del muslo. De periferia, el eje del fémur extiende sin ningún ángulo, con el eje del esqueleto de la pierna, en la perspectiva de observación, el miembro inferior tiene su límite longitudinal.

2.4.6. Análisis de marcha humana

“La marcha humana es un desarrollo de locomoción con una particularidad exclusiva de la especie: el traslado del peso corporal de un lugar a otro se realiza de forma bípeda” (Inman, 2012, p.74).

Constituye una serie de movimientos constantes y alternantes de las extremidades inferiores, las cuales, dependen con la superficie de desplazamiento. Se alcanza considerar como una actividad aprendida voluntaria e involuntariamente. La simetría del cuerpo, para transponer de un lugar a otro, obedece de la sincronización de los movimientos en los miembros inferiores. Es una sincronización del sistema musculo esquelético mediante el control neurológico que integra los órganos y sentidos. La representación de la marcha supone cada uno de los factores que pasan para su obtención; las fuerzas de resistencia del suelo y los movimientos musculo esqueléticos es lo que habitualmente se estudia en el estudio biomecánico de la marcha. (Inman, 2012)

En concordancia con la marcha que es una serie de aprendizaje realizado durante diversas etapas afines con los años de las personas, esto, inclusive lograr formar un esquema de movimiento en edad adulta. El desarrollo es de forma individual, aunque, las semejanzas entre distintos sujetos son tales que logra hablarse de un esquema de movimiento, característico de la marcha normal, para un conjunto de personas. Dicho esquema puede experimentar transformaciones a causa de factores intrínsecos o extrínsecos al sujeto que son determinados por patologías y déficit funcional (Murray, 2010).

“La edad, altura, sexo, y complexión del sujeto son componentes intrínsecos que cambian el esquema de marcha normal” (Vioscosa, 2004, p.39). De igual forma, los componentes extrínsecos como: la velocidad de progresión, las características del suelo, calzado, peso, altura del tacón, inclinación del terreno, la carga del sujeto y las patologías que aquejan las articulaciones de los miembros inferiores son componentes que modifican dicho patrón.

El análisis de la marcha de un individuo facilita apreciar si sus movimientos articulares pertenecen a una marcha normal, pero asimismo, emplea para formar patologías del aparato locomotor y sistema nervioso central. Asimismo, es adaptable a la evaluación y búsqueda de tratamientos de dichas patologías igualmente como, en su caso, a su rehabilitación posterior. “En Ingeniería Biomédica, la marcha es considerablemente utilizada para diseño de aparatos de rehabilitación como son: prótesis ortesis y exosqueletos” (Herr, 2003, p.28).

La marcha para su estudio se divide en ciclos, los cuales, pertenecen a corrientes periódicos que se extienden los miembros inferiores. Durante un ciclo de marcha cada pierna pasa por: 1) el periodo de apoyo, en el que el pie se encuentra en contacto con el suelo, y 2) por el periodo de oscilación, donde el pie se halla en el aire, al tiempo que mejora como progreso para el siguiente apoyo. El periodo de apoyo inicia con el contacto inicial y finaliza con el despegue del antepié. Posteriormente, el periodo de oscilación pasa con el despegue del antepié inclusive el siguiente contacto con el suelo (ver figura 4).

En un desplazamiento a velocidad espontánea, velocidad natural de marcha, el periodo de soporte la compone el 60% del ciclo, por consiguiente, el resto 40% pertenece al período de oscilación. Lo mismo ocurre para el miembro complementario, trasladado un 50% en el tiempo, lo que revela la existencia de dos periodos de apoyo bipodal o de doble apoyo, cada una de 10% de permanencia, al inicio y a la mitad del ciclo de marcha (ver figura 4). La permanencia de cada periodo depende fuertemente de la velocidad, su aumento acorta gradualmente los períodos de doble apoyo, los cuales, pueden dispersarse durante la transición entre marcha y carrera (Albernethy, 2005).

El desplazamiento logra ser diferenciada por una serie de parámetros como son: longitud del paso, ángulos de flexión-extensión, cadencia, y velocidad (Beseler, 2006). El recorrido medido en medio de dos apoyos sucesivos del mismo pie se nombra longitud de la zancada. El recorrido, medido en la dirección de progresión, que separa el apoyo inicial del pie derecho del apoyo inicial del pie izquierdo, se llama longitud del

paso izquierdo. De forma análoga, se precisa la longitud del paso derecho, asimismo, la suma de ambas combina con la longitud de la zancada. El período de paso izquierdo es el período transcurrido entre el contacto inicial del pie derecho y el contacto inicial del pie izquierdo, y corresponde a la suma del tiempo de oscilación izquierdo y el tiempo de doble soporte seguidamente anterior, que pertenece a la etapa de despegue del pie izquierdo (Inman, 2012).

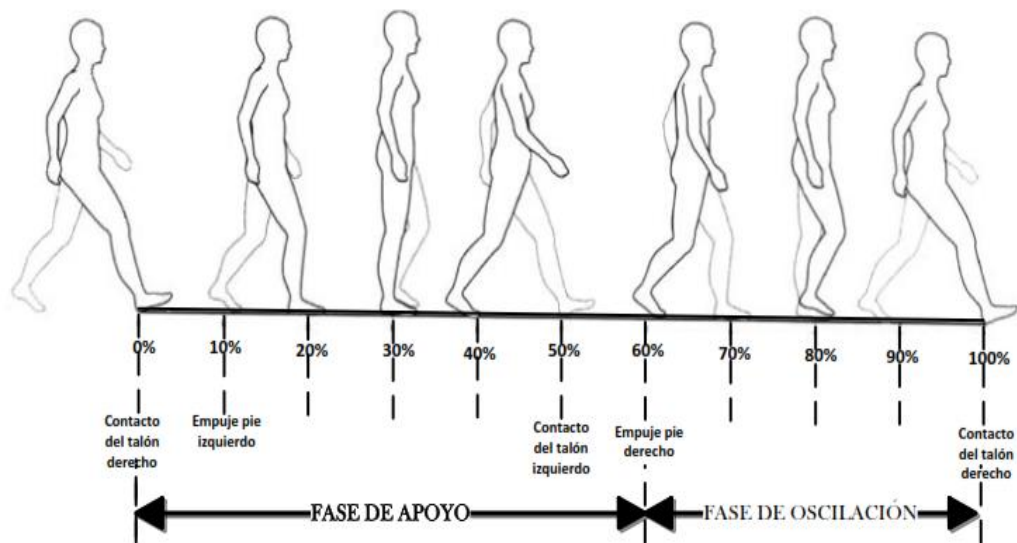


Figura 4: Representación de las fases del ciclo de marcha.
Fuente: Luardi y Nielsen. (2007)

La cadencia se logra puntualizar como el número de pasos realizados en un intervalo de tiempo, estando sus unidades el paso por minuto y paso por segundo.

La velocidad de marcha se precisa como el trayecto recorrido por el cuerpo en unidad de tiempo. La velocidad media logra evaluarse como el producto de la cadencia por la longitud de la zancada, con la adecuada conversión de unidades:

$$\text{Velocidad (m/s)} = \text{longitud zancada (m)} \times \text{cadencia (pasos/min)} / 120 \quad (1)$$

Para adultos, la velocidad media es de 79 m/min, y varía entre 59 m/min y 99 m/min. Los varones son un 6% más rápidos considerando la media como referencia (84 m/min) y las mujeres (74 m/min) un 7% más lenta (Perry, 2010). Smidt (1990) clasificó la

velocidad de marcha con la finalidad de la estandarización clínica. De este modo se clasifica a la población en siete grupos determinados por su velocidad de marcha (Beseler, 2006).

2.4.7. Prótesis

Se determina prótesis a modo de reemplazo de una parte del cuerpo por un elemento artificial o modo de un instrumento diseñado y ubicado con el fin de optimizar una función.

La prótesis, rodilla artificial, está formada por los tres elementos siguientes:

- Aparatos tibial, para sustituir la parte del hueso de la espinilla o superior de la tibia.
- Aparatos femorales, para sustituir los dos cóndilos femorales hueso del muslo y el surco de la paleta
- Aparatos patelar, para sustituir la superficie inferior de la rótula que toca con el hueso del muslo.

2.4.7.1. Diseño

El esbozo de una prótesis radica en sustituir un miembro faltante del cuerpo humano con un dispositivo adecuado tanto en forma como en tamaño.

Aparte de ser confortable, funcional y dentro de lo factible también cosmética.

Ciertos componentes que deben ser tomados en cuenta son forma del muñón y la longitud, su peso, estado de la piel del paciente, nivel de actividad entre otros.

El empleo que ejerce el muñón es utilizar de palanca para impulsar y controlar la prótesis. La terminal prostética debe resistir el peso del paciente, y conservar de manera cómoda y firme el muñón durante la ejecución de las acciones del paciente. Así que la terminal debe ser apta para la piel del muñón, debe suministrar el control de la prótesis durante el período de apoyo y balanceo, proporcionar suspensión durante la fase de balanceo y permitir la ordenación del miembro artificial o prótesis.

El esbozo de la prótesis de miembro inferior cambia obedeciendo el nivel de amputación. Las más frecuentes son las transtibiales, debajo de la rodilla, y las transfemorales, a lo alto de la rodilla, ver la figura 5 y figura 6.



Figura 5: Nivel de amputación transtibial de miembro inferior
Fuente: Myer. (2010).

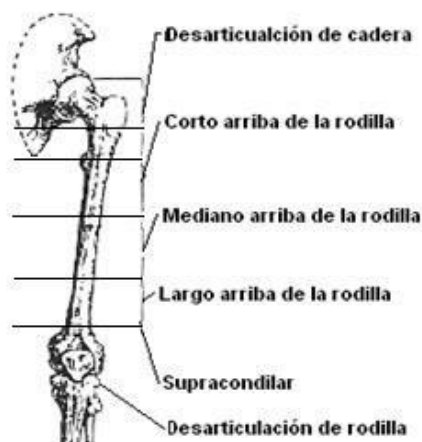


Figura 6: Nivel de amputación transfemoral de miembro inferior
Fuente: Myer. (2010).

2.4.7.2. Prótesis transfemoral

Para el tema de una amputación femoral asimismo llamada transfemoral se dispone con un brazo de palanca para la extensión de cadera y para flexión.

Una prótesis transfemoral contiene un pie protético (figura 7), un componente que reemplazará a la parte de la tibia de la pierna (figura 8), una aparato de rodilla (figura 9) y una terminal, por lo tanto un dispositivo para fijar la prótesis (Campbell, 2002).



Figura 7: Pie protético para prótesis transfemoral
Fuente: Campbell. (2002).



Figura 8: Tibia para prótesis transfemoral
Fuente: Campbell. (2002).



Figura 9: Unidad de rodilla para prótesis transfemoral
Fuente: Campbell. (2002).

2.4.7.3. Rodillo protética

En la marcha, la rodilla asimila todas las colisiones de impacto y resiste la estructura del cuerpo, asimismo de acortar la longitud del miembro inferior, es decir, de la pierna, durante la fase de balanceo. La finalidad de la rodilla protética, es reponer la función normal de la rodilla y el aspecto de la marcha con el pequeño gasto de energía. Los elementos que delimitan la prescripción de una prótesis contienen el control voluntario del usuario sobre la rodilla durante la ayuda establecida en la musculatura de la cadera, longitud del miembro residual y del equilibrio de la rodilla protética por sí misma. Las rodillas protéticas corresponden ser organizados en conocimientos de su control, como rodilla de control no-mecánico, rodilla bloqueada, control simplemente en la fase de apoyo y control tanto en la fase de apoyo como en la de balanceo (Cardona, 2012).



Figura 10: Rodilla policéntrica de cuatro barras
Fuente: Campbell. (2002).

Las rodillas de control es la etapa de movimiento contienen un elemento de bloqueo manual de la rodilla que avisa el movimiento de la rodilla hasta que es manualmente desbloqueado, las unidades de rodilla que son de revisión ordenado a modo en que el eje de la rodilla es situada en la parte posterior a la línea del peso a partir del talón hasta el medio trayecto facilitando la estabilidad a la rodilla en el instante de extensión. Otro ejemplo de rodillas con frenos de fricción rodea la rodilla, asimismo de las rodillas de mecanismos policéntricos (ver figura 10) y con mecanismos de fluidos resistivos.

Una rodilla que es relativamente constante solicita pequeño control voluntario sobre la musculatura de la cadera para su movimiento. Las rodillas de bloqueo manual proveen importante estabilidad, continuadas por otras rodillas policéntricas, las rodillas de fricción activadas mediante el peso, rodillas de fricción continuo y por posteriores las rodillas de bisagra externa o rótula. La rodilla de bloqueo manual, la cual logra ser desbloqueada para aprobar sentarse, suministra máxima estabilidad durante el soporte, sin embargo ofrece un tipo de marcha innatural. Las rodillas policéntricas regularmente son de 4 barras, en determinación, tienen un eje de rotación movable que se manifiesta en una rodilla muy estable (Cardona, 2012).

2.4.7.4. Modelo doble péndulo invertido

Cuando se inicia el apoyo o de respuesta a la carga, hay una desaceleración en la masa corporal con lo cual se controla el tobillo y la flexión de la rodilla efectúa una flexión plantar; siguiendo luego con el periodo media de apoyo (ver figura 11), de esta manera los dos péndulos se hallan en la posición vertical, alargamiento de rodilla y cadera, se finaliza con la etapa final de apoyo, por lo cual se genera una nueva flexión de la rodilla; en la última etapa la finalidad fundamental del miembro es formarse para el balanceo (Astrom y Furuta, 2006, pp.35-43).

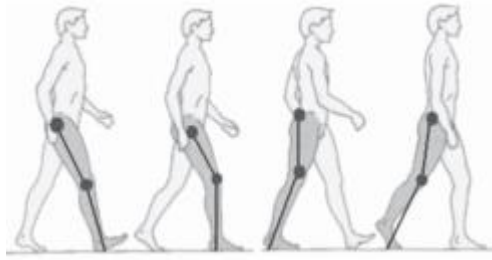


Figura 11: Aplicación del modelo de doble péndulo durante la marcha
Fuente: Astrom y Furuta. (2006)

2.4.7.5. Modelo de doble eslabón

Por este modelo cada eslabón reemplaza muslo y pierna independientemente, se articula en el tobillo llamado punto fijo, como se parecía en la figura 12(a). En este modelo se observa el movimiento extensión y flexión de cadera y de flexión y extensión de rodilla en el tiempo de la etapa de apoyo de la marcha humana; en el momento en que el modelo este en posición de un péndulo normal, se nota el efectivo desplazamiento en la extremidad inferior en el tiempo de la fase de balanceo, se puede apreciar en la figura 12 (b). Los modelos se mejoran empleando los métodos de multipuertos y análisis cinético (Astrom y Furuta, 2006, pp.35-43).

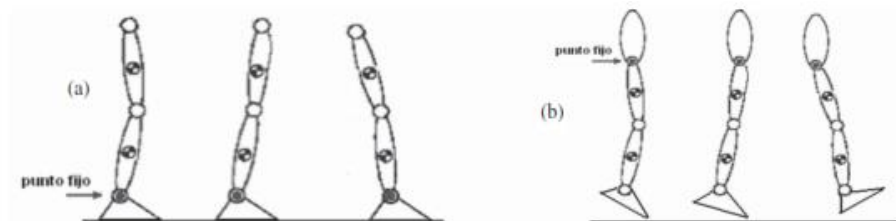


Figura 12: (a) Aplicación del modelo de doble eslabón invertido durante la marcha; (b) aplicación del modelo de doble eslabón normal durante la marcha.
Fuente: Astrom y Furuta. (2006)

2.4.7.6. Modelo de siete eslabones por gráficos de unión

Para el desarrollo del modelo se siete eslabones hay dos modelos, se aprecia en la figura 13a, los cuales se llaman modelos dinámicos directo e inverso, se aprecia en la figura 13b; un modelo dinámico directo es aquello que manifiesta la transformación temporal de las coordenadas articulares en el uso de las fuerzas y pares que participan y el modelo dinámico inverso es aquel que representa las fuerzas y pares que participan en

representación de la transformación de las coordenadas articulares y sus derivadas. Ya que esta es el camino a continuar; la deducciones empleadas en el modelo son estos que se van a mencionar como la caminata incluido en el sagital lateral. No obstante la variedad de movimientos de las articulaciones es corto en el plano transversal y frontal, por lo tanto este acercamiento no está lejos de la realidad, cada segmento posee una masa fija ubicada en su centro de gravedad, que esta constante al igual que el momento de inercia durante el movimiento (Vera y Felez, 2014, p.446).

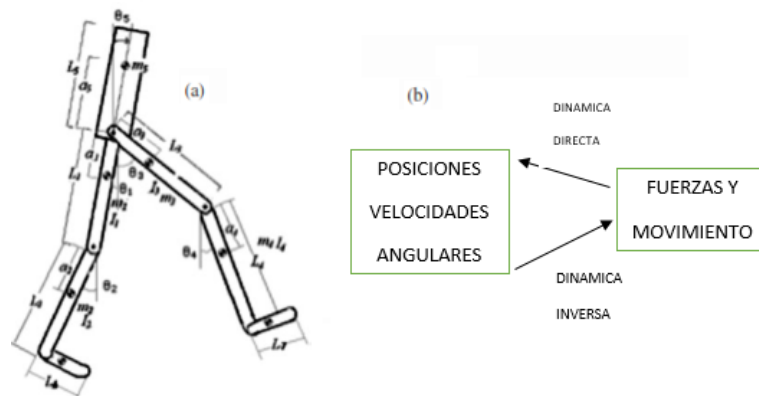


Figura 13: (a) Modelo de siete eslabones considerando extremos distal y proximal; (b) relación entre modelos dinámicos directo e inverso
Fuente: Vera y Felez. (2014)

Tabla 2: Comparación de los tipos de modelos con sus ventajas y desventajas

Modelos	Ventajas	Desventajas
Modelo doble péndulo invertido	La simulación del sistema no lineal en lazo abierto en tiempo continuo, valida adecuadamente el modelo matemático y permite predecir la dinámica del sistema no lineal con bastante precisión.	Este modelo se introduce la transición de la fase de balanceo a la de apoyo, haciendo uso del momento en que el pie de balanceo hace contacto con la rampa.
Modelo doble eslabón	Este modelo es alimentado con información antropométrica como la ubicación del centro de masa, la longitud de cada extremidad y el peso por cada una de ellas.	Puede ser analizado como un modelo de eje simple en un instante de tiempo específico.
Modelo de siete eslabones por grafica de unión	Con este tipo de modelos se han podido obtener patrones cinéticos de la marcha, modelar marcha patología y gestionar la rehabilitación de un paciente.	La complejidad de la cantidad de eslabones que lo conforman.
Modelo	El comportamiento dinámico	La respuesta en lazo cerrado del

Subactuado grúa-puente	del sistema puede ser adaptado escogiendo un modelo particular.	sistema controlado es insensible respecto a las incertidumbres del sistema.
------------------------	---	---

Fuente: Elaboración propia

Después de hacer una comparación con los otros modelos (ver tabla 2) realizados se llega a la conclusión que el modelo que mejor se adecua es el modelo subactuado grúa- puente, ya que el modelamiento matemático se acomoda para nuestro trabajo de investigación.

2.4.8. Sistema de control por el método de espacio de estados

2.4.8.1. Sistema de control

Un sistema automático de control es una agrupación de elementos físicos relacionados o conectados entre sí, de modo que regularicen o manden su actuación por sí mismos, es decir sin actuación de agentes exteriores, incluido el factor humano, modificando además los probables errores que se muestren en su funcionamiento.

Los sistemas de control se clasifican en sistemas de lazo abierto y a lazo cerrado. La distinción la establece la acción de control, que es la que acciona al sistema para obtener la salida.

Un sistema de control de lazo abierto, es aquello en el cual la acción de control es autónomo de la salida (Dorf y Bishop, 2005, p.2). En la figura 14, se muestra un sistema de control de lazo abierto.

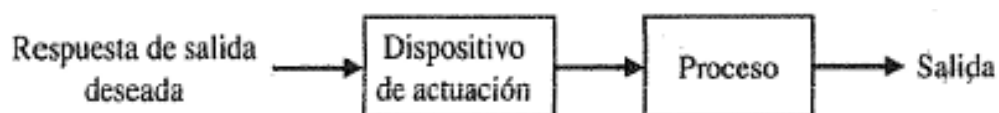


Figura 14: Sistema de control de lazo abierto
Fuente: Dorf y Bishop. (2005)

Un sistema de control de lazo cerrado, es aquel en el que la acción de control es de cierta manera dependiente de la salida. Los sistemas de control de lazo cerrado poseen dos rasgos destacados:

- La destreza que éstos tienen para ejecutar una acción con exactitud está expresada por su calibración. Calibrar expresa establecer o restablecer una correspondencia entre la entrada y la salida con la finalidad de lograr del sistema la exactitud deseada.
- Estos sistemas no tienen el problema de la inestabilidad, que muestran los de lazo abierto. Los sistemas de control de lazo cerrado se denominan usualmente sistemas de control por realimentación (o retroacción). En la figura 15, se muestra un sistema de lazo cerrado.

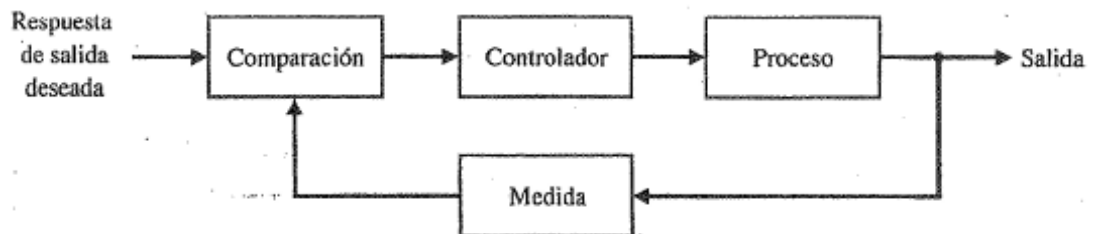


Figura 15: Sistema de control de lazo cerrado
Fuente: Dorf y Bishop. (2005)

2.4.8.2. Función de transferencia

Para establecer la respuesta de un componente en función del tiempo, se emplean señales conocidas a la entrada del sistema o elemento y se evalúan las señales que salen en la salida. La respuesta conseguida así se llama respuesta transitoria. Regularmente la señal de entrada es una señal de entrada en forma de escalón. La función de transferencia de un sistema o elemento representa la relación que describe la dinámica del sistema considerado (Dorf y Bishop, 2005, p.52). Por medio de la función de transferencia se puede conocer:

- La respuesta del sistema frente a una entrada determinada.
- La estabilidad del sistema (si la respuesta del sistema se va a mantener dentro de unos límites determinados).

- Qué valores se pueden aplicar al sistema para que permanezca estable.

Se detalla la función de transferencia $G(s)$ de un sistema (ver figura 16) como el cociente entre las transformadas de Laplace de las señales de salida y entrada (Dorf y Bishop, 2005, p.53).

$$\frac{\text{Salida}}{\text{Entrada}} = G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

Figura 16: Función de transferencia
Fuente: Dorf y Bishop. (2005)

El regulador o controlador

Antiguamente el control de los procesos industriales se usaba de manera manual: el propio operario ejecutaba los cambios convenientes en el sistema para lograr los resultados finales esperados. En la actualidad, numerosas aplicaciones automáticas utilizan el computador como elemento de control.

El controlador o regulador forma el elemento esencial en un sistema de control, pues señala el comportamiento del bucle, ya que determina la acción del elemento actuador en función del error conseguido, los controladores industriales se clasifican de acuerdo con sus acciones de control (Ogata, 2010, p.22). La forma en que el regulador forma la señal de control se denomina acción de control. Cualquiera de estas acciones se conoce como acciones básicas de control, en cambio otras se pueden mostrar como combinaciones de las acciones básicas. En la tabla 3 se muestra las acciones básicas del controlador.

Tabla 3: Acciones básicas del controlador

Acciones Básicas	Combinación de acciones básicas
Proporcional (P)	Proporcional - Integrador (PI)
Derivador (D)	Proporcional - Derivador (PD)
Integrador (I)	Proporcional – Integrador - Derivador (PID)

u
e
n
t
e
:

F

Representación de un modelo matemático en Espacio de Estado

La representación en espacio de estado, igualmente conocida como representación interna, fue empleada en otras disciplinas como la mecánica o termodinámica a partir de largo tiempo.

En conclusión el estado dinámico de un sistema consigue ser representado por un conjunto de variables llamadas variables de estado. Este conjunto de variables especifica totalmente la configuración dinámica actual del sistema. El estado de un sistema es un conjunto de variables tales que el conocimiento de estas variables y de las funciones de entrada, junto con las ecuaciones que describen la dinámica, proporcionan la salida y el estado futuro del sistema (Dorf y Bishop, 2005, p.131).

Controlador regulador lineal cuadrático (LQR)

El regulador lineal cuadrático está dado por ecuaciones, el sistema a ser controlado es descrito por las ecuaciones espacio de estado:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3)$$

Y el índice de desempeño asociado a ser minimizado es:

$$J(x) = \frac{1}{2}x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2}[x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt \quad (4)$$

Donde $Q=Q^T \geq 0$ y $F=F^T \geq 0$ son matrices reales simétricas semi-definidas positivas y $R = R^T > 0$, es una matriz real simétrica y definida positiva, el estado inicial t_0 , y el estado final t_f son definidos y $u(t)$ y $x(t)$ no están restringidos.

La teoría del control lineal cuadrático se menciona a operar un sistema dinámico a un costo mínimo. El caso en el cual la dinámica del sistema se detalla a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales y el costo se detalla a través de una función cuadrática se llamada problema LQ. Uno de los fundamentales resultados en la teoría es que se suministra la solución por el regulador lineal cuadrático “LQR” (por sus siglas en ingles Linear Quadratic Regulator), un controlador por retroalimentación. El regulador lineal cuadrático LQR es una parte indispensable de la solución para el problema LQG (control lineal cuadrático Gaussiano). Las adecuaciones de un controlador (regulador) que maneja una máquina o un proceso (como un reactor químico o un avión) se hallan usando un algoritmo matemático que disminuye al mínimo una función de costo con elementos de análisis proporcionados por un ingeniero de control. La función de costo asiduamente se determina como una suma de las variantes del cálculo clave, nivel anhelado o temperatura de proceso, de sus valores anhelados. De tal forma que, el algoritmo halla los acuerdos del controlador que disminuye al mínimo las variantes no deseadas. La importancia de la acción de control en sí además se puede comprender en la función de costo. El algoritmo LQR reduce la cantidad de trabajo hecho por el ingeniero de sistemas de control para mejorar el controlador. El algoritmo LQR es fundamentalmente una forma automatizada de localizar un controlador de retroalimentación de estado adecuado. Tal forma, no es usual seleccionar métodos optativos, como la retroalimentación de estado completo, incluso sabido como disposición de polos, en la que encuentre una relación más evidente entre los indicadores del controlador y el comportamiento del controlador (Ogata, 2010).

2.4.8.3. Variables de estado

Las variables de estado de un sistema dinámico $x(t)$ son las variables que forman el conjunto más pequeño de variables que disponen el estado de un sistema dinámico.

Nótese que las variables de estado no deben ser obligatoriamente cantidades físicas mensurables u observables. Las variables de estado describen la respuesta futura de un

sistema, conocido el estado presente, las señales de excitación y las ecuaciones que describen la dinámica. (Dorf y Bishop, 2005, p.132).

Ecuaciones en el espacio de estado

Las ecuaciones en espacio de estado usan tres tipos de variables:

Las variables de entrada, o vector de entrada:

$$u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)]^T \quad (5)$$

Las variables de salida, o vector de salida:

$$y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T \quad (6)$$

Las variables de estado, o vector de estado:

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \quad (7)$$

Donde n,m y r, representan el número de variables de estado, salida y entrada respectivamente.

La expresión general de estas ecuaciones es la siguiente:

Para un sistema no lineal:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \quad \text{Ecuación de estado} \quad (8)$$

$$y(t) = f(x, u, t) \quad \text{Ecuación de salida} \quad (9)$$

Para un sistema lineal:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad \text{Ecuación de estado} \quad (10)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad \text{Ecuación de salida} \quad (11)$$

Donde:

A(t) se denomina matriz de estado

B(t) se denomina matriz de entrada

C(t) se denomina matriz de salida

D(t) se denomina matriz de transición directa

Si las funciones o vector de funciones f y g , o las matrices A , B , C y D comprenden expresamente el tiempo el sistema se designa variable en el tiempo, en el caso contrario el sistema se designa invariante en el tiempo. En el caso de un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI) las ecuaciones de estado se escriben entonces como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{Ecuación de estado} \quad (12)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad \text{Ecuación de salida} \quad (13)$$

2.4.9. Sistema de control por el método de la respuesta en frecuencia

Los métodos de respuesta en frecuencia son los más eficaces en la teoría de control convencional. Además son necesarios para la teoría de control robusto.

El criterio de estabilidad de Nyquist proporcionar examinar la estabilidad relativa y absoluta de los sistemas lineales en lazo cerrado a partir del conocimiento de sus características de frecuencia en lazo abierto. Una ventaja del método de la respuesta en frecuencia es que las pruebas de la respuesta en frecuencia son, normalmente, sencillas y logran ser muy precisas con el uso de generadores de señales sinusoidales y un equipo de medición preciso. Frecuentemente las funciones de transferencia de los componentes complicados se determinan experimentalmente mediante pruebas de la respuesta en frecuencia. También, este método tiene la ventaja de que permite diseñar un sistema en el que se eliminen los efectos no deseados del ruido así como extender este análisis y diseño a ciertos sistemas de control no lineales. Si bien la respuesta en frecuencia de un sistema de control muestra una imagen cualitativa de la respuesta transitoria, la semejanza entre las respuestas en frecuencia y transitoria es indirecta, exclusivamente en el caso de los sistemas de segundo orden. Al diseñar un sistema en lazo cerrado, las particularidades de la respuesta en frecuencia de la función de transferencia en lazo abierto se ajustan mediante varios criterios de diseño, con el fin de lograr características apropiadas de respuesta transitoria para el sistema (Ogata, 2010, p.399).

Presentación de las características de la respuesta en frecuencia de forma gráfica.

La función de transferencia sinusoidal, función compleja de la frecuencia, se determina por su magnitud y ángulo de fase, con la frecuencia como parámetro (Ogata, 2010, p.401). Por lo habitual se usan tres representaciones gráficas de las funciones de transferencia sinusoidales:

1. El diagrama de Bode o diagrama logarítmico.
2. El diagrama de Nyquist o diagrama polar.
3. El diagrama de magnitud logarítmico contra la fase (diagrama de Nichols).

2.4.9.1. Diagramas de Bode o diagramas logarítmicos

Un diagrama de Bode está formado por dos gráficas: una es la gráfica del logaritmo de la magnitud de la función de transferencia sinusoidal, y la otra es la gráfica del ángulo de fase; ambas se dibujan contra la frecuencia en escala logarítmica.

La representación común de la magnitud logarítmica de $G(j\omega)$ es $20 \log G(j\omega)$, donde la base del logaritmo es 10. La unidad manejada en esta representación para la magnitud es el decibelio, por lo general abreviado dB. En la representación logarítmica, se dibujan las curvas sobre papel semilogarítmico, con la escala logarítmica para la frecuencia y la escala lineal para cualquier magnitud (en decibelios) o el ángulo de fase (en grados). (El rango de frecuencia de interés determina el número de ciclos logarítmicos que se requieren en la abscisa.)

La ventaja principal de usar el diagrama de Bode es que la multiplicación de magnitudes se transforma en suma. También, cuenta con un método simple para dibujar una curva aproximada de magnitud logarítmica. Se basa en aproximaciones asintóticas. Este acercamiento, mediante asíntotas (líneas rectas), es adecuado si sólo se requiere información general sobre la característica de la respuesta en frecuencia. Si se ansía lograr curvas exactas, es factible corregir las curvas asintóticas. Es muy ventajosa ampliar el rango de bajas frecuencias mediante el uso de una escala logarítmica, debido a que las características de las bajas frecuencias son las más importantes en los sistemas prácticos. Sin embargo no es posible dibujar las curvas hasta una frecuencia cero, debido a la frecuencia logarítmica ($\log 0 = -\infty$), esto no es un problema serio (Ogata, 2010, p.403).

2.4.9.2. Estabilidad de Nyquist

El criterio de estabilidad de Nyquist establece la estabilidad de un sistema en lazo cerrado desde la respuesta en frecuencia en lazo abierto y los polos en lazo abierto.

Este conjunto muestra el criterio de estabilidad de Nyquist y su base matemática. Considérese el sistema en lazo cerrado cuya ecuación se ve en 14 y en la Figura 17. La función de transferencia en lazo cerrado es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (14)$$

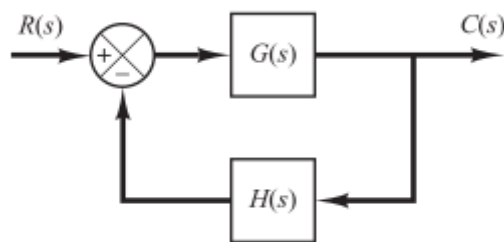


Figura 17: Sistema en lazo cerrado
Fuente: Ogata (2010)

Para la estabilidad, todas las raíces de la ecuación característica

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad (15)$$

Deben estar en el semiplano izquierdo del plano s . Se debe indicar que, si bien los polos y ceros de la función de transferencia en lazo abierto $G(s)H(s)$ pueden estar en el semiplano derecho del plano s , el sistema sólo es estable si todos los polos de la función de transferencia en lazo cerrado (en otras palabras, las raíces de la ecuación característica) están en el semiplano izquierdo del plano s . El criterio de estabilidad de Nyquist relaciona la respuesta en frecuencia en lazo abierto $G(j\omega)H(j\omega)$ con el número de ceros y polos de $1 + G(s)H(s)$ que se hallan en el semiplano derecho del plano s (Ogata, 2010, p.446). Este criterio, obtenido por H. Nyquist, es ventajoso en la ingeniería de control, porque permite establecer gráficamente la estabilidad absoluta del sistema en lazo cerrado a partir de las curvas de respuesta en frecuencia en lazo abierto,

sin que sea obligatorio determinar los polos en lazo cerrado. Para el análisis de estabilidad se utilizan tanto las curvas de respuesta en frecuencia en lazo abierto conseguidas de forma analítica como las conseguidas de forma experimental.

Esto es provechoso porque, al diseñar un sistema de control, a menudo se desconocen las expresiones matemáticas para cualquiera de los componentes y sólo se cuenta con sus datos de respuesta en frecuencia (Ogata, 2010, p.446).

CAPÍTULO III: DESARROLLO DEL PROYECTO

3.1 Análisis de ingeniería

3.1.1 Selección del mecanismo de la Prótesis

Para la selección del mecanismo de la prótesis en la marcha humana tenemos que observar que la articulación en la rodilla es el más importante ya que en esta articulación origina el movimiento de la pantorrilla y crea el movimiento suficiente para dar un paso. Hay diversos modelos de prótesis de rodilla, de los cuales el que es más factible de modelar es la rodilla monocentrica ya que posee solo un grado de libertad y por su facilidad para su implementación preliminar y construcción, por lo tanto la rodilla se medirá observando los valores promedios obtenidos de un grupo estudiado en la clínica San Juan de Dios, como se ven en las tablas 4 y 5.

Tabla 4: Longitud del hueso masculino

TALLA	PERONÉ	TIBIA	FÉMUR
1530	318	319	392
1552	323	324	398
1571	328	330	404
1590	333	335	410
1605	338	340	416
1625	344	346	422
1634	349	351	428
1644	353	357	434
1654	358	362	440
1666	363	368	446
1677	368	373	453
1686	373	378	460
1697	378	383	467
1710	383	389	475
1730	388	394	482
1754	393	400	490
1767	398	405	497
1785	403	410	504
1830	413	420	519

Fuente: Clínica San Juan de Dios, Laboratorio de Marcha

Tabla 5: Longitud del hueso femenino

TALLA	PERONÉ	TIBIA	FÉMUR
1400	283	284	363
1420	288	289	368
1440	293	294	373
1455	298	299	378
1470	303	304	383
1488	307	309	388
1497	311	314	393
1513	316	319	398
1528	320	324	403
1543	325	329	408
1556	333	334	415
1568	336	340	422
1582	341	346	429
1595	346	352	436
1612	351	358	443
1630	356	364	450
1650	361	370	457
1670	366	376	464
1692	371	382	471

Fuente: Clínica San Juan de Dios, Laboratorio de Marcha

La estructura completa que se evalúa se aprecia en la figura 18, en donde se exhibe la ensambladura de todos los elementos.

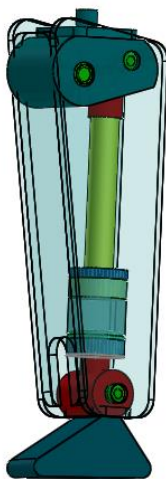


Figura 18: Ensamble del sistema que se evalúa en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

En el desarrollo de la tesis se pudo ver cada elemento que conforman la estructura en la amortiguación de la rodilla, estos elementos viene hacer los siguientes:

La pantorrilla: se logra mirar en la figura 19 por lo que se asegura a través de algunos sujetadores al amortiguador y la rodilla.

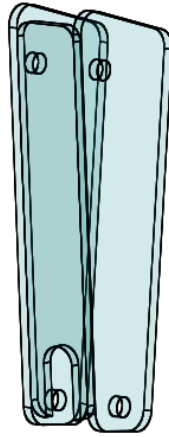


Figura 19: Pantorrilla en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

Observación: Para la justificación del dimensionamiento de todas las partes de la prótesis se utilizó en las tablas 4 y 5.

El amortiguador: se logra mirar en la figura 20 el cual se esbozara con medidas específicos.

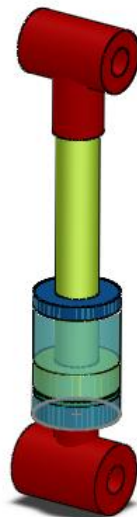


Figura 20: Amortiguador en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

La rodilla: se logra mirar en la figura 21, la cual se junta por medio de sujetadores al amortiguador, la pantorrilla.

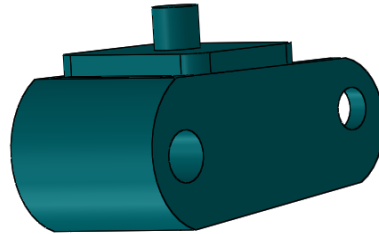


Figura 21: Rodilla en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

La totalidad de las medidas de la rodilla, amortiguador, pantorrilla, y la ensambladura son asignadas en milímetros y son coherentes con la antropometría de la meta.

La estructura primordial es la rodilla en la marcha humana por lo que la estructura es el que aprueba el desplazamiento en la pantorrilla y crea el giro indispensable para poder realizar un paso.

Con la finalidad de saber si la rodilla tiene una buena resistencia se podrá realizar detalles en cuanto al material para fabricar, para ello utilizaremos la fibra de carbono como material (por su alta flexibilidad, alta resistencia, bajo peso, tolerancia a altas temperaturas y baja expansión térmica), lo cual se mostrara todas las propiedades del material (tabla 6). Para poner la carga inicial en estas condiciones iniciales es 70 kgf, como se aprecia en la figura 22, la rodilla será sometida a esta carga para poder trabajar en base a nuestro criterio de diseño para todo el parámetro establecido.

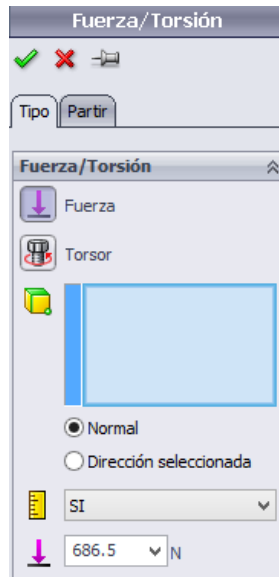


Figura 22: Condiciones iniciales del esfuerzo
Fuente: elaboración propia

Con el fin de poder calcular el análisis mecánico y se podrá ver los esfuerzos a que es sometido nuestra pieza en el comportamiento de la rodilla monocentrica realizada se podrá usar un software, al que introduciremos nuestras condiciones iniciales de la carga, para ello utilizaremos el solidworks.

En la tabla 6 se puede ver las especificaciones o características de la fibra de carbono, también se enlaza en la simulación nuestras condiciones iniciales que entran en nuestro sistema que son el anclaje de la rodilla y la gravedad. El análisis de Vonn Misses se usa para ver la forma del material en la rodilla y realiza una comparación con las cantidades que se observan en la tabla 6 muestra las condiciones iniciales de carga. En la figura 23 se ve los resultados de la característica del material bajo las condiciones de carga en la rodilla y desarrollo de los esfuerzos de Von Misses.

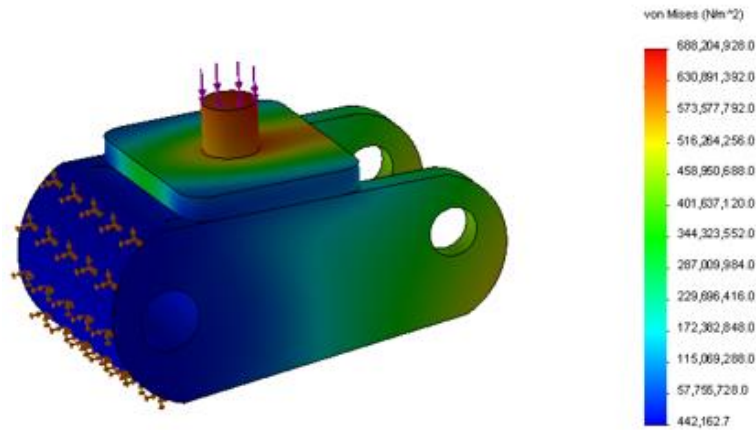


Figura 23: Distribución de esfuerzo y convenciones de colores de interpretación de los desplazamientos resultantes arrojados por solidworks
Fuente: Elaboración propia

Solidworks nos permite ver cual fue los puntos más críticos, que son el encaje de la rodilla con el socket y los orificios que une el amortiguador a la rodilla (figura 23), también se pueden evaluar el resultado de los desplazamientos resultantes.

Tabla 6. Características de la fibra de carbono y resultados arrojados por Solidworks

Nombre:	Fibra de carbono
Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
Criterio de error predeterminado:	Tensión máxima de von Mises
Límite elástico:	2.06807e+008 N/m ²
Límite de tracción:	5.17017e+008 N/m ²
Módulo elástico:	2.1e+011 N/m ²
Coefficiente de Poisson:	0.29
Densidad:	7700 kg/m ³
Módulo cortante:	7.9e+010 N/m ²
Coefficiente de dilatación térmica:	1.3e-005 /Kelvin

Fuente. Elaboración propia

3.2 Partes del Amortiguador

Para el amortiguador seleccionado, se elaboran los estudios de dimensionamiento y funcionalidad, como la carrera máxima y mínima del pistón.

Descripción Componentes del Amortiguador

En seguida se describirá cada componente del amortiguador lo cual fueron realizadas cada uno de estas piezas en Solidworks.

Camisa del Amortiguador: Esta pieza es primordial en el amortiguador en él se acoplarán los elementos. La figura 24 ilustra la camisa.

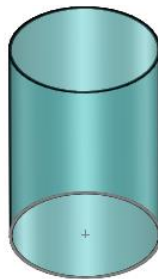


Figura 24: Camisa del amortiguador en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

Embolo del Amortiguador: Este elemento es primordial en la tarea del amortiguador. Está incorporado al soporte superior a presión. Ver figura 25

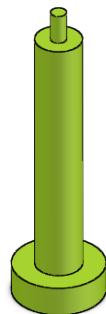


Figura 25: Pistón del Amortiguador en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

Pie de soporte: Este elemento ayudara de soporte en el contacto con el suelo, como se aprecia en la figura 26.

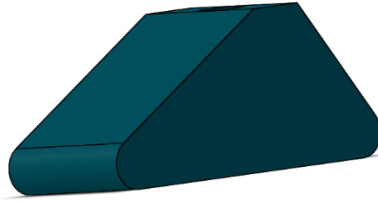


Figura 26: Pie de soporte en solidworks
Fuente: Elaboración propia

Guía de pistón: Este elemento tiene como tarea de crear apoyo al embolo en su camino, evadiendo que se descarríe, también de aceitar el pistón (figura 27).

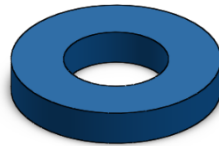


Figura 27. Guía de pistón en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

Soportes: para este caso van a cumplir las funciones, donde, ira incorporada al pistón, sostiene el amortiguador, aceptando la transmisión de esfuerzo al amortiguador (figura 28).



Figura 28: Soporte acumulador-pantorrilla en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

Acumulador: Su tarea es detener líquido para respaldar las fugas cuando hay transformación en la velocidad del amortiguador cuando se use (figura 29).

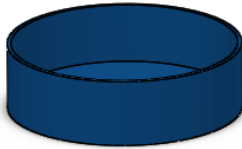


Figura 29: Acumulador en Solidworks
Fuente: Elaboración propia

Membrana: su función es impedir que se desperdicie cuando en el amortiguador se ejerza una fuerza y así tener el sistema más confiable (figura 30).

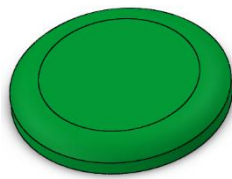


Figura 30: Membrana del amortiguador
Fuente: Elaboración propia

3.3 Finalidad del amortiguador

La función del amortiguador es trabajar en cualquier de los intervalos de tiempo, cuando se le aplique esfuerzos. Los esfuerzos cambian de acuerdo al ángulo de rotación y a la fuerza que se le aplique en la rodilla. En el momento en el que cambia uno de estas variables, que son la fuerza aplicada y el ángulo de posición, hay obligación de cambiar la resistencia en el amortiguador, efectuando cambios en el, aumentando o disminuyendo el esfuerzo, como corresponde.

Puesto que la modificación del esfuerzo y la posición de la rodilla son las variables de entrada del sistema y al evaluar estas variables se debe formar una alteración. Que es lo que forma el cambio de esfuerzos y en el periodo de amortiguación. El desplazamiento del amortiguador cambia dependiendo en la variación del esfuerzo.

3.3.1 Cálculo de detalles mínimas del amortiguador

Para hacer los cálculos se asume las condiciones para una persona de talla 1.72cm que el sistema debe tener en la movilidad, el uso de Solidworks se usa para dimensionar el cubo dentro del cual se puede ubicar el amortiguador. Ancho del amortiguador de medidas de 59mm, profundidad superior del amortiguador de medidas de 42.67mm, profundidad inferior del amortiguador de medidas de 87.28mm y Longitud del amortiguador de medidas de 268.42mm.

Trayecto mínima y máxima

Al momento que se realiza la movilidad en la rodilla y para su buen funcionamiento, debe tener restricciones, y estas medidas (ver figura 31), se deben por el ángulo mínimo y máximo que logra la rodilla durante la marcha como se ve en la tabla 7.

Tabla 7: Comportamiento de la rodilla en individuo, ángulo filtrado

Rodilla. Flexión en la fase de la marcha- ángulo filtrado					
Paso	AF.P1	AF.P2	AF.P3	AF.P4	AF.P5
1	46,18	35,18	69,19	43,12	59,32
2	74,13	60,36	59,59	52,49	56,07
3	86,71	50,11	64,39	67,73	60,12

Fuente: Rev. Fac. Med. (2014)

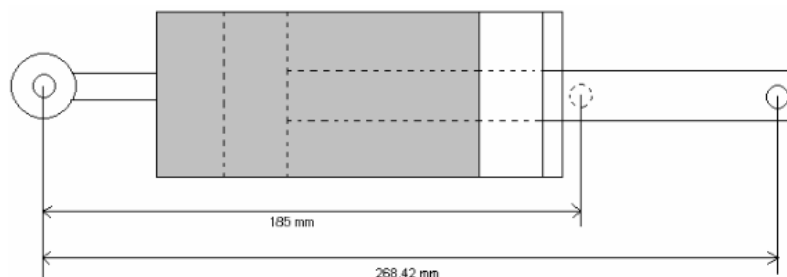


Figura 31: Carrera máxima y mínima para el amortiguador

Fuente: Elaboración propia

Fórmulas para hallar el volumen mínimo de líquido en el amortiguador que se requerirá el esfuerzo.

$$V = k\left(\frac{n}{\tau_y}\right)\lambda W_m \quad (16)$$

$$wg^2 \frac{12}{c} \left(\frac{n}{\tau_y}\right)\lambda Q \quad (17)$$

$$g = \left(\frac{n}{\tau_y}\right)\lambda S \quad (18)$$

$$W_m = 30W (\Delta P_x = 2Mpa; Q_{max} = 15cc/s)$$

$$\gamma = 200 (\Delta P_n = 1Mpa)$$

$$d = 24mm$$

Donde,

n = es la viscosidad del líquido,

ΔP = una variación de presión con respecto al desplazamiento y la viscosidad del fluido.

W_m = es la potencia requerida,

V = es el volumen mínimo del líquido,

S = es la velocidad relativa de desplazamiento,

k = es una constante,

λ = es el rango dinámico,

τ_y = es el esfuerzo cortante del campo

Con estos cálculos demostrados para el amortiguador se pueden hallar los valores del esfuerzo:

$$n = 0.25Kpa/s$$

$$\tau_y = 50KPa$$

Ahora estos valores servirán para hallar el volumen mínimo del amortiguador que requiere:

$$V = 1.9(0.25Pa/s)/(50000Pa)^2(200)(30Pa - m^3/s) = 12 \times 10^{-6} m^3 \\ = 12cc$$

El amortiguador tiene un acumulador que ayuda a la variación del volumen, se calcula el volumen del acumulador que característicamente es el 30% del volumen que se halló.

$$V_{acum} = Vx(0.3) = 3.6c. c \quad (19)$$

En seguida se ve la representación se puede apreciar en la figura 32.

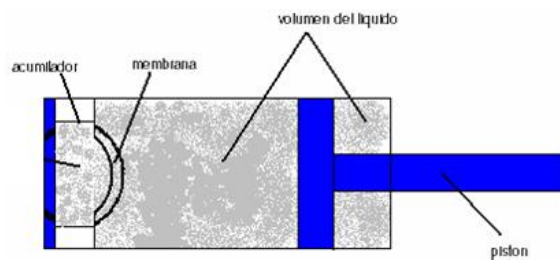


Figura 32: Representación del volumen del líquido dentro del amortiguador
Fuente: Elaboración propia

3.4 Modelo Dinámico del Sistema

3.4.1 Analogía con el modelo subactuado Grúa-Puente

Para determinar el uso de la prótesis es preciso efectuar un modelo dinámico estableciendo hincapié en el amortiguador, a fin de facilitar el modelo dinámico se hará uso del modelo subactuado Grúa-Puente que además es un modelo ya existente y además se asemeja de manera exacta de la marcha humana.

La elección del modelo subactuado grúa-puente se debe a resultados que ha habido en los estudios que se hicieron en otros países, y de este modo ha logrado asemejarse en un alto porcentaje a la marcha humana. Un claro ejemplo es una realización que se hizo del modelo subactuado grúa-puente planteado en el escrito modelamiento de la marcha humana presentados por el departamento de ingeniería mecánica y mecatronica de la Universidad Autónoma de México.

3.4.2 Modelado Matemático de la Prótesis

3.4.2.1. Representación dinámica equivalente del paciente para su modelamiento

Para realizar una representación dinámica equivalente se realiza un diagrama de cuerpo libre al paciente y de ahí se aprecia la semejanza con el modelamiento matemático. Ver figura 33.

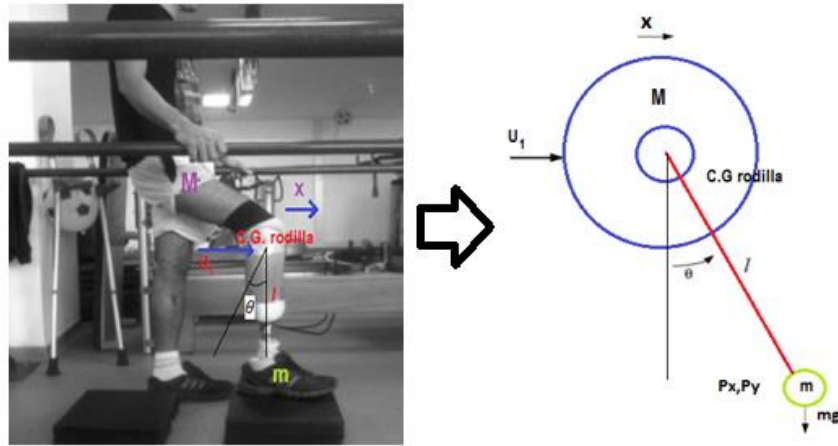


Figura 33: Equivalencia del paciente para su modelamiento
Fuente: elaboración propia

3.4.2.2 Hallando el modelo matemático

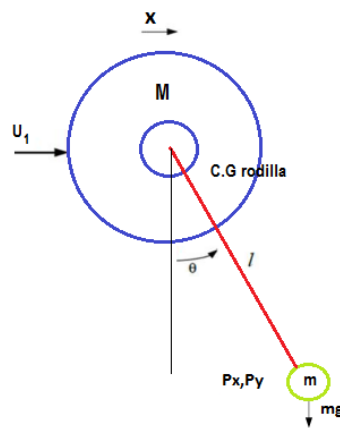


Figura 34: Modelamiento matemático de la prótesis
Fuente: Elaboración propia

M = masa del paciente

m = masa del pie

x = desplazamiento sobre el eje x .

\dot{x} = velocidad sobre el eje x .

l = longitud al centro de masa

U_1 = fuerza locomotriz de la persona.

Theta = es el ángulo de giro de la rodilla con respecto a la vertical.

El disco representa el centro de gravedad de la masa de la persona.

En la figura 34 se aprecia el modelamiento matemático. El modelo subactuado grúa-puente se toma aceptar fundamentalmente como un cuerpo duro cuyo desplazamiento se limita a dos grados de libertad que vienen hacer “x” y theta. Se puede ver las ecuaciones principales que se utilizaran:

$$L = \sum Ec - \sum Ep \quad (20)$$

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i) dt \quad (21)$$

Donde:

L: Lagrangiano

I: Principio de Hamilton

Para el uso de la ecuación 20, se tendrá que hallar la energía cinética que tiene el carro de masa m que se llamara Ec_g , por lo que es la derivada de la posición “x” que es:

$$Ec_g = \frac{1}{2} M_g \dot{x}^2 \quad (22)$$

Ahora se obtiene la energía cinética del péndulo:

$$Ec_p = \frac{1}{2} m(\dot{p}_x^2 + \dot{p}_y^2) \quad (23)$$

Haremos uso de la posición del cable l y del ángulo θ para hallar la posición del péndulo p_x y p_y :

$$p_x = x - l \sin \theta \quad (24)$$

$$p_y = -l \cos \theta \quad (25)$$

Para hallar las velocidades de p_x y p_y , se derivara las ecuaciones 24 y 25:

$$\dot{p}_x = \frac{d}{dt}(x - l \sin \theta) = \dot{x} - l \dot{\theta} \cos \theta \quad (26)$$

$$\dot{p}_y = \frac{d}{dt}(-l \cos \theta) = l \dot{\theta} \sin \theta \quad (27)$$

De las ecuaciones 26 y 27 elevaremos al cuadrado, como se ve en la ecuación 23.

$$\dot{p}_x^2 = \dot{x}^2 - 2l\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta \quad (28)$$

$$\dot{p}_y^2 = l^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta \quad (29)$$

Se suma las ecuaciones 28 y 29:

$$p_x^2 + p_y^2 = \dot{x}^2 - 2l\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta + l^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta \quad (30)$$

$$p_x^2 + p_y^2 = \dot{x}^2 - 2l\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2 \quad (31)$$

Ahora de sustituye la ecuación 30 y 31 en la ecuación 23 y se obtiene la energía cinética del péndulo Ec_p :

$$Ec_p = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 - 2l\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) \quad (32)$$

Finalmente hallamos la energía total del sistema, para ello se suma la ecuación 22 y la ecuación 32

$$Ec = Ec_g + Ec_p$$

$$Ec = \frac{1}{2} M_g \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 - 2l\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) \quad (33)$$

Para hallar la energía potencial del sistema, se debe solamente a la gravedad, pero dado que la gravedad no interviene en su movimiento del carro, ya que su movimiento de este es ortogonal a la fuerza de la gravedad, por este motivo la resultante resulta cero. En el péndulo si se ve perjudicado por la gravedad debido a su componente con la vertical:

$$Ep = -mgl(p_y)$$

$$Ep = -mgl\sin\theta = mgl(1 - \cos\theta) \quad (34)$$

Se reemplaza las ecuaciones 33 y 34 en 21 y se logra tener el lagrangiano:

$$L = \frac{1}{2} (M_g + m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2} ml^2\dot{\theta}^2 - ml\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + mgl\cos\theta \quad (35)$$

Ahora las ecuaciones de Euler-lagrange se le aplican a la ecuación 35

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

$$x: \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = u_1 \quad (36)$$

$$\theta: \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (37)$$

Donde U_1 es la fuerza de control, en otras palabras es la fuerza que se le aplica a la rodilla para que se desplace.

Ahora desarrollando $\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right]$ de la coordenada generalizada "x" de la ecuación 36 y 37:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= \frac{1}{2}M_g \frac{\partial}{\partial \dot{x}}(\dot{x}^2) + \frac{1}{2}m \frac{\partial}{\partial \dot{x}}(\dot{x}^2) - ml\dot{\theta}\cos\theta \frac{\partial}{\partial \dot{x}}(\dot{x}) \\ &= (M_g + m)\dot{x} - ml\dot{\theta}\cos\theta\end{aligned}\quad (38)$$

Se realiza la derivada con respecto al tiempo de la ecuación 38:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right] = (M_g + m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta}\cos\theta + ml\dot{\theta}^2\sin\theta\quad (39)$$

En el lagrangiano no depende nunca de la variable x, por este motivo $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$:

Ahora se expone $\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right]$ sobre la coordenada generalizada θ de la ecuación 37:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= \frac{1}{2}m \left[-2l\dot{x}\cos\theta \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}}(\dot{\theta}) + l^2 \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}}(\dot{\theta}^2)\right] \\ &= ml^2\dot{\theta} - ml\dot{x}\cos\theta\end{aligned}\quad (40)$$

De la ecuación 40, vamos a derivar con respecto al tiempo, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right] &= ml^2 \frac{d}{dt}(\dot{\theta}) - ml \frac{d}{dt}(\dot{x}\cos\theta) \\ &= ml(\dot{x}\dot{\theta}\sin\theta - \ddot{x}\cos\theta) + ml^2\ddot{\theta}\end{aligned}\quad (41)$$

Asimismo se consigue $\frac{\partial L}{\partial \theta}$, que es:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \theta} &= -ml\dot{x}\dot{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\cos\theta) + mgl \frac{\partial}{\partial \theta}(\cos\theta) \\ &= ml\dot{x}\dot{\theta}\sin\theta - mgl\sin\theta\end{aligned}\quad (42)$$

Finalmente se obtiene las ecuaciones de movimiento del sistema que son los siguientes:

$$(M_g + m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta}\cos\theta + ml\dot{\theta}^2\sin\theta = u_1 \quad (43)$$

$$-ml\ddot{x}\cos\theta + ml^2\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0 \quad (44)$$

Como se desea que el sistema sea lo más real posible por este motivo vamos a poner la fricción del carro $b\dot{x}$, lo cual se redefinirá las ecuaciones de movimiento de la siguiente manera:

$$(M_g + m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta}\cos\theta + ml\dot{\theta}^2\sin\theta + b\dot{x} = u_1 \quad (45)$$

3.4.3 Función de transferencia

Ya sea un sistema eléctrico, mecánico, físico, se logra convertir a una serie de valores matemáticos mediante los cuales se entiende el procedimiento de estos métodos frente a valores precisos. Esto es lo que acepta la función de transferencia. Se entiende de un modelo matemático que mediante un cociente conecta la respuesta de un sistema de salida a una señal de entrada. Por definición una función de transferencia se logra determinar como el siguiente enunciado:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (46)$$

En el que $H(s)$ es la función de transferencia, asimismo expresada como $G(s)$. $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la respuesta y $U(s)$ es la transformada de Laplace de la señal de entrada. Empleándolo al modelo, para conseguir analíticamente la función de transferencia de las ecuaciones del sistema linealizado, se tiene que coger primero la transformada de Laplace de las ecuaciones del sistema. En el cual se consiguen las siguientes ecuaciones:

$$(I + ml^2)\phi(s)s^2 - mgl\phi(s) = mlX(s)s^2 \quad (47)$$

$$(M + m)X(s)s^2 + bX(s)s - ml\phi(s)s^2 = U(s) \quad (48)$$

Dado que la salida para este caso es el ángulo Φ , en primer caso se soluciona la primera ecuación para $X(s)$, en el que después se reemplazará en la segunda ecuación:

$$X(s) = \left[\frac{(I+ml^2)}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s) \quad (49)$$

$$(M + m) \left[\frac{(I+ml^2)}{ml} - \frac{g}{s} \right] \Phi(s)s^2 + b \left[\frac{(I+ml^2)}{ml} - \frac{g}{s} \right] \Phi(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (50)$$

Reorganizando la función de transferencia se consigue:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (51)$$

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2]$$

De la función de transferencia de la parte de arriba alcanza observar que hay un polo y un cero en el origen. Estos alcanzan ser cancelados y la función de transferencia que se hallaría es:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^2 - \frac{(M + m)mgl}{q}s - \frac{bmgl}{q}} \quad (52)$$

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2]$$

3.5 Controlador con variables de estado

3.5.1 Ecuación de estado

Las ecuaciones de estado se simboliza por un grupo de entradas y salidas, viene hacer otro método que aprueba modelar un sistema físico, las variables de estado referente a las ecuaciones diferenciales de primer orden y estos a su vez se unen con las ecuaciones diferenciales matriciales de primer orden, y como resultado nos da una representación que se le conoce ecuación de estado.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Para ello tendremos que hallar las matrices jacobianas, que están dadas por las derivadas parciales de primer orden de una función que vienen hacer estos:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,U)} \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x,U)}$$

Ahora bien si $\dot{x} = f(x)$ entonces derivamos:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \ddot{x} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \ddot{\theta} \end{aligned} \quad \text{Entonces } f(x) = \dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \ddot{x} \\ x_4 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{-bx_2}{M+m\sin^2 x_3} - \frac{mx_4^2 \sin x_3}{M+m\sin^2 x_3} - \frac{bx_4 \cos x_3}{l(M+m\sin^2 x_3)} - \frac{mg \sin x_3 \cos x_3}{M+m\sin^2 x_3} + \frac{u_1}{M+m\sin^2 x_3} \\ \frac{-bx_2 \cos x_3}{l(M+m\sin^2 x_3)} - \frac{mx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{M+m\sin^2 x_3} - \frac{bx_4(M_g+m)}{ml^2(M+m\sin^2 x_3)} - \frac{(M+m)g \sin x_3}{l(M+m\sin^2 x_3)} + \frac{u_1 \cos x_3}{l(M+m\sin^2 x_3)} \end{bmatrix} \quad (54)$$

Para conseguir A y B, se hace desarrollando cada uno de las variables parciales de la ecuación 40, luego se evaluara cada resultado en alguno de los puntos de equilibrio del sistema, para ello se asume el origen que es: $x_1=x_2=x_3=x_4=0$, de esta manera al linealizar el sistema la información que se llegara a perder del modelo no lineal será ínfimo.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{(0,0,0,0)} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u} \end{bmatrix}_{(0,0,0,0)} \quad (55)$$

En el modelo subactuado grúa-puente puede tener varios puntos de equilibrio, por ejemplo en $x_1=x_2=x_4=0$ y $x_3=n\pi$. Como se señaló anteriormente el sistema no excede valores mayores a π , también es idóneo utilizar el punto de equilibrio en el origen.

Ahora tenemos que resolver la ecuación 55:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{M} & \frac{-gm}{M} & \frac{-b}{lM} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-b}{lM} & \frac{-g(M+m)}{lM} & \frac{-b(M+m)}{ml^2M} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{lM} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Adecuando la ecuación 56 para llevarlos a espacio de estados, resulta lo siguiente:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{M} & \frac{-gm}{M} & \frac{-b}{lM} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-b}{lM} & \frac{-g(M+m)}{lM} & \frac{-b(M+m)}{ml^2M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{lM} \end{bmatrix} u \quad (57)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (58)$$

La expresión 57 y 58 representa el modelo en espacio de estados del modelo subactuado grúa-puente. Esta ecuación será la base para representar en Matlab el sistema linealizado del modelo subactuado grúa-puente.

3.6 Estudio y Elección del Control del Sistema de Amortiguación

Para realizar un estudio y elección para el sistema de control del amortiguador y definido su actuar se hace necesario un sistema de control que sea dependiente del valor de carga y del movimiento de la rodilla que obtenga en los distintos instantes de la marcha humana.

El propósito del sistema de control es que pueda leer las variables de entrada, posición de la rodilla y carga transmitida y, nos enfocaremos en este proyecto en la parte del controlador regulador lineal cuadrático (LQR). Hay varias formas de estudiar el comportamiento del sistema y de esta manera se cumpla con el objetivo señalado, sin embargo entregados con los recursos, dificultad y tiempo del modelo se hace necesario determinarlo y examinarlo para que el controlador ejecute el proceso de manera eficaz y eficiente.

Controlador regulador lineal cuadrático (LQR)

El sistema subactuado grúa-puente es un sistema SIMO donde \mathbf{u} es la entrada y donde U_1 y θ son las salidas. Se puede determinar la matriz de ganancia K para obtener la señal de control.

$$u = -Kx \quad (59)$$

Al minimizar la función:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (60)$$

Donde Q es una matriz Hermítica semidefinida positiva y R es una matriz Hermítica definida positiva (J. Moore y B. Anderson, 2009). La función (3.30) se puede obtener al resolver la ecuación de Ricatti (K. Astrom y B. Wittenmark, 2002) por medio de la ecuación (46) de forma algebraica

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (61)$$

Donde P es una matriz Hermitica definida positiva. Y donde la ganancia de realimentación K está dada por

$$K = R^{-1}B^T P \quad (62)$$

La selección de los valores de las matrices Q y R depende del comportamiento deseado para el desempeño del controlador (Z. Wang y W. Surgenor, 2006) y son seleccionadas de acuerdo a la ecuación (63)

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 \end{bmatrix} \quad (63)$$

Donde q_1 es de forma

$$q_i = \frac{1}{(\Delta x_{imax})^2} \quad (64)$$

Con Δx_{imax} la desviación máxima alrededor del punto de operación para la variable de estado x_i . Y con la matriz R seleccionada de manera similar a (63) y (64).

3.7 Sistema electrónico

El sistema electrónico tiene la finalidad de controlar la posición horizontal de la parte inferior subsistema que representa al pie. Para ello utilizaremos un servomotor que permite un posicionamiento angular preciso de su eje horizontal de la prótesis con respecto al pie y así poder controlar el movimiento de sus distintas partes. Más adelante se muestra el diagrama del circuito, y luego ilustraremos cómo conectarlo con un microcontrolador PIC 16F84A, un sensor MPU-6050, en la figura 35 se puede ver el diagrama de flujo del funcionamiento del circuito electrónico del servomotor del pie.

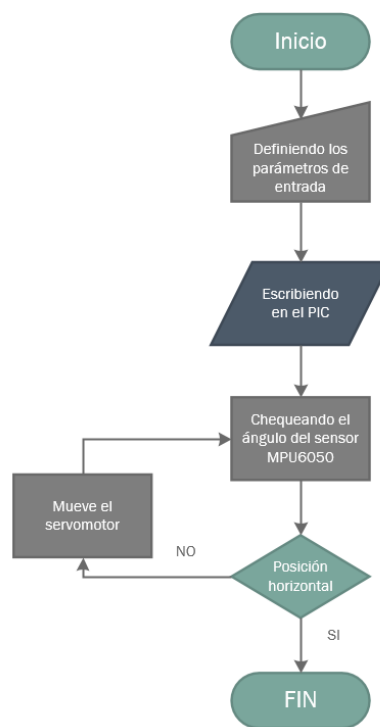


Figura 35: Diagrama de flujo del subsistema pie de la prótesis, utilizando un servomotor
Fuente: Elaboración propia

Sensor MPU-6050

El módulo sensor MPU6050 (ver figura 36) está completo en un dispositivo de seguimiento de movimiento de 6 ejes. Combina el giroscopio de 3 ejes, el acelerómetro de 3 ejes y el procesador de movimiento digital, todo en un paquete pequeño. Además,

tiene una característica adicional del sensor de temperatura en el chip. Cuenta con interfaz de bus I2C para comunicarse con los microcontroladores.



Figura 36: Modulo del sensor MPU6050
Fuente: Cobo. (2014)

El MPU6050 consta de giroscopio de 3 ejes con tecnología Micro Electro Mechanical System (MEMS). Se utiliza para detectar la velocidad de rotación a lo largo de los ejes X, Y, Z como se muestra en la figura 37.

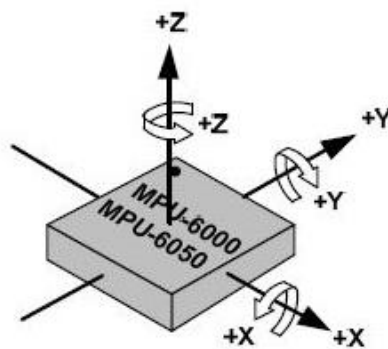


Figura 37: Orientación y polaridad de rotación
Fuente: Costa. (2015)

PIC 16F84A

Este microcontrolador (ver figura 38) de 8 bits basado en memoria EEPROM contiene la potente arquitectura PIC de Microchip en un paquete de 18 pines. El mismo dispositivo se puede utilizar para la creación de prototipos y la producción, y la aplicación final se puede actualizar fácilmente sin quitar el dispositivo del producto final a través del ICSP. Se adapta fácilmente a los sensores remotos de baja potencia para aplicaciones automotrices, industriales, cerraduras electrónicas y aplicaciones de seguridad. En el anexo se puede ver las especificaciones.

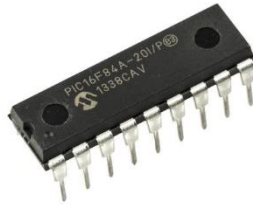


Figura 38: Microcontrolador PIC 16F84A
Fuente: Cobo. (2014)

Circuito electrónico de posición del servomotor

El diagrama de circuito (ver figura 39) como el montaje del circuito (ver figura 40) de este experimento se muestra a continuación la entrada de control para el servo se deriva del pin RB1 del microcontrolador PIC16F628A que funciona a 4.0 MHz utilizando un resonador cerámico externo. Se conecta un interruptor de tacto al pin RB0 para proporcionar la entrada del usuario para controlar la posición del brazo del servo, se conecta a la entrada de la señal del sensor MPU-6050 que está conectada en el pin RB2. La parte de operación de este experimento se describe en la sección de software a continuación.

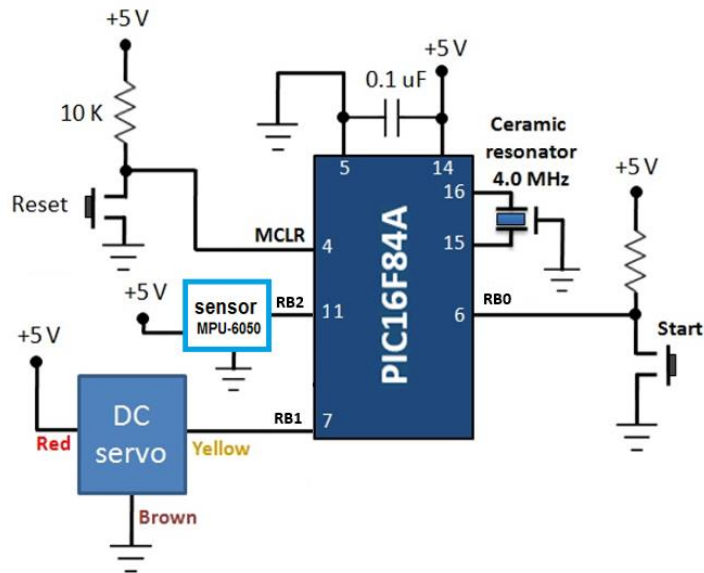


Figura 39: Diagrama de circuito para la demostración del control del servomotor
Fuente: Elaboración propia

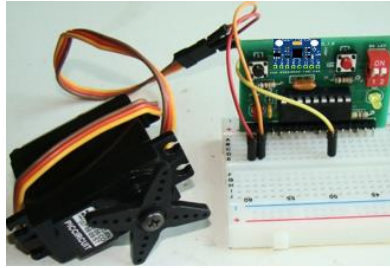


Figura 40: Montaje de circuitos en tablero de pruebas
Fuente: Elaboración propia

3.8 Sistema Informático

Se muestra en la figura 41 el diagrama de flujo del programa. El firmware para PIC16F84A está escrito en MikroC Pro for PIC compiler.

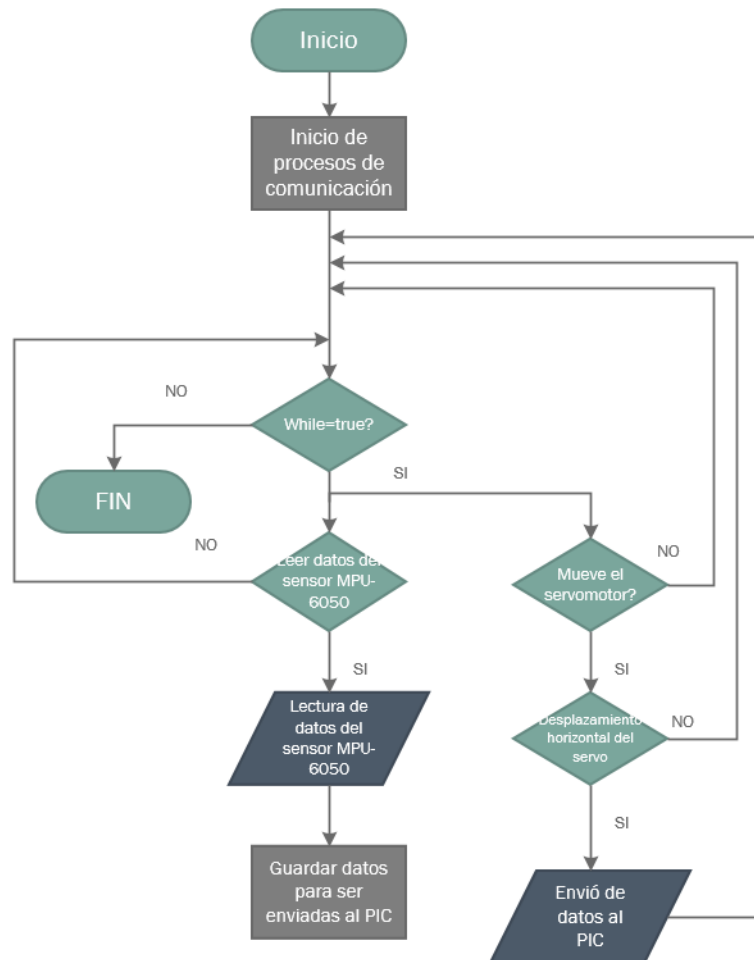


Figura 41: Diagrama de Flujo del programa
Fuente: Elaboración propia

El programa se puede apreciar en el anexo.

3.9 Sistema eléctrico

Su responsabilidad es energizar los actuadores del pie, convirtiendo la energía eléctrica en energía mecánica y así posibilitando el desplazamiento del pie de la prótesis.

3.9.1 Motores

En los motores utilizaremos un servomotor

Servomotor

Un servomotor (o servo) es una pequeña caja que contiene un motor de CC, un eje de salida (brazo servo) que está conectado al motor a través de una serie de engranajes, y un circuito electrónico para controlar la posición del eje. El objetivo de usar un servomotor es lograr un posicionamiento angular preciso de un pie, que pesa aproximado 1.5 kg, y por lo tanto nuestro servomotor elegido es un HS-805BB Hitec. En la figura 42 se ve al servomotor.



Figura 42: Tipo de servomotor
Fuente: Elaboración propia

Funcionamiento de un servomotor

Los servomotores tienen tres cables, comparando con otros motores comunes que sólo tienen dos cables. La obligación de una señal de control para el empleo de esta clase de motores hace que sea difícil emplearlos sin un circuito de control apropiado. Esto se debe a que para que el circuito de control interno funcione, es imprescindible una señal de control modulada. Para esto se emplea modulación por ancho de pulsos, en otras palabras, PWM. En la figura 43 se aprecia el diagrama de bloque del servomotor.

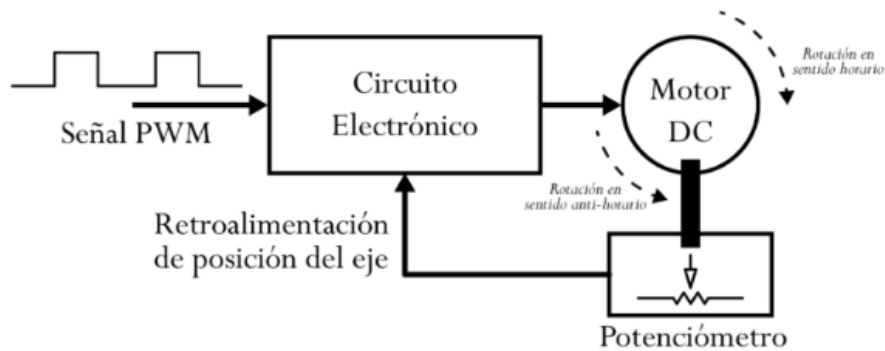


Figura 43: Diagrama de bloque del servomotor
Fuente: Cobo. (2014)

Las señales de PWM ordenadas para que el circuito de control electrónico son semejantes para la mayor de los modelos de servo. Esta señal posee el aspecto de una onda cuadrada. Necesitando del ancho del pulso, el motor seguirá una ubicación fija. En la figura 44, se ve el ancho de pulsos de las diferentes posiciones de un servomotor.

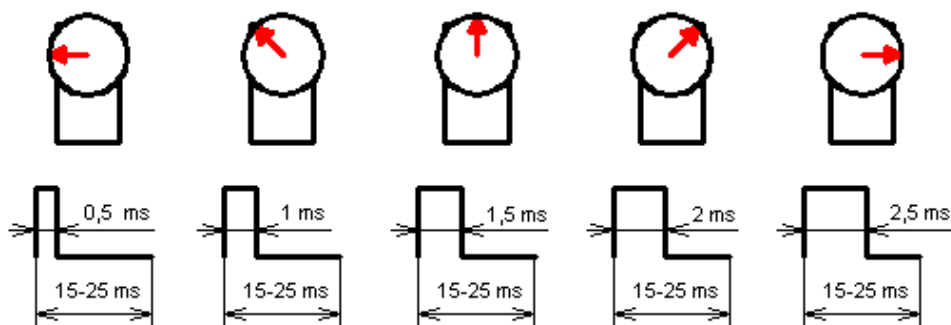


Figura 44: Ancho de pulsos donde se ve diferentes posiciones en un servomotor
Fuente: Cobo. (2014)

3.9.2 Baterías

Para alimentar a nuestro circuito utilizaremos un batería de polímero de litio.

Batería de polímero de litio

Estas baterías (ver figura 45) tienen una densidad de energía de entre 5 y 12 veces las de NiCd ó Ni-MH, a igualdad de peso. A igualdad de capacidad, las baterías de Li-Po son, típicamente, cuatro veces más ligeras que las de Ni-Cd de la misma capacidad. El tiempo de carga es de 4 horas y el tiempo de duración de la batería es de 25-30 horas.



Figura 45: Tipo de batería de litio
Fuente: Costa. (2015)

Cargador De Batería De Litio USB Con El LTC 4056.

Para poder recargar nuestra batería de litio utilizaremos un cargador con modelo LTC 4056 con entrada USB, se muestra en la figura 46.



Figura 46: Cargador de batería de litio LTC 4056
Fuente: Costa. (2015)

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y SIMULACIÓN

4.1. Simulación en Matlab

Para hacer la simulación en Matlab y como se comprendió la analogía del modelo subactuado grúa-puente que tiene que ver con la marcha humana, establecer el modelo para efectuar el sistema de control, considerando que las variables que conciernen al sistema son completamente análogas a las variables que queremos controlar, lo cual nos permitirá regular el comportamiento del sistema de amortiguación.

En el capítulo 3 se argumentó el comportamiento del sistema de amortiguación integro a través de su función de transferencia y sus ecuaciones que vienen hacer del modelo subactuado grúa-puente.

La función de transferencia en el diseño del circuito de control que modela el comportamiento del sistema se señala en la ecuación 52 y esta misma se re-escibe en términos de la transformada de Laplace de esta manera sea más fácil para trabajar en Matlab. En seguida se señala la función de transferencia que viene hacer la ecuación 52:

$$\frac{\phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^2 - \frac{(M + m)mgl}{q}s - \frac{bmgl}{q}} \quad (52)$$

En Matlab se introduce la función de transferencia poniendo el numerador y denominador de manera de vectores, para lo cual se realiza el programa siguiente en extensión de Matlab con lo que se puede modelar la función de transferencia.

```
M=0.5;  
m=0.2;  
b=0.1;  
i=0.006;  
g=9.8;  
l=0.3  
q=(M+m)*(i+m*l^2)-(m*l)^2;
```



```

num=[m*l/q 0]
den=[1 b*(i+m*l^2)/q -(M+m)*m*g*l/q -b*m*g*l/q]
Gs=tf(num,den)
step(Gs)
figure
impz(Gs)
l = 0.3000

```

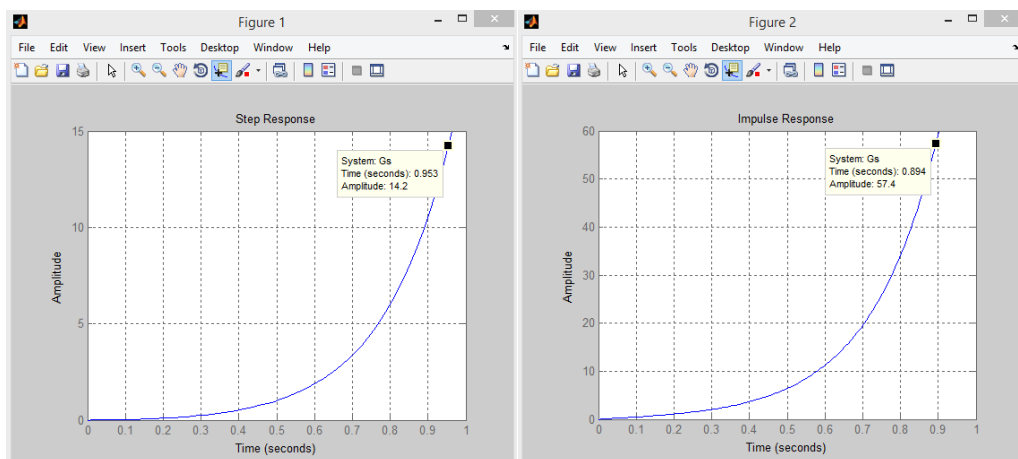
```

num = 4.5455 0
den =
    1.0000 0.1818 -31.1818 -4.4545
Gs =
    4.545 s
-----
s^3 + 0.1818 s^2 - 31.18 s - 4.455

```

Continuous-time transfer function.

Para estudiar el comportamiento del sistema se le designa una función impulso o una función escalón como desordenes para analizar el comportamiento del sistema que se puede ver en la figura 47, en la salida se señala la figura 47 a) que corresponde a la respuesta con una función escalón y en 47 b) que corresponde a la respuesta con una función impulso, se puede apreciar que la tendencia del sistema está aumentando por lo que el sistema es inestable y por lo consiguiente es necesario incluir un controlador para que este estable el sistema.



(a)

(b)

Figura 47: Salida de la función escalón (a) y función impulso (b)

Fuente: Elaboración propia

4.1.1 Procedimiento en Espacio de Estados para la estabilización y análisis del sistema

El procedimiento en espacio de estados para la estabilización y análisis del sistema, se establece un sistema de ecuaciones en términos matriciales como se puede apreciar en las ecuaciones 57 y la ecuación 58 donde se señala las salidas y entradas del sistema en variables de estado y no se trabaja en función de transferencia, a partir de estas variables de estado se hace factible la observación y la realimentación del sistema.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{M} & \frac{-gm}{M} & \frac{-b}{lM} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-b}{lM} & \frac{-g(M+m)}{lM} & \frac{-b(M+m)}{ml^2M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{lM} \end{bmatrix} u$$

(57)

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

(58)

En el sistema de variables de estado, se puede manipular estableciendo un método matemático para establecer las matrices que modelan el comportamiento del sistema. Para ello se realiza y se introduce el programa siguiente en Matlab de la siguiente manera. A través de la práctica de las variables de estado del sistema se alcanza formar una manera matemática para crear las matrices que modela el comportamiento del sistema y analizar el ángulo y el centro de masa de la pierna. Utilizamos el programa siguiente.

M = 0.5;

m = 0.2;

b = 0.1;

i = 0.006;

```

g = 9.8;
l = 0.3;
p = i*(M+m)+M*m*l^2;
A = [0 1 0 0;% se ingresa las matrices
     0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
     0 0 0 1;
     0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
B = [ 0;% se ingresa las matrices
     1/M;
     0;
     1/l*M]
C = [1 0 0 0;
     0 0 1 0]
T=0:0.05:10;
U=0.2*ones(size(T));% crea arreglos del tamaño T
[Y,X]=lsim(A,B,C,U,T);% simula el tiempo de respuesta del
% sistema dinámico a entradas arbitrarias
plot(T,Y)% representación gráfica
axis([0 2 0 100])

```

Matlab nos arroja el siguiente resultado:

```

A =
     0  1.0000     0     0
     0 -0.1818  2.6727     0
     0     0     0  1.0000
     0 -0.4545 31.1818     0

B =
     0
    1.8182
     0
    4.5455

C =
     1     0     0     0
     0     0     1     0

```

A su vez este programa nos arroja la gráfica de la respuesta al impulso del sistema lo cual se puede apreciar en la figura 48 donde se observa la salida y con el análisis de la gráfica se ratifica que el sistema es inestable.

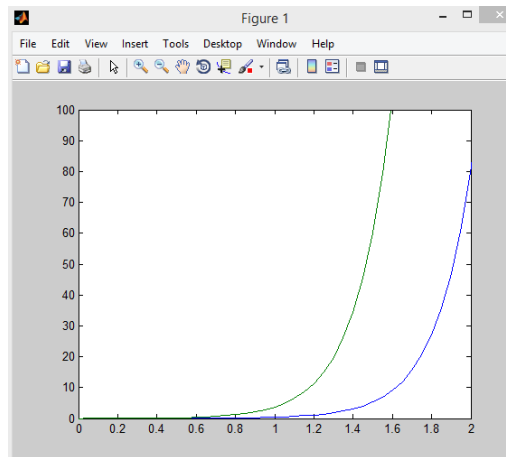


Figura 48: Grafica mediante espacio de estados
Fuente: Elaboración propia

Analizando la salida donde la línea verde interpreta el ángulo del modelo subactuado grúa-puente y la línea azul la posición de la rodilla. Igual a la figura anterior, es necesario incluir una clase de control para explicar la dinámica del sistema.

Con el objeto de analizar el comportamiento de todo el sistema se puede usar la forma de variable de estado, con el siguiente código se hallara los valores de las matrices pertinentes a la variable de estados tanto en tiempo discreto, como en tiempo continuo, lo cual contribuirán a los resultados de observabilidad y controlabilidad del sistema, cuyos valores representan la ganancia, polos y ceros del sistema, y al final nos muestra la gráfica que está en función del tiempo donde se ve el comportamiento del sistema.

```

clc
clear all
M=0.5;
m=0.2;
b=0.1;
i=0.006;
g=9.8;
l=0.3;
Ts=0.1;
p=i*(M+m)+M*m*l^2;
A = [0 1 0 0;% se ingresa las matrices
      0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;

```

```

0 0 0 1;
0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
B = [ 0;% se ingresa las matrices
      1/M;
      0;
      1/l*M]
C = [1 0 0 0;
      0 0 1 0]
CO = ctrb(A,B)% forma la matriz de controlabilidad
rank(CO)
ob = obsv(A,C)% forma la matriz de observabilidad
rank(ob)

sys = ss(A,B,C) % crea modelo de estado
sysd = c2d(sys,Ts)% convierte el modelo de tiempo continuo a tiempo discreto
[A,B,C] = ssdata(sysd)% accede a los datos modelo de espacio de estado
zpk(sysd)

```

Después de la ejecución del programa se logra obtener las matrices del modelo del sistema de variables de estados [A, B, C].

```

A =
    0  1.0000    0    0
    0 -0.1818  2.6727    0
    0    0    0  1.0000
    0 -0.4545 31.1818    0
B =
    0
  1.8182
    0
  4.5455
C =
    1  0  0  0
    0  0  1  0

```

Después de obtener las matrices en Matlab se puede ver los valores de controlabilidad y observabilidad en modo de matriz, que se muestra de la siguiente manera, para hallar la controlabilidad del sistema se utiliza el principio siguiente que es “ un sistema es totalmente controlable si hay un control sin limitación $u(t)$ que pueda acompañar a algún estado $x(t_0)$ a algún otro estado deseado $x(t)$ en un tiempo finito $t_0 \leq t \leq T$. para

ver si un sistema es observable, se debe verificar con el principio siguiente “ un sistema es observable completamente si y solo si hay un tiempo finito T, manera que el estado inicial se resuelve a partir de la observación”.

```
CO =
0 1.8182 -0.3306 12.2089
1.8182 -0.3306 12.2089 -4.4287
0 4.5455 -0.8264 141.8858
4.5455 -0.8264 141.8858 -31.3196
```

```
ans =
```

```
4
```

```
ob =
```

```
1.0000 0 0 0
0 0 1.0000 0
0 1.0000 0 0
0 0 0 1.0000
0 -0.1818 2.6727 0
0 -0.4545 31.1818 0
0 0.0331 -0.4860 2.6727
0 0.0826 -1.2149 31.1818
```

```
ans =
```

```
4
```

Se aprecia el valor arrojado por Matlab de la función de transferencia del sistema en tiempo continuo es 4, que es el valor tanto para la controlabilidad y observabilidad, este valor indica al ser semejante al valor del tamaño de la matriz CO el sistema es completamente controlable y también observable debido a que el valor obtenido es “4” es menor al tamaño de la matriz OB. En seguida se presenta el modelo en tiempo continuo de las variables de estado del sistema que son:

```
a =
```

```
      x1    x2    x3    x4
x1    0     1     0     0
x2    0 -0.1818 2.673  0
x3    0     0     0     1
x4    0 -0.4545 31.18  0
```

```
b =
```

```
      u1
x1    0
x2 1.818
```

```

x3  0
x4 4.545
c =
  x1 x2 x3 x4
y1  1  0  0  0
y2  0  0  1  0

```

Continuous-time state-space model.

A continuación se muestra el modelo en tiempo discreto de las variables de estado que son:

```

a =
  x1  x2  x3  x4
x1  1  0.09909  0.01363  0.0004504
x2  0  0.9818  0.2789  0.01363
x3  0 -0.002318  1.16  0.1053
x4  0 -0.04743  3.276  1.16

```

b =

```

  u1
x1 0.009087
x2 0.1822
x3 0.02318
x4 0.4743

```

c =

```

  x1 x2 x3 x4
y1  1  0  0  0
y2  0  0  1  0

```

Sample time: 0.1 seconds

Discrete-time state-space model.

Se muestran los valores en las matrices resultantes de las variables de estado en tiempo discreto los cuales vienen hacer:

A =

```

1.0000  0.0991  0.0136  0.0005
  0  0.9818  0.2789  0.0136
  0 -0.0023  1.1598  0.1053
  0 -0.0474  3.2764  1.1598

```

B =

```

0.0091

```

```

0.1822
0.0232
0.4743
C =
  1   0   0   0
    0   0   1   0

```

Se muestra a continuación dos transformadas z del sistema que contienen los polos, ceros y las ganancias desde la entrada hasta la salida del sistema los cuales vienen hacer:

```

0.0090868 (z+0.994) (z-0.6096) (z-1.64)
1: -----
(z-1) (z-0.9858) (z-0.571) (z-1.745)

```

```

0.023184 (z-1) (z+0.9939)
2: -----
(z-1.745) (z-0.9858) (z-0.571)

```

Sample time: 0.1 seconds

Discrete-time zero/pole/gain model.

Ahora en variable de estado en tiempo discreto, se estudiara el sistema si es totalmente controlable, con el tiempo de muestreo que nos da como resultado 0.0011212. Después determinamos el sobrepico deseado y el tiempo de acomodación para controlar el sistema, y calculamos el ángulo. Se realiza en Matlab el siguiente programa.

```

CX =[B A*B A^2*B A^3*B]
rk= rank(CX)
Os = 0.15 % overshoot
Ta = 2; %tiempo de acomodación deseado
E=-log(Os)/sqrt(pi^2+log(Os)^2)
T=4/Ta;
angulo=acos(E)

```

Nos muestra el resultado del sistema en tiempo discreto a continuación:

```

CX =
  0.0091  0.0277  0.0480  0.0721
  0.1822  0.1918  0.2181  0.2698

```



```

0.0232  0.0764  0.1532  0.2779
0.4743  0.6174  0.9573  1.6017
rk =
4

```

Se aprecia que el valor de rango es $rk=4$ para un tiempo $t=0.0011212$ segundos, lo cual señala que el sistema es completamente controlable para ese tiempo y también se aprecia el tamaño de la matriz que es semejante a la cantidad rk ya con esto se puede asegurar que el sistema es completamente controlable..

```

Os =
0.1500
E =
0.5169
angulo =
1.0275

```

Podemos ver el valor del sobrepico que tiene un valor de 0.1500, el tiempo de acomodación para poder controlar el sistema está reemplazado por la letra E cuyo valor es de 0.5169 y para finalizar hallamos el ángulo para el sistema 1.0275.

Después detallamos los polos deseados con respecto a las variables de estado en tiempo discreto que son:

```

XOS=-linspace(0,T+2);%genera un vector espaciado linealmente
YOS = -XOS.*tan(angulo);
Yi1 = spline(XOS,YOS,-T);%interpola datos de spline cúbico
P=exp([-T+j*Yi1 -T-1+j*Yi1 -T-2+j*Yi1 -T-3+j*Yi1].*Ta) % polos deseados
K=place(A,B,P)% observador de estados

```

A continuación Matlab da el siguiente resultado:

```

P =
0.9978 + 0.0037i  0.9966 + 0.0037i  0.9955 + 0.0037i  0.9944 + 0.0037i
K =

```

11.9945 + 0.1210i 6.6848 + 7.2897i 3.3826 -30.4455i 0.3682 - 5.8022i

Se aprecia los valores de P son los polos deseados que se encuentran en el sistema y la variable K presenta los valores del observador de estados del sistema, después definimos un valor utópico correspondiente para el sensor de posición angular cuyo valor es de 0.0175, lo cual es equivalente a un grado.

```
L=place(A',C',P)' % observador de estados
xk=[0.0175 0 0 0]' % valor de 1 grado medido por el sensor de posición angular
X=xk;
uk=0;
Y = C*xk+D*uk;
U=uk;
```

```
L =
    0.0072 + 0.0075i -0.0009 + 0.0005i
   -0.0023 + 0.0235i -0.0016 - 0.0014i
   -0.0014 - 0.0006i  0.0083 + 0.0073i
   -0.0047 - 0.0083i  0.0378 + 0.0268i
xk =
    0.0175
         0
         0
         0
```

Se puede apreciar también la matriz L y la matriz xk del sistema.

Para estabilizar el sistema mediante variable de estados se utiliza un criterio que es poner una entrada escalón de 0.2m y usar los parámetros siguientes:

Sobrepico de phi menor que 20 grados (0.35 radianes).

Tiempo de establecimiento para x y phi menor que 2 segundos.

Error de estado estacionario entre el 2%.

Tiempo de subida para x menor que 1 segundo.

Para el método de diseño con esta metodología de debe tener en cuenta todas las variables son de interés y se pueden controlar para estabilizar luego el sistema. Utilizando este método de espacio de estados es relativamente simple trabajar con un

sistema de salida múltiple, por ello emplearemos este método para estabilizar la posición del centro de masa del sistema como el ángulo de la rodilla.

Para esto resolveremos mediante realimentación completa de estados, para este tipo de control lo vemos en la figura 49.

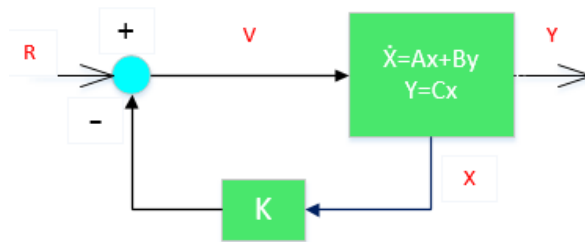


Figura 49: Diagrama de bloques de realimentación de estados
Fuente: Elaboración propia

Se puede ver en este problema los 4 estados representan la velocidad angular, la posición, la velocidad del centro de masa, y el ángulo del sistema, para la figura anterior R representa la entrada de comando escalón. En la salida incluye tanto el ángulo como la posición del centro de masa. Deseamos estudiar el sistema con el método de espacio de estados tal que cuando se da una entrada escalón, el sistema debiera desplazarse, no obstante y el centro de masa debiera ir a una posición de comando nueva y debiera volver a cero. El primero que se debe hacer es hallar los polos a lazo abierto del sistema, para lo cual se realizara ingresando las líneas de código siguiente en Matlab:

```
M = 0.5;
m = 0.2;
b = 0.1;
i = 0.006;
g = 9.8;
l = 0.3;
p = i*(M+m)+M*m*l^2;
A = [0 1 0 0;% se ingresa las matrices
     0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
     0 0 0 1;
     0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
B = [ 0;% se ingresa las matrices
```

```

1/M;
0;
1/I*M]
C = [1 0 0 0;
0 0 1 0]
p = eig(A) % devuelve un vector de los valores propios de la matriz cuadrada A

```

Matlab nos da la siguiente respuesta:

```

p =
    0
 -5.6041
 -0.1428
  5.5651

```

Como se observa hay un polo en 5.5651 en el semiplano derecho, con esto se ratifica la inestabilidad del sistema a lazo abierto.

El próximo paso en el desarrollo del diseño se tomara que tenemos realimentación completa de estados, y hallar el vector K que defina la ley de control para realimentación, lo cual se realiza de diferentes formas; si se conoce en qué lugar están los polos a lazo cerrado requerido, para ello se puede usar los comandos acker, place o la función lqr, esta función facilita un estudio optimo, bajo algunas requerimientos. La función nos permite seleccionar dos parámetros, Q y R, que balancea la importancia relativa de la entrada y los estados en la función de costo que se está tratando mejorar. Para esto se tendrá en cuenta $Q=C'*C$ y $R=1$.

Esencialmente, la función lqr posibilita el control de las dos salidas; para tal caso, para conseguir la respuesta esperada, se sintonizara el sistema intercambiando los elementos no nulos en la matriz Q, para encontrar la configuración de Q, vamos a incorporar las siguientes líneas de código en Matlab:

```

M = 0.5;
m = 0.2;
b = 0.1;

```

```

i = 0.006;
g = 9.8;
l = 0.3;
p = i*(M+m)+M*m*l^2;
A = [0 1 0 0;% se ingresa las matrices
      0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
      0 0 0 1;
      0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
B = [ 0;% se ingresa las matrices
      1/M;
      0;
      1/l*M]
C = [1 0 0 0;
      0 0 1 0]
p = eig(A)% devuelve un vector de los valores propios de la matriz cuadrada A
C'*C

```

Matlab nos da la respuesta siguiente:

```

p =
      0
 -5.6041
 -0.1428
  5.5651
ans =
      1  0  0  0
      0  0  0  0
      0  0  1  0
      0  0  0  0

```

El componente en la posición 3,3 se utilizara para pesar el ángulo de la rodilla y la posición 1,1 el componente, se utiliza para pesar del centro de masa.

En la entrada R el peso se mantendrá en 1, cuando se ha hallado la matriz Q, podremos tratar de encontrar la matriz K que presente un controlador favorable; se muestra el código líneas abajo en donde se encuentra la matriz K y también se bosqueja la respuesta; por otro lado con estos códigos se facilita el programa, ya que se realiza en un solo paso de tal modo que sea más rápido cambiar en el control de las variables x e y, estos modificaran el sistema para obtener la estabilidad a las salidas, que vendrían

hacer el ángulo y la posición del centro de masa de la rodilla, después de realizar el código se ve la respuesta de esta manera:

```

M = 0.5;

m = 0.2;

b = 0.1;

i = 0.006;

g = 9.8;

l = 0.3;

p = i*(M+m)+M*m*l^2;

A = [0 1 0 0;% se ingresa las matrices
      0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
      0 0 0 1;
      0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]

B = [ 0;% se ingresa las matrices
      1/M;
      0;
      1/l*M]

C = [1 0 0 0;
      0 0 1 0]

p = eig(A)% devuelve un vector de los valores propios de la matriz
%cuadrada A

C'*C

x=1;

y=1;

Q=[x 0 0 0;
   0 0 0 0;
   0 0 y 0;

```

```

0 0 0 0];

R = 1;

K = lqr(A,B,Q,R) %diseño del regulador lineal cuadrático

Ac = [(A-B*K)];

Bc = [B];

Cc = [C];

T=0:0.01:5;

U=0.2*ones(size(T));%crea arreglos del tamaño T

[Y,X]=lsim(Ac,Bc,Cc,U,T);%simula el tiempo de respuesta del

% sistema dinámico a entradas arbitrarias

plot(T,Y)%representación gráfica

legend('desplazamiento del centro de masa en el sistema','Pierna')

Se aprecia que Matlab nos brinda el vector K y la matriz P:

```

```

p =
    0
 -5.6041
 -0.1428
  5.5651
ans =
    1    0    0    0
    0    0    0    0
    0    0    1    0
    0    0    0    0
K =
 -1.0000 -1.6567 18.6854  3.4594

```

En la figura 50, Matlab nos brinda la gráfica de la respuesta de la pierna como del desplazamiento del centro de masa.

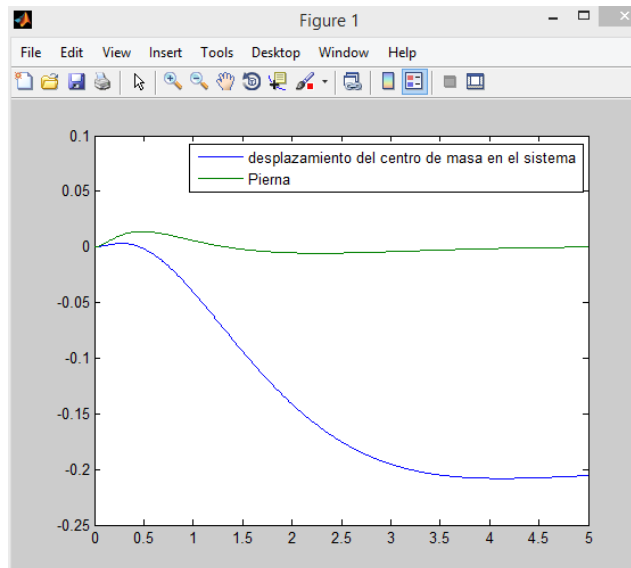


Figura 50: Respuesta del desplazamiento del centro de masa y la pierna
Fuente: Elaboración propia

En la figura 50 se aprecia la curva azul interpreta la posición del centro de masa y la curva verde interpreta el ángulo de la rodilla del sistema en metros; el gráfico no es ventajoso ya que los sobrepicos de la pierna y el centro de masa se asemeja estar bien, pero hay que mejorar bajar el tiempo de subida del centro de masa y el tiempo de asentamiento; también se aprecia que el centro de masa no se ubica próximo de la ubicación anhelada sino que de hecho se ha trasladado en la dirección contraria. Sin embargo para lograr una mejor respuesta y optimizar el sistema se modifican las variables x e y . Se aprecia en la figura 51, luego se aumenta el valor de x los tiempos de subida y de establecimiento bajan, y también disminuye el movimiento de la rodilla. Después de realizar diferentes pruebas se opta los valores $x=5000$ y $y=100$, dando como resultado la respuesta al escalón y los valores de K :

$p =$

0
-5.6041
-0.1428
5.5651

$ans =$

1 0 0 0
0 0 0 0
0 0 1 0
0 0 0 0

$K =$

-70.7107 -37.8345 105.5298 20.9238

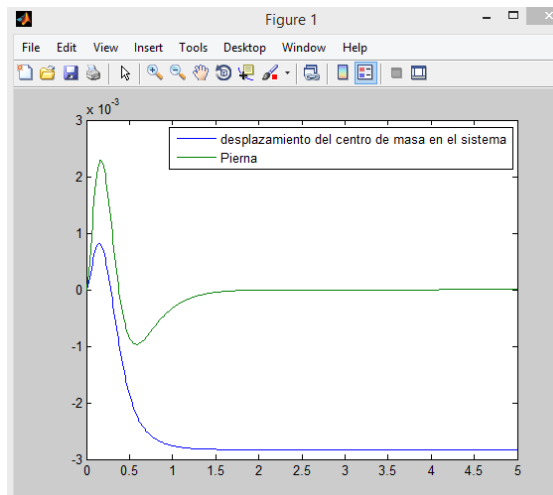


Figura 51: Respuesta del desplazamiento del centro de masa y la pierna con variación en X e Y
Fuente: Elaboración propia

De la figura 51 se puede apreciar que si se aumentara x como y más de lo que esta, entonces se lograría optimizar más la respuesta; los parámetros en estos instantes cumplen con las exigencias del diseño en tanto se mantenga x e y sean tan chicos como se pueda. Igualmente el tiempo de establecimiento tiene por debajo de los dos segundos. Esta metodología tiene un problema que es cuanto más altos sean x e y , ya que son mayores los esfuerzos de control usados, si el error de seguimiento es menor en tal caso corresponde determinar el error de seguimiento o el esfuerzo de control para redefinir las variables de control.

En comparación con las otras metodologías de análisis del sistema se debe quitar el error de estado estacionario, ya que se realimentara la salida y se realiza una comparación con la entrada de referencia para poder hallar un error, de este modo un controlador de realimentación entero de estado se realimentan todos de cada uno de los estados; por tal razón es conveniente calcular el valor de estado estacionario de los estados; se puede hacer multiplicando por la ganancia K escogida así como utilizando el nuevo valor de la entrada; para ello se adjunta una ganancia constante N_{bar} después de la referencia, para ello en Matlab se realiza los siguientes cambios:

$$M = 0.5;$$

$$m = 0.2;$$

```

b = 0.1;
i = 0.006;
g = 9.8;
l = 0.3;
p = i*(M+m)+M*m*l^2;
A = [0 1 0 0;% se ingresa las matrices
      0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
      0 0 0 1;
      0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
B = [ 0;% se ingresa las matrices
      1/M;
      0;
      1/l*M]
C = [1 0 0 0]
p = eig(A)% devuelve un vector de los valores propios de la matriz
%cuadrada A
C'*C
x=5000;
y=100;
Q=[x 0 0 0;
   0 0 0 0;
   0 0 y 0;
   0 0 0 0];
R = 1;
K = lqr(A,B,Q,R)%diseño del regulador lineal cuadrático
Ac = [(A-B*K)];
Bc = [B];
Cc = [C];
T=0:0.01:5;
U=0.2*ones(size(T));% crea arreglos del tamaño T
Cn=[1 0 0 0];
Nbar=rscale(A,B,Cn,0,K)
Bcn=[Nbar*B];
[Y,X]=lsim(Ac,Bcn,Cc,U,T);% simula el tiempo de respuesta del sistema
%dinámico a entradas arbitrarias
plot(T,Y)%representación gráfica
legend('desplazamiento del centro de masa del sistema','Pierna')

```

Como se observa el error de estado estacionario se encuentra en los márgenes deseados, y los tiempos de asentamiento y subidas se han alcanzados también el sobrepico de la

posición de la rodilla se encuentra en los niveles de los criterios de diseño, en la figura 52 se puede apreciar estos criterios.

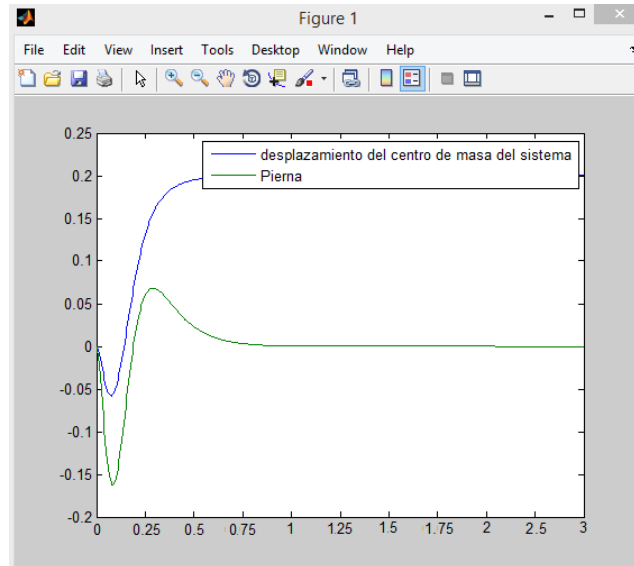


Figura 52: Respuesta del desplazamiento del centro de masa y la pierna con una ganancia K elegida y usando el nuevo valor como referencia para la entrada.

Fuente: Elaboración propia

En la gráfica se observa que la respuesta es óptima, que se consiguió examinando realimentación completa de estado, esto es una estimación válida. En su totalidad los requerimientos de diseño se han conseguido con el ínfimo de esfuerzo de control, por consiguiente no se requiere más pruebas.

4.1.2 Procedimiento de estabilización y análisis del sistema manejando respuesta en frecuencia para el sistema

Para realizar un análisis en el estudio de respuesta en frecuencia se usará la función de transferencia en la planta detallada en la ecuación 51 y usada en el capítulo 3 para resolver del amortiguador las fuerzas externas.

$$\frac{\phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q} s^2}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q} s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q} s^2 - \frac{bmgl}{q} s} \quad (51)$$

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2]$$

Tendremos un método de diseño para lo cual conviene que la fuerza ejercida sea constante en la rodilla y los valores son los siguientes:

El péndulo no se debe alejar más allá de los 0.05 radianes de la vertical.

El tiempo de establecimiento menor que 1.8 segundos.

En Matlab se escriben los siguientes códigos para evaluar la frecuencia natural:

```
M=0.5;
m=0.2;
b=0.1;
i=0.006;
g=9.8;
l=0.3;
p=i*(M+m)+M*m*l^2;
A=[0 1 0 0;% se ingresa la matriz
    0 -(i+m*l^2)*b/p (m^2*g*l^2)/p 0;
    0 0 0 1;
    0 -(m*l*b)/p m*g*l*(M+m)/p 0]
B=[0;% se ingresa la matriz
    (i+m*l^2)/p;
    0;
    m*l/p]
C=[1 0 0 0;
    0 0 1 0]
[wn,qs]=damp(A);%calculando la maxima frecuencia del sistema
wnx=max(wn);
wa=1000*wnx/(2*pi)% frecuencia en Hz
```

La frecuencia resultante del sistema es el siguiente:

wa = 891.9193

Nos muestra que tenemos una frecuencia natural alta que tiene una tendencia inmediatamente al estado estacionario. Para el uso del método de respuesta en frecuencia y poder hacer la estabilización del sistema vamos a utilizar los diagramas de

Nyquist y diagrama de bode. Se introduce en Matlab la función de transferencia derivada de la transformada de Laplace de la salida phi se incorpora en el numerador como en el denominador:

```
M=0.5;
m=0.2;
b=0.1;
i=0.006;
g=9.8;
l=0.3;
q=(M+m)*(i+m*l^2)-(m*l)^2; num=[m*l/q 0 0]
den=[1 b*(i+m*l^2)/q -(M+m)*m*g*l/q -b*m*g*l/q 0]
```

Cuando se introduce la función de transferencia se examina el sistema con un impulso por medio del diagrama de Nyquist. Se usa el diagrama de Nyquist porque el sistema es inestable a lazo abierto del modo que se evidencio en la parte inicial del sistema de control de amortiguación. En la figura 53 se muestra el diagrama de bloques.

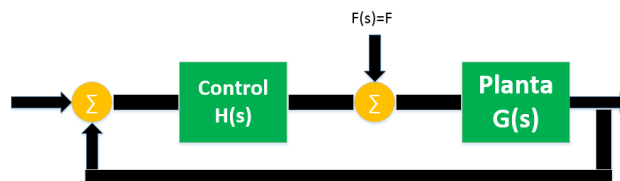


Figura 53: Sistema de control con realimentación
Fuente: Elaboración propia

Cuando se inició el desarrollo de diseño se observa los ceros y polos de la función, en Matlab se introdujo las siguientes líneas de comando:

```
M=0.5;
m=0.2;
b=0.1;
i=0.006;
g=9.8;
l=0.3;
q=(M+m)*(i+m*l^2)-(m*l)^2; num=[m*l/q 0 0]
den=[1 b*(i+m*l^2)/q -(M+m)*m*g*l/q -b*m*g*l/q 0]
```

```
x=roots(num)% muestra raíces del numerador
y=roots(den)% muestra raíces del denominador
```

Matlab arroja la siguiente respuesta:

```
num =
    4.5455    0    0
```

```

den =
    1.0000    0.1818   -31.1818   -4.4545     0
x =
    0
    0
y =
    0
    5.5651
   -5.6041
   -0.1428

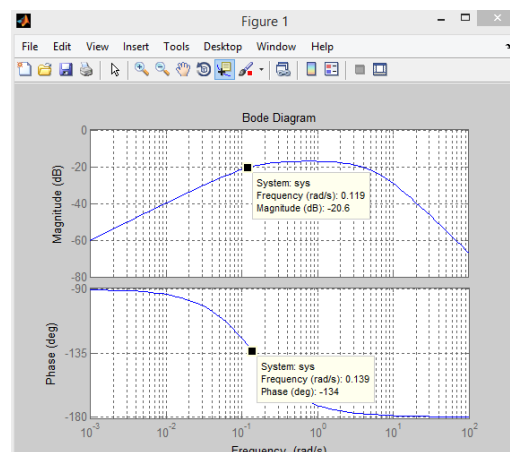
```

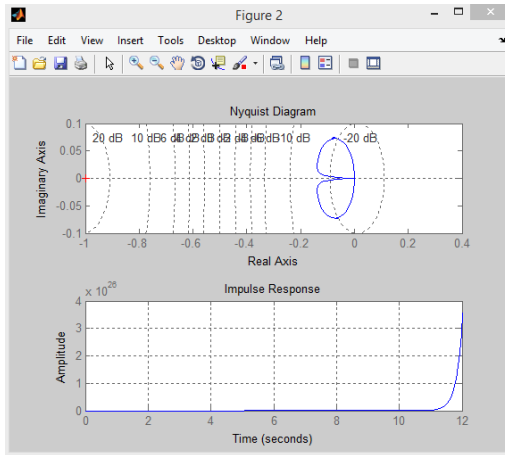
Al responder Matlab se mira la anulaci3n de polos y ceros en el origen, y tambi3n tiene un polo real positivo en el semiplano derecho. Por ende esto representa que se requiere un rodeo en contra reloj a -1 para obtener un sistema estable a lazo cerrado. En la figura 54 se observa el diagrama de Nyquist del sistema sin compensar, se examina la ganancia del numerador y denominador del sistema de la funci3n de transferencia que es igual a uno. En Matlab se introduce las siguientes l3neas de c3digo:

```

function [ ] = pend()
clf
figure(1)
clf
num = [4.5455    0    0];
den =[1.0000    0.1818   -31.1818   -4.4545     0];
figure(1)
k = input('K?.....');
bode(k*conv(numc,num), conv(denc,den))
figure(2)
subplot (2,1,1)
nyquist(k*conv(numc,num), conv(denc,den))
subplot(2,1,2)
cnum = conv(num,denc);
temp1 = k*conv(numc,num);
temp2 = conv(denc, den);
clden = polyadd(temp1,temp2);
impulse (cnum,clden)

```



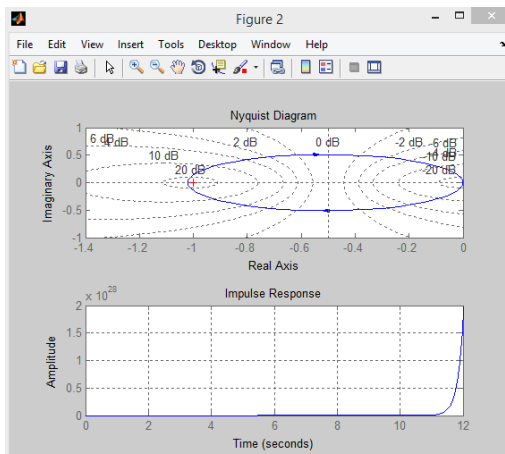


(a)

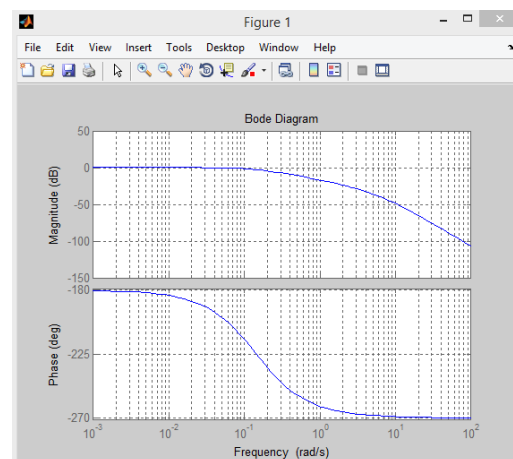
(b)

Figura 54: Gráficas de diagrama de Bode (a), Nyquist (b) y la función impulso obtenida con variación en el denominador
Fuente: Elaboración propia

De la figura 54 se ve los diagramas de bode y de Nyquist, donde se aprecia que el sistema es inestable a lazo cerrado ya que no hay rodeo a -1. Lo que se hará a continuación es dar el primer paso donde se agregara un integrador que anule el cero extra en el origen, de este modo en el origen, se conseguirá dos polos y dos ceros, esto se realizara con el comando “pend” para efectuar el programa antes descrito y se cambien los siguientes valores: numc = (1), denc = ([1 0]) y k = (1). En figura 55 se presenta el diagrama de bode y Nyquist realizados en Matlab.



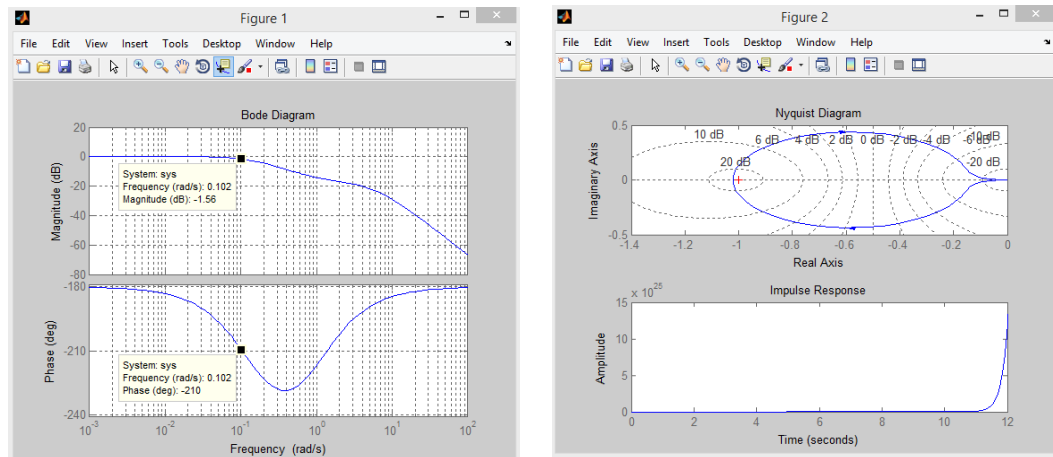
(a)



(b)

Figura 55: Gráficas de diagrama de Bode (a), Nyquist (b) y la función impulso obtenida con variación en el denominador.
Fuente: Elaboración propia

De la figura 55 el diagrama de Nyquist se puede ver que rodea el punto -1 en el sentido de las manecillas del reloj. También se ve que hay dos polos en el semiplano derecho, pero para conseguir un rodeo en el sentido contrario a las manecillas del reloj es necesario agregar fase, para ello se agrega un cero al sistema de la función de transferencia, dicho de otra manera en -1. Para ello realizamos unos cambios a los valores de $\text{numc} = ([1 \ 1])$, $\text{denc} = ([1 \ 0])$ y $k = (1)$, se observar el resultado en la figura 56.



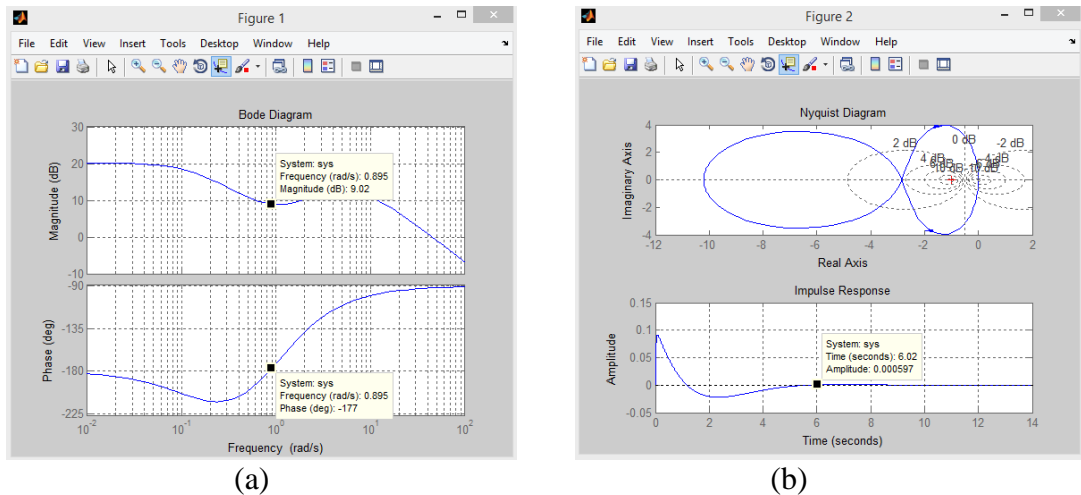
(a)

(b)

Figura 56: Gráficas de diagrama de Bode, Nyquist y la función impulso obtenida con variación en el numerador.

Fuente: Elaboración propia

En la figura 56, se aprecia que cuando se añadió un cero no fue bastante para cambiar el sentido del diagrama de bode, ya que todavía se encuentra en sentido a las manecillas del reloj, entonces lo que se realizara ahora es agregar otro cero, y también algo de ganancia, para que pueda estabilizar el sistema desplazando el diagrama de Nyquist a la izquierda, y obteniendo de esta manera el desplazamiento del diagrama sea en el sentido contrario a las manecillas del reloj en el punto -1, y también que N sea igual a -1. Para ello se conseguirá haciendo cambios a los valores de $\text{numc} = (\text{conv}([1 \ 1],[1 \ 1]))$, $\text{denc} = ([1 \ 0])$ y $k=10$. La respuesta arrojada por Matlab se observa en la figura 57.



(a) (b)
 Figura 57: Gráficas de diagrama de Bode (a), Nyquist (b) y la función impulso obtenida con variación en el numerador, denominador y la constante.
 Fuente: Elaboración propia

Se aprecia en la figura 57, es estable el sistema y ahora solo es necesario mejorar la respuesta, para ello se variaran los polos del controlador, para esto se realizara la variación de los polos con un criterio que es; polos pequeños, próximo al origen, modificaran la respuesta a bajas frecuencias, mientras que los polos grandes, lejos del origen, modificaran la respuesta a altas frecuencias, después de cambiar los polos del controlador en diferentes ocasiones, se determina que con los valores hallados en estudio son $\text{numc} = (\text{conv}([1 \ 1.1],[1 \ 5]))$, $\text{denc} = ([1 \ 0])$ y $k=10$ cumple los parámetros de diseño del sistema, como se aprecia en la

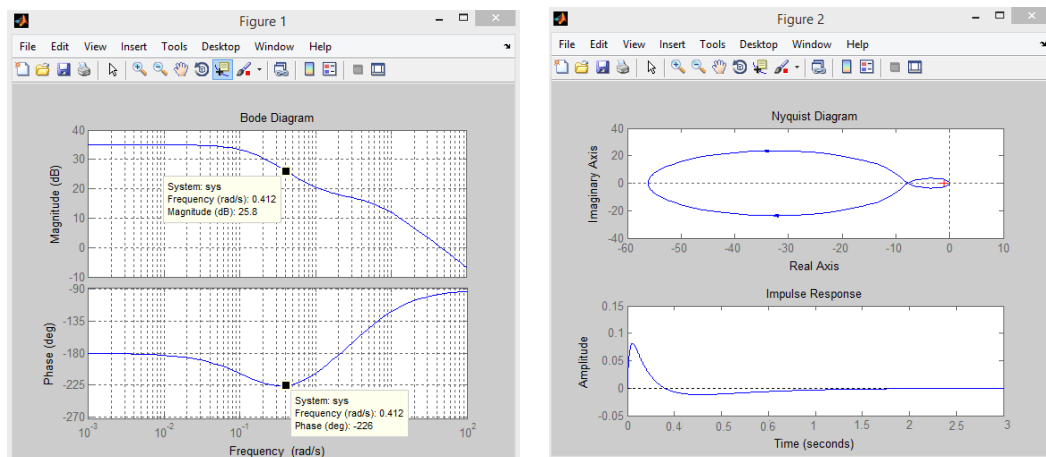


figura 58.

(a) (b)

Figura 58: Representación gráficas de diagrama de Nyquist (a), Bode (b) y la función impulso obtenida con valores que satisfacen el controlador
 Fuente: Elaboración propia

Luego de haber realizado los cambios hechos en el sistema de la función de transferencia se ve como la respuesta en frecuencia se ha “aplanado”, como se aprecia en la figura 58 el diagrama de bode. En el diagrama de bode en la representación de la magnitud se cumple el criterio de estabilidad puesto que el pico de resonancia del sistema es suficiente, en vista de que es menor a 1.5 y el ancho de banda es grande de acuerdo a la constante de tiempo que es pequeña; asimismo se puede observar que el sistema se encuentra compensado. También se puede decir otro criterio que el sistema es estable es por lo que el sistema se halla entre 0dB a -180dB.

También en el diagrama de la función impulso se aprecia un pico pequeño y el sistema muestra la estabilización en 1.5 segundos. Para finalizar con el criterio de Nyquist se concluye que se llegó a la estabilización del sistema ya que en el cual se detalla porque se mira la forma ovalada del contorno de Nyquist, donde se aprecia que el número de rodeos en el punto (-1,0) está en sentido contrario a las manecillas del reloj, ya que con esto se evidencia la estabilidad del sistema.

4.2. Discusión de resultados

Al simular las gráficas en Matlab se lograron comprobar que se asemeja a la marcha humana en la investigación y por lo tanto se ratifica que efectivamente se alcanzó aproximar la marcha de una persona con discapacidad, a la marcha de una persona sin discapacidad. También se ve que en las etapas de desarrollo de fase se producen alteraciones hechas por la inercia de la pierna al caminar ya que la pierna se encuentra apoyada al piso y esto produce oscilaciones.

Se infiere de la gráfica de posición del centro de masa, el error producido en la simulación en relación del tiempo usado a causa de la selección de un parámetro de desplazamiento estándar, dicho de otro modo se establece que un ciclo de marcha tiene un tiempo establecido de 6 segundos, también se infiere a pesar de que el tiempo usado en la simulación continúa el recorrido con valores similares de amplitud de la función. Todos los parámetros se pueden modificar para alcanzar un resultado con menos error.

Una causa debido a los errores generados en la simulación frente a la marcha normal se debió al hecho que se tuvo que linealizar las ecuaciones para bosquejar el sistema de control en Matlab, no obstante donde se definió el parámetro de diseño un error menor al 3 %, y llevarlo a cabo como se comprobó en el numeral del sistema de control, con lo cual el parámetro ya viene perjudicado con anterioridad cuando se linealiza las ecuaciones para hallar la función de transferencia. También el sistema de control se usa con una variable de interés por ello se establece importante la forma en que la variable que no se tiene en consideración en la formación del error por parte de las conclusiones alcanzados.

El arreglo del controlador para alcanzar la salida de estabilización del sistema de control a través de la respuesta en frecuencia consigue una estabilidad en un tiempo de 1.5 s y por el método de espacio de estados se alcanzó realizar que el error de estado estacionario se halla en la aproximación anhelado, y el tiempo que alcanzo la estabilidad es de 1 s y de este modo se halla en el rango de los métodos de diseño y los resultados hallados mejora en gran medida los esperados.

4.3. Costos del prototipo

Se realiza una estimación de costos de este proyecto, para determinar la factibilidad de ejecución del mismo, cabe resaltar los costos está dividido en: Costos de diseño, costos de fabricación, costo de programación, costo de ensamblado, todos estos costos se obtuvieron de experiencias de personas que se encuentran laborando.

Costo de diseño

En el costo de diseño se ve el tiempo para la elaboración del diseño es de 11 meses y por ende el tiempo por mes es de S/. 900, lo cual el costo por horas/hombre es de S/.30, y esto tiene un costo total de diseño de S/. 9900.

Costo de fabricación

En los costos de fabricación están incluido los elementos eléctricos, mecánicos, electrónicos y costos de operaciones de fabricación, los cuales se aprecia en la tabla 8 y tabla 9.

Tabla 8: Costo de maquinados

Maquinas	Tiempo	Importe (s/.)
Fresa	120 min	600
Taladro	60 min	730
Torno	120 min	500
Corte	40 min	520
Soldadura	50 min	780
Total		3130

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Costo de elementos eléctricos, mecánicos, electrónicos

Material	Cantidad	Precio (S/.)
Tornillo Allen cabeza cónica M3X10mm	12	6
Tornillo 1.5mmX8mm	6	3
Opresor Allen M3X10mm	8	4
Rotula cuerda interna 3/8"	1	450
Servomotor 12v D.C	1	150
Tubo de fibra de carbono	2	900
Solera de fibra de carbono	2	900
Bloque de fibra de carbono	2	1200
Nylamid (barra) l=5cm. D=3/4"	1	200
Batería de litio	1	55
Tuerca hexagonal M5	16	2.25
Arandela A10,5	5	1
Anillos de seguridad M15,M20	20	5.2
Resistencias	4	1
Leds	2	1
Pulsadores	2	2
Capacitores	2	3
PIC 16F28A	1	15
Cables	3	1.5
Protoboard	1	20
Switch	1	2
Total		3921.95

Costo de programación

El costo de la programación se ve el tiempo para la programación del sistema de control y software que es de 5 días y por ende el tiempo de trabajo es de 8 horas diarias, lo cual el costo por horas/hombre es de S/.30, y esto tiene un costo total de diseño de S/. 1200.

Costo de ensamblado

El costo de ensamblado es ejecutado por una persona calificada. El ensamblado se realiza durante 7 días y por ende el tiempo de trabajo es de 8 horas diarias, lo cual el costo por horas/hombre es de S/.30, y esto tiene un costo total de ensamblado de S/.1680.

Para finalizar en la tabla 10 se aprecia cuanto seria el costo estimado total del proyecto.

Tabla 10: Costos totales en (S/.)

Ítem	Descripción	Tiempo estimado	Sub-total
1	Costo de diseño	11 mes	9900.00
2	Costos de fabricación	2 meses	7051.95
3	Costo de programación	5 días	1200.00
4	Costo de ensamblado	7 días	1680.00
Total			19831.95

Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

1. Se realizó la simulación del comportamiento de un prototipo de rodilla a través del software SolidWork, obteniéndose un análisis estructural y también nos permitió ver cuáles fueron los puntos más críticos, que son el encaje de la rodilla con el socket donde el límite elástico es $2.06807e+008$ N/m² y los orificios que une el amortiguador a la rodilla.
2. Se utilizó la teoría de espacio de estados y respuesta en frecuencia para diseñar los controles de un prototipo de prótesis, para eso se hizo un modelamiento matemático con lo cual el sistema de control utilizado para el sistema de amortiguación con ecuaciones de estado y respuesta en frecuencia, es el que mejor se ajusta a las situaciones para la investigación (costo, esfuerzo de control, estos controladores optimizan esencialmente la respuesta del sistema, aproximando su salida a la de una marcha sin discapacidad, puesto que tanto la posición del centro de masa del sistema como las fuerzas (salidas del sistema) asemejan su conducta con de la marcha humana normal.
3. Se realizó la simulación de los sistemas de control diseñado, que al realizar el desarrollo del modelamiento matemático por el software Matlab, se demuestra de manera contundente al desarrollo de la investigación, dándole fiabilidad a los resultados y credibilidad.
4. Se modelo y simuló el sistema controlado de amortiguación para la rodilla de una prótesis transfemoral de forma que el sistema de amortiguación, combinado por la rodilla, la pantorrilla y el amortiguador, tiene un procedimiento análogo al del subsistema grúa-puente, pero estructuralmente sólido, que accede garantizar su estabilidad y firmeza mecánica en el momento de la uso en una prótesis transfemoral y con el controlador regulador lineal cuadrático es de gran utilidad por su confiabilidad, rapidez y precisión, es por esto que los resultados son satisfactorios.

5. Se consiguió que de la salida de estabilización del sistema de control a través de la respuesta en frecuencia consigue una estabilidad en un tiempo de 1.5 s y por el método de espacio de estados se alcanzó el tiempo que alcanzo la estabilidad es de 1 s y de este modo se halla en el rango de los métodos de diseño y los resultados hallados mejora en gran medida los esperados.

RECOMENDACIONES

1. Se recomienda el uso del PIC 16F84A ya que este microcontrolador es de alta velocidad y bajo consumo del cual se señala el circuito de conexión y su especificaciones en el anexo.
2. Se recomienda el uso de un elevado módulo de elasticidad y elevada resistencia en la fabricación de la rodilla tal como la fibra de carbono ya que en el análisis de deformaciones y esfuerzo, este elemento soporta los esfuerzos a lo que es sometido.
3. Se recomienda que se deben evaluar y observar minuciosamente los resultados logrados en la simulación del sistema controlado de amortiguación para realizar modificaciones si fuera obligatorio, las características globales de simulación, los métodos de selección del controlador, los parámetros de diseño del amortiguador, si es posible optimizar aún más la respuesta del sistema, mediante lógica difusa o redes neuronales.
4. Se recomienda ver los planos de cada una de las piezas que se elaboró, ya que serán útiles con miras a la base en la construcción de la prótesis transfemoral a futuro.
5. Se recomienda tener atención en los métodos que se manejan en la fabricación con la finalidad que estos no perjudiquen de manera representativa los resultados conseguidos en la simulación del sistema controlado de amortiguación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Araujo, N. (2012). *Diseño conceptual de una prótesis para amputación transfemoral*. (Tesis de pregrado). Universidad Autónoma de Occidente, Cali. Colombia.
- Aristizabal, J. (2003). *Estudio sobre la fabricación de sockets para amputados por encima de la rodilla en Colombia*. Universidad de los Andes.
- Astrom, K. y Wittenmark, B. (2002) *Computer controlled systems: Theory and Design*, Prentice Hall.
- Astrom, J. y Furuta, K. (2006) *Swinging up a pendulum by energy control*. IFAC 13th World Congress, San Francisco, California.
- Bermúdez, E. y Espada, F. (2012). *Fundamentos de control con Matlab*. Pearson.
- Béseler, M. (2006). *Estudio de los parámetros cinemáticos de la marcha del paciente hemiplejico mediante plataformas dinamometricas*. Universidad de valencia.
- Callupe, R. (2012). *Guía de análisis de movimiento patológico para evaluación post tratamiento quirúrgico de fractura de fémur*. (Tesis de pregrado). Pontificia Universidad Católica del Perú, lima. Perú.
- Campbell, R. (2002). *Conceptual Design of a Powered Ankle-foot Prosthesis for Walking with Inversion and Eversion*. Procedia Technology. p.p. 228-235.
- Cobo, R. (2014). *Catálogo general de electrónica y dispositivos electrónicos*. SKF.

- C-Motion VISUAL 3D. (2012). *C-Motion Research Biomechanics*. Recuperado de:<http://www.c-motion.com/>.
- Cormack, D. (2005). *Prosthetic Knee Designs*. International Fellow in Pediatric Orthopedic Surgery. Georgia, E.U.A. p.p. 2-5
- Costa, D. (2015). *Equipos electrónicos, baterías y cargadores industriales*. Akuval.
- Dalley, A. y Moore, K. (2013). *Anatomía con orientación clínica*. Ed. Médica Panamericana. Séptima edición.
- Dorf, R. y Bishop, R. (2005). *Sistemas de Control Moderno*. Ed. Prentice Hall. Décima Edición.
- Farro, L., Tapia, R., Bautista, L., Montalvo, R., y Iriarte, H. (2012). *Características clínicas y demográficas del paciente amputado*. Revista Médica Herediana. pp. 240-243.
- García, A. y Perry, C. y Villegas, J. (2001). *Construcción de la prótesis táctil Pauper tango*. Revista de Ingeniería de la Universidad de los Andes. N°16. Bogotá.
- García, J. Rodríguez, C. (2012). *Diseño de una prótesis transtibial amortiguada*. (Tesis de pregrado). Instituto Politécnico Nacional, México D.F.
- González, J. (2013). *Diseño del control para una prótesis de rodilla*. (Tesis de pregrado). Universidad de Piura, Piura. Perú.
- Herr, H. (2010). *Control of a powered ankle-foot prosthesis based on a neuromuscular model*. IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering : a

publication of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, vol. 18. pp. 164–73.

Inman, T.; Ralston, H.; Tood, F. (2012). *Human Walking*. Reedition. Baltimore: Press Ltd.

Lombard, M. (2013). *La biblia de Solidworks 2013*. Wiley.

Luardi, M. y Nielsen, C. (2007). *Orthotics and Prosthetics in Rehabilitation*. Second. Canada Elsevier, pp. 745–803

Gómez. M. (2018). *Anatomía de la rodilla*. Ed. Braun M&C

Medina, S. (2017). *Diseño mecánico de una prótesis activa transfemoral*. (Tesis de magister). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima. Perú.

Meléndez, A. y Popovic, B. y Caltenco, A. y Chong, J. (2008). *Implementación de un control basado en reglas a nivel coordinación para un caminado simétrico con una prótesis transfemoral activa*, Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica, México.

Messier, S.; Loeser, R.; Hoover, J.; Semble, E.; Wise, C. (1992). *Osteoarthritis of the knee: effects on gait, strength, and flexibility*. Archives of physical medicine and rehabilitation, vol. 73, no. 1, pp. 29–36, Jan.

Myer, K. (2003). *Standard handbook of biomedical engineering and design*. McGraw Hill, New York.

Mirralles, M. y Mirralles, R. (2005). *Biomecánica Clínica de las Patologías del Aparato Locomotor*. Vol. 1. Masson. España.

- Moore, J. y Anderson, B. (2009). *Optimal Control linear quadratic methods*. Prentice Hall.
- Murray, M. (2010). *Gait as a total pattern of movement*. American Journal of Physical Medicine & Rehabilitation, vol. 46, no. 209.
- Noriega, D. (1999). *Diseño de un Distractor Externo para Artrodiastásis de Rodilla*, en Instituto Politécnico Nacional. México, México.
- Netter, F. (2006). *Atlas of Human Anatomy*. Cuarta edición, p.475
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Ed. Pearson Educación. Quinta edición.37
- Peterson, D.; Bronzino, J. (2008). *Biomechanics: Principles and Applications*. USA: CRC Press Taylor.
- Perry, J.; Burnfield, J. (2010). *Gait Analysis: Normal and Pathological*. 2nd ed. Thorofare, New Jersey, USA: SLACK Incorporated, p. 576.
- Prieto, C. (2016). *Propuesta de diseño de prótesis mecatrónica para miembro inferior a nivel transfemoral*. (Tesis de pregrado). Universidad Nacional Autónoma de México, México
- Reátegui, N. (2012). *Guía de análisis de movimiento patológico para evaluación post tratamiento quirúrgico de fractura de fémur*. (Tesis de pregrado). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima. Perú

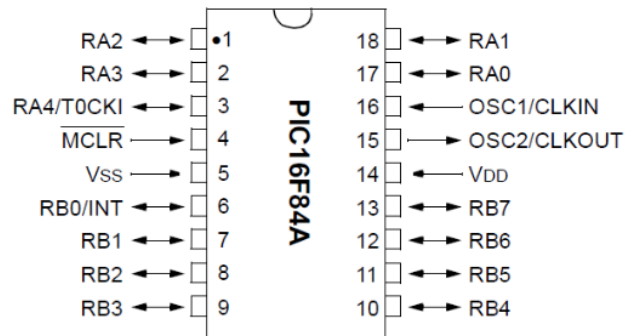
- Roger, B. (1997). *Introduction to Sports Biomechanics*. First. London GB: Spon Press.
- Silverman, F. (2010), *Patient-Adaptive Prosthetic and Orthotic Leg Systems*. In Proc. of the 12th Nordic Baltic Conference on Biomedical Engineering and Medical Physics, pp. 123–128.
- Vioscosa, E. (2004). *Estudio biomecánico comparativo entre el patrón de marcha humana Normal y del amputado tibial*. (Tesis pregrado). Universidad de Valencia, España.
- Vera, C. y Felez, J. (2014) *Dinámica vehicular basada en la teoría de Bond-Graph*. Madrid, Universidad Politécnica de Madrid, p. 446.
- Wang, Z. y Surgenor, w. (2006) *A problem With the LQ Control of Overhead Cranes*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.128.
- Wagenaar, R.; Beek, W. (1992). *Hemiplegic gait: a kinematic analysis using walking speed as a basis*. *Journal of biomechanics*, vol. 25, no. 9, pp. 1007–15, Sep.
- Xie, H.; Shi, J.; Liu, Y. (2008). *Bionic Design and Analysis of Biped Robot with Heterogeneous Legs*. no. 60475036, pp. 2008–2011.

ANEXOS

Anexo 1: Características del PIC 16F84A

- Versiones para bajo consumo (16LF84A), de 4 MHz (PIC16F84A-04) y 20 MHz (PIC16F84A-20). Un ciclo máquina del PIC son 4 ciclos de reloj, por lo cual si tenemos un PIC con un cristal de 4 MHz, se ejecutarán 1 millón de instrucciones por segundo.
- Memoria de programa Flash de 1 K x 14 bits.
- Memoria RAM dividida en 2 áreas: 22 registros de propósito específico (SFR) y 68 de propósito general (GPR) como memoria de datos.
- 15 registros de funciones especiales.
- Memoria de datos RAM de 68 bytes (68 registros de propósito general).
- Memoria de datos EEPROM de 64 bytes.
- Contador de programa de 13 bit (lo que en teoría permitiría direccionar 4 KB de memoria, aunque el 16F84 solo dispone de 1KB de memoria implementada).
- Pila con 8 niveles de profundidad.
- Modos de direccionamiento directo, indirecto y relativo.
- ALU de 8 bits y registro de trabajo W del que normalmente recibe un operando que puede ser cualquier registro, memoria, puerto de Entrada/Salida o el propio código de instrucción.
- 4 fuentes de interrupciones:

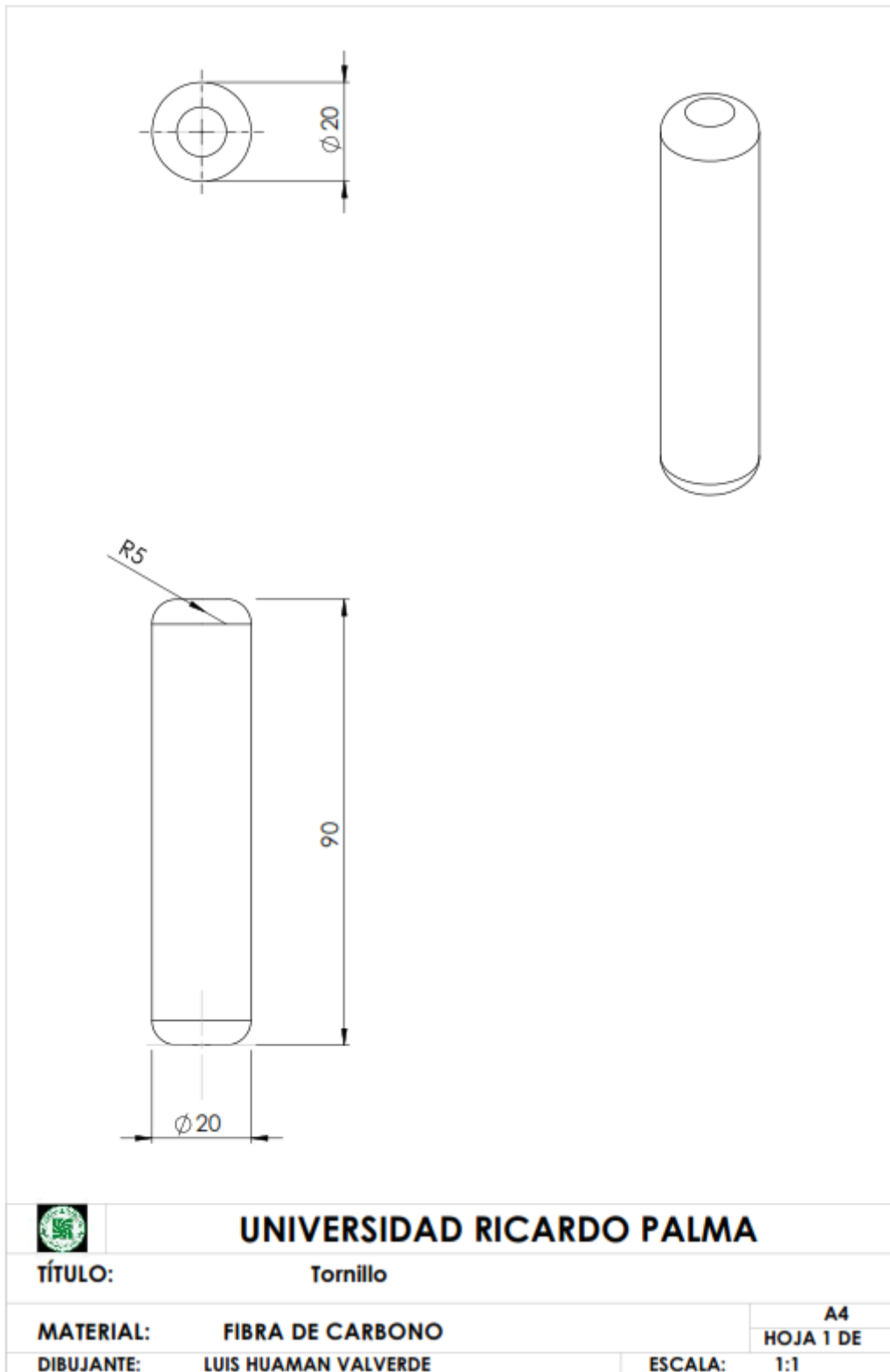
Diagrama del pin



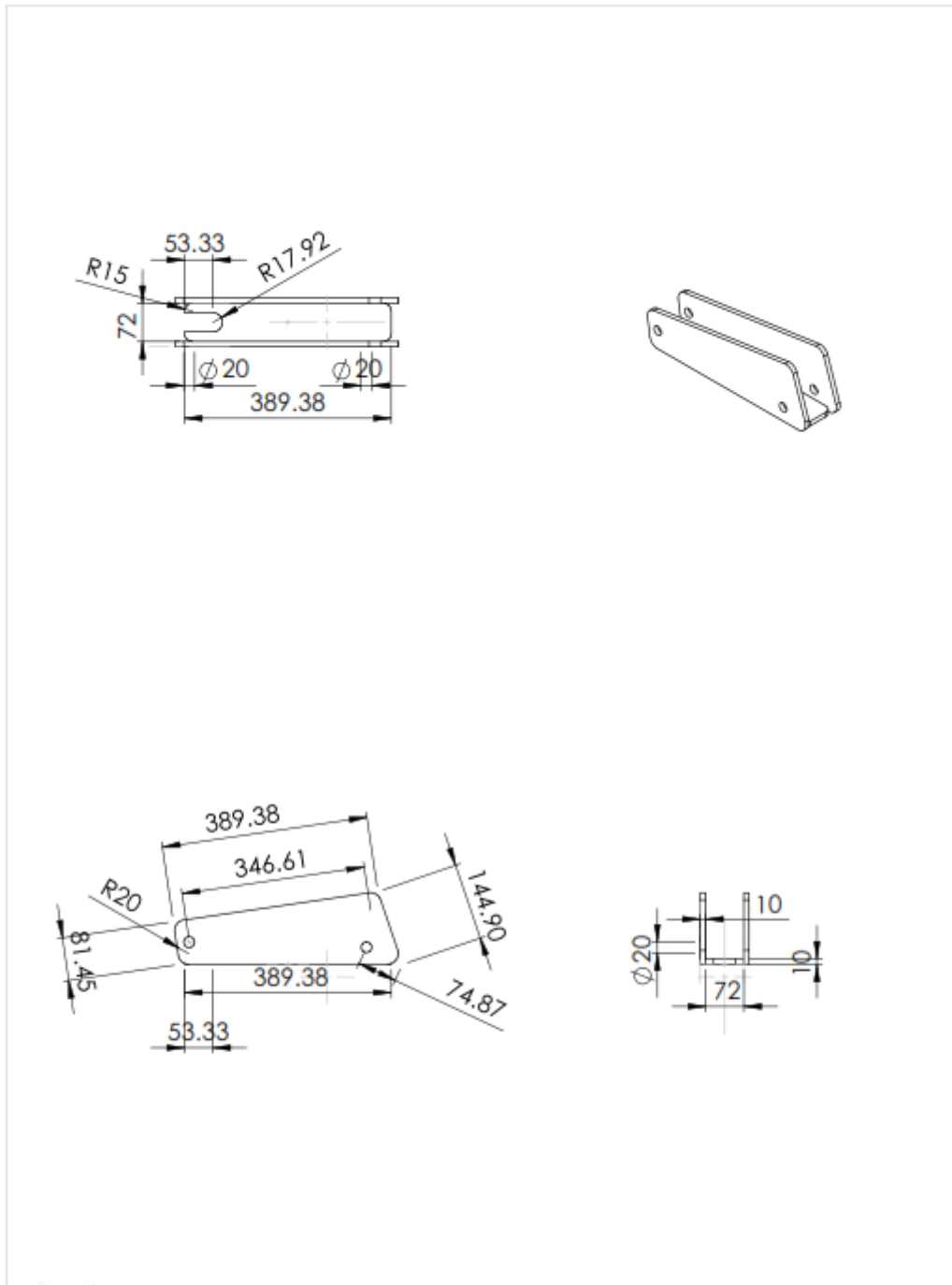
Especificaciones

Atributo	Valor
Nombre de la Familia	PIC16F
Tipo de Encapsulado	PDIP
Tipo de Montaje	Montaje en orificio pasante
Conteo de Pines	18
Núcleo del Dispositivo	PIC
Ancho del Bus de Datos	8bit
Tamaño de la Memoria del Programa	1.024 x 14 palabras, 64 x 14 palabras
Frecuencia Máxima	20MHZ
Tamaño RAM	68 B
Tensión de Alimentación de Funcionamiento Típica	4 → 5,5 V
Ancho	6.6mm
Tipo de Memoria del Programa	Flash
Arquitectura del Conjunto de Instrucciones	RISC
Temperatura de Funcionamiento Mínima	-40 °C
Temperatura Máxima de Funcionamiento	+85 °C
Longitud	22.99mm
Dimensiones	22.99 x 6.6 x 3.68mm
Temporizadores	1 x 8 bits
Resolución del Temporizador	8bit
Número de Temporizadores	1
Altura	3.68mm

Anexo 2: Plano del tornillo.



Anexo 3: Plano de la Pantorilla



UNIVERSIDAD RICARDO PALMA

TÍTULO: Pantorilla

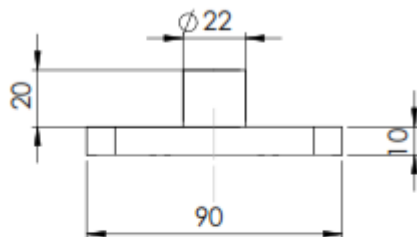
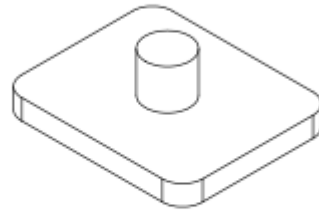
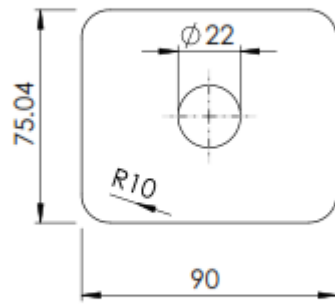
MATERIAL: FIBRA DE CARBONO

DIBUJANTE: LUIS HUAMAN VALVERDE

ESCALA: 1:1

A4
HOJA 1 DE

Anexo 4: Plano de soporte peso



UNIVERSIDAD RICARDO PALMA

TÍTULO: Soporte_Peso

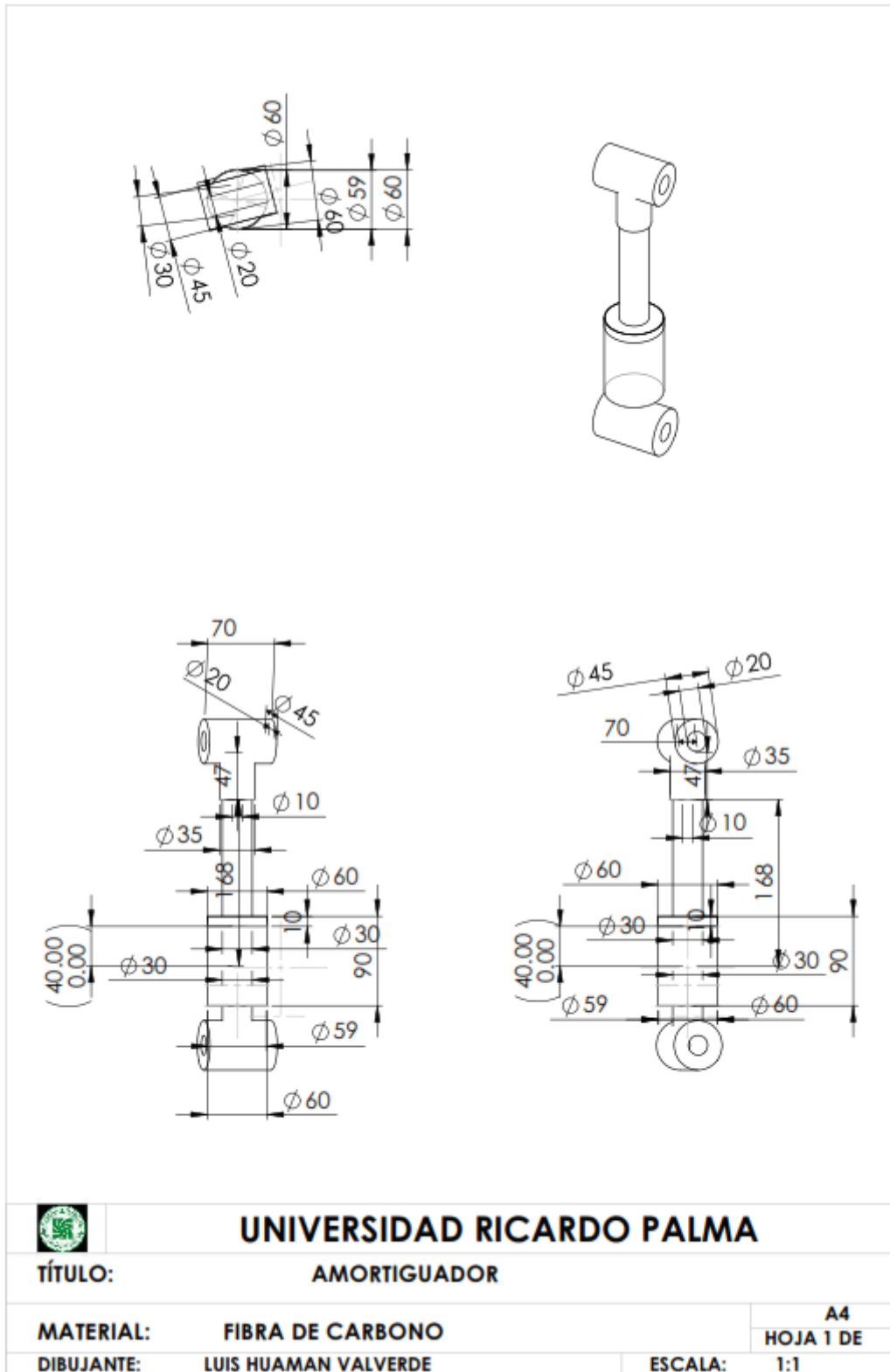
MATERIAL: FIBRA DE CARBONO

A4
HOJA 1 DE

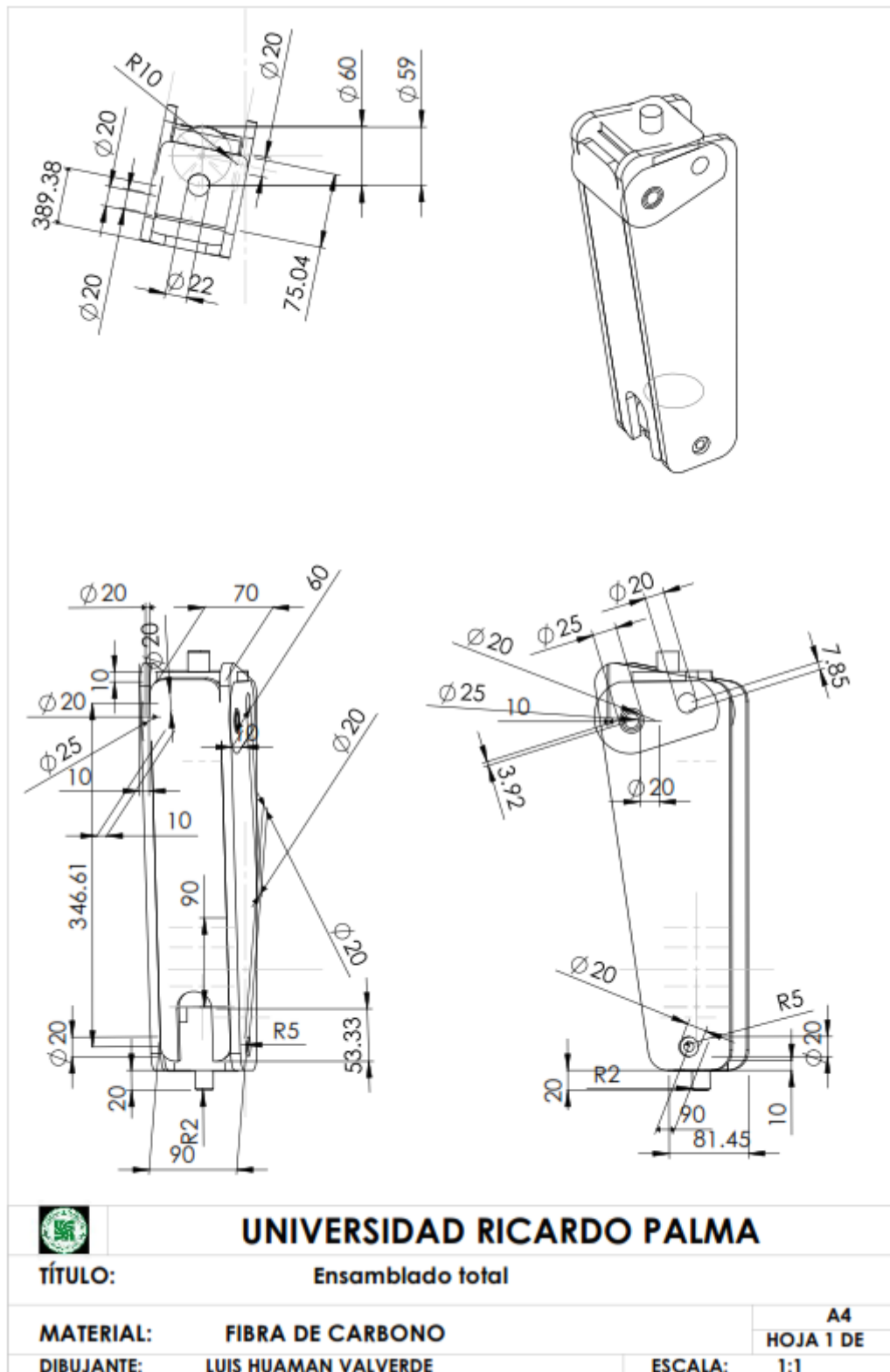
DIBUJANTE: LUIS HUAMAN VALVERDE

ESCALA: 1:1

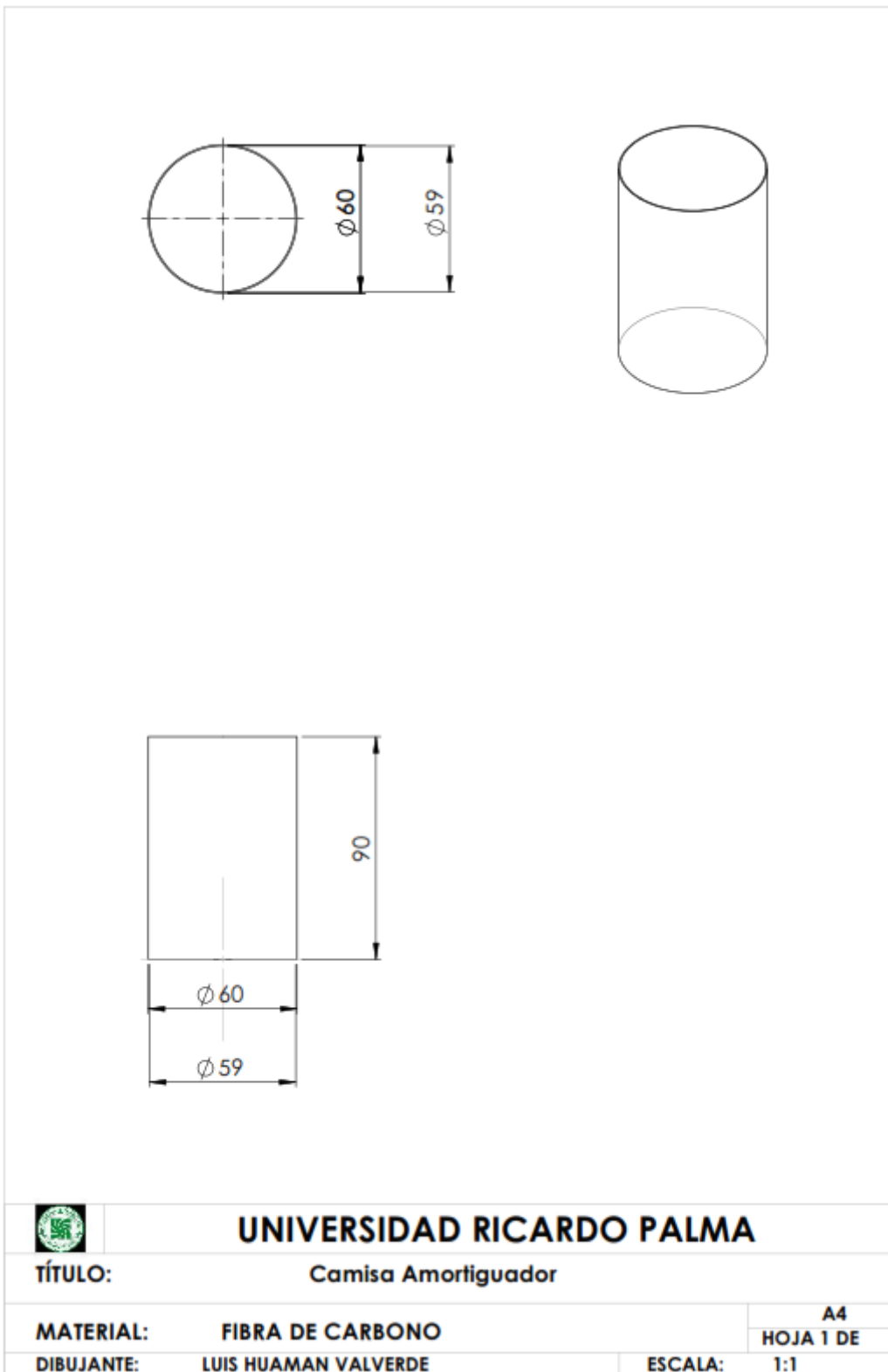
Anexo 5: Plano del amortiguador



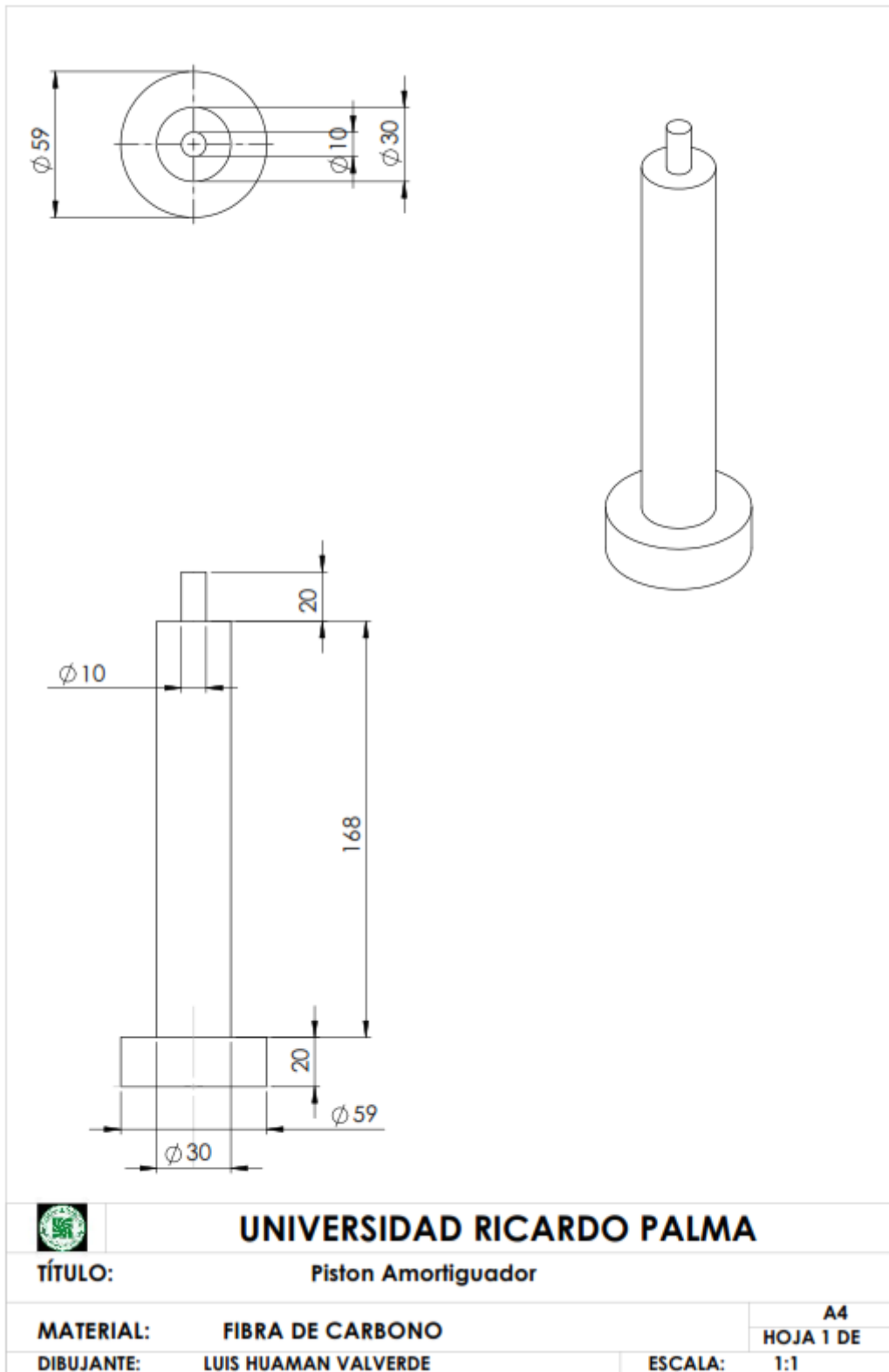
Anexo 6: Plano del ensamblado total



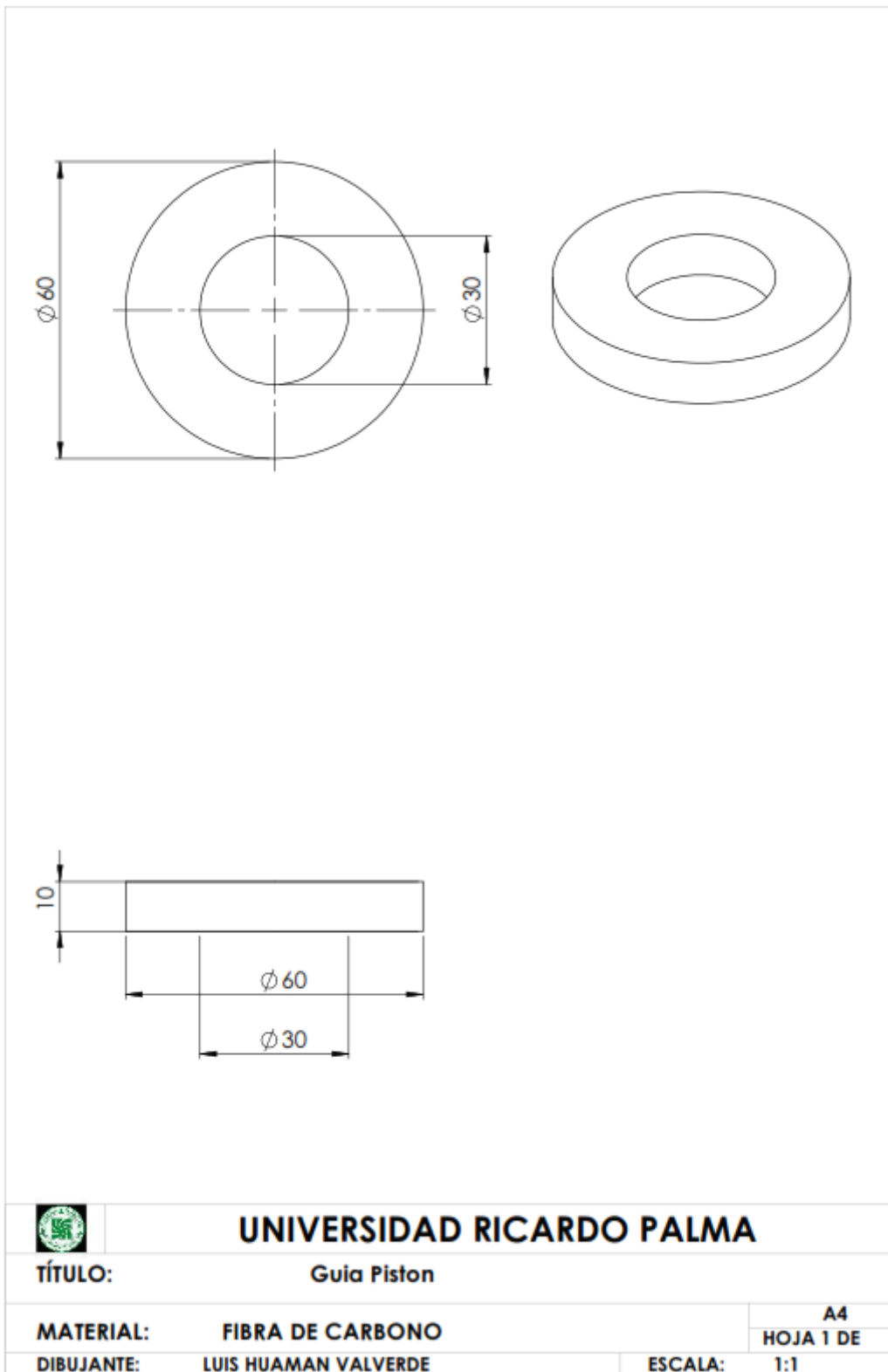
Anexo 7: Plano de la camisa del amortiguador



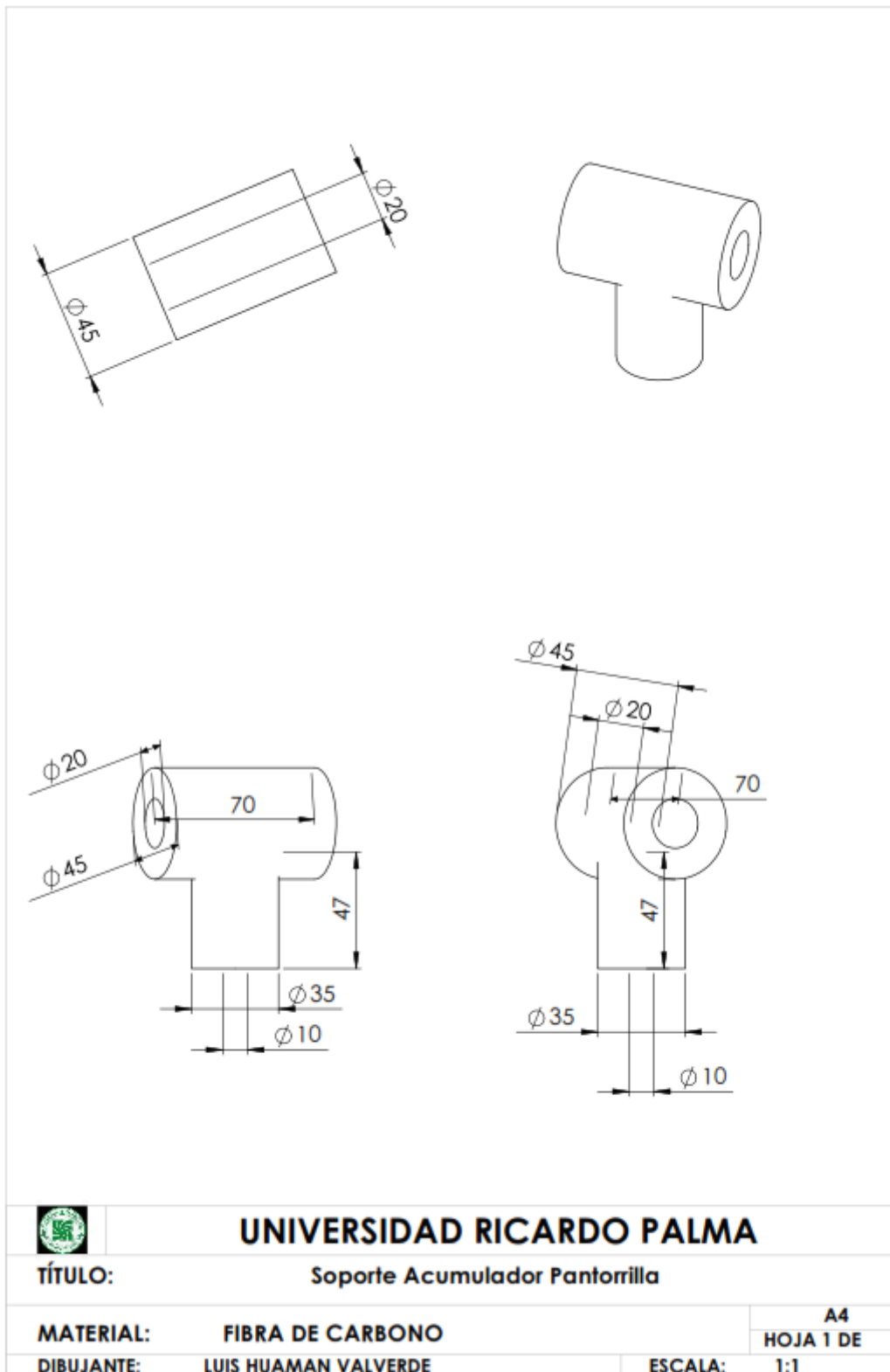
Anexo 8: Plano del pistón del amortiguador



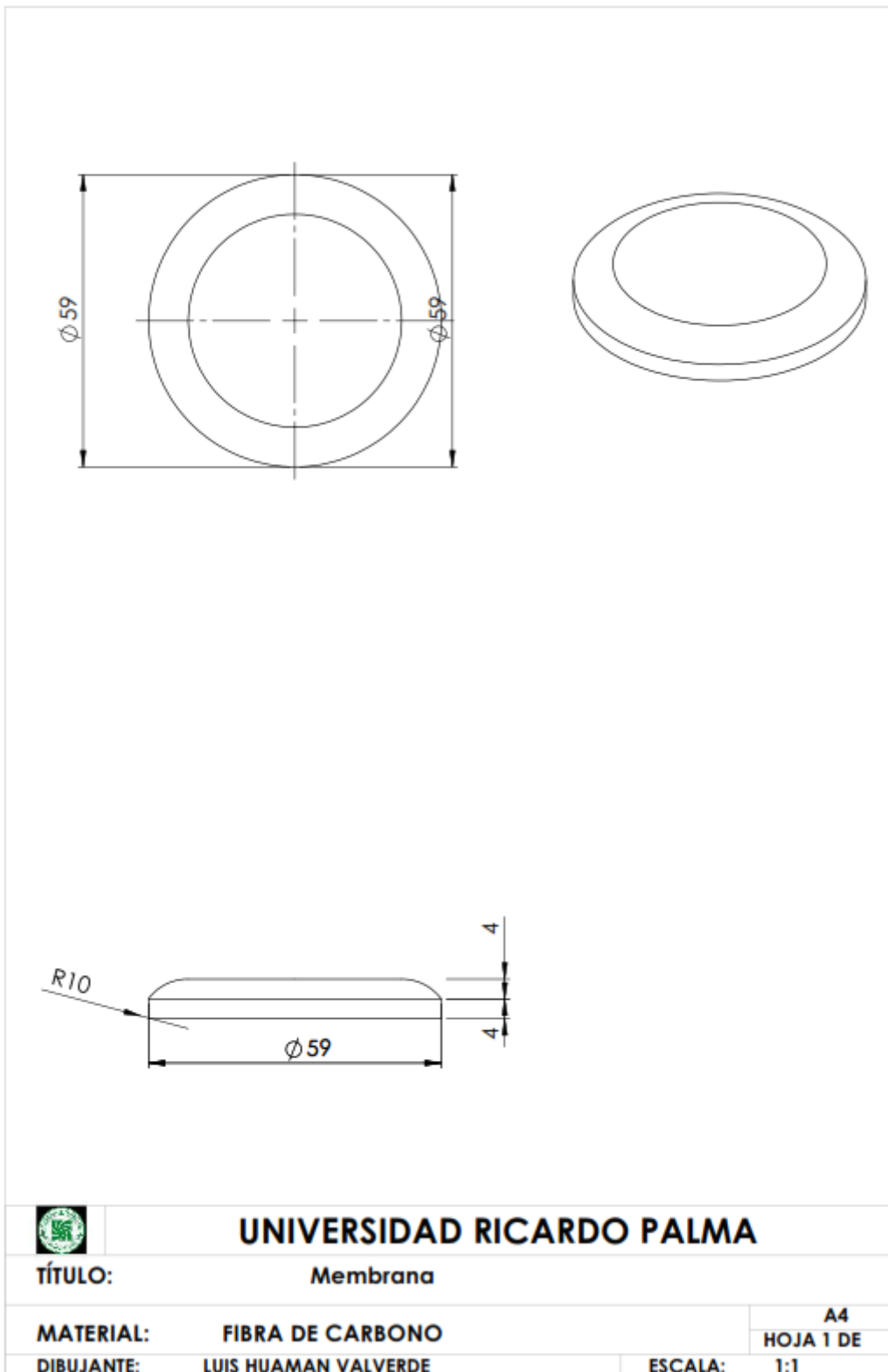
Anexo 9: Plano de la guía del pistón



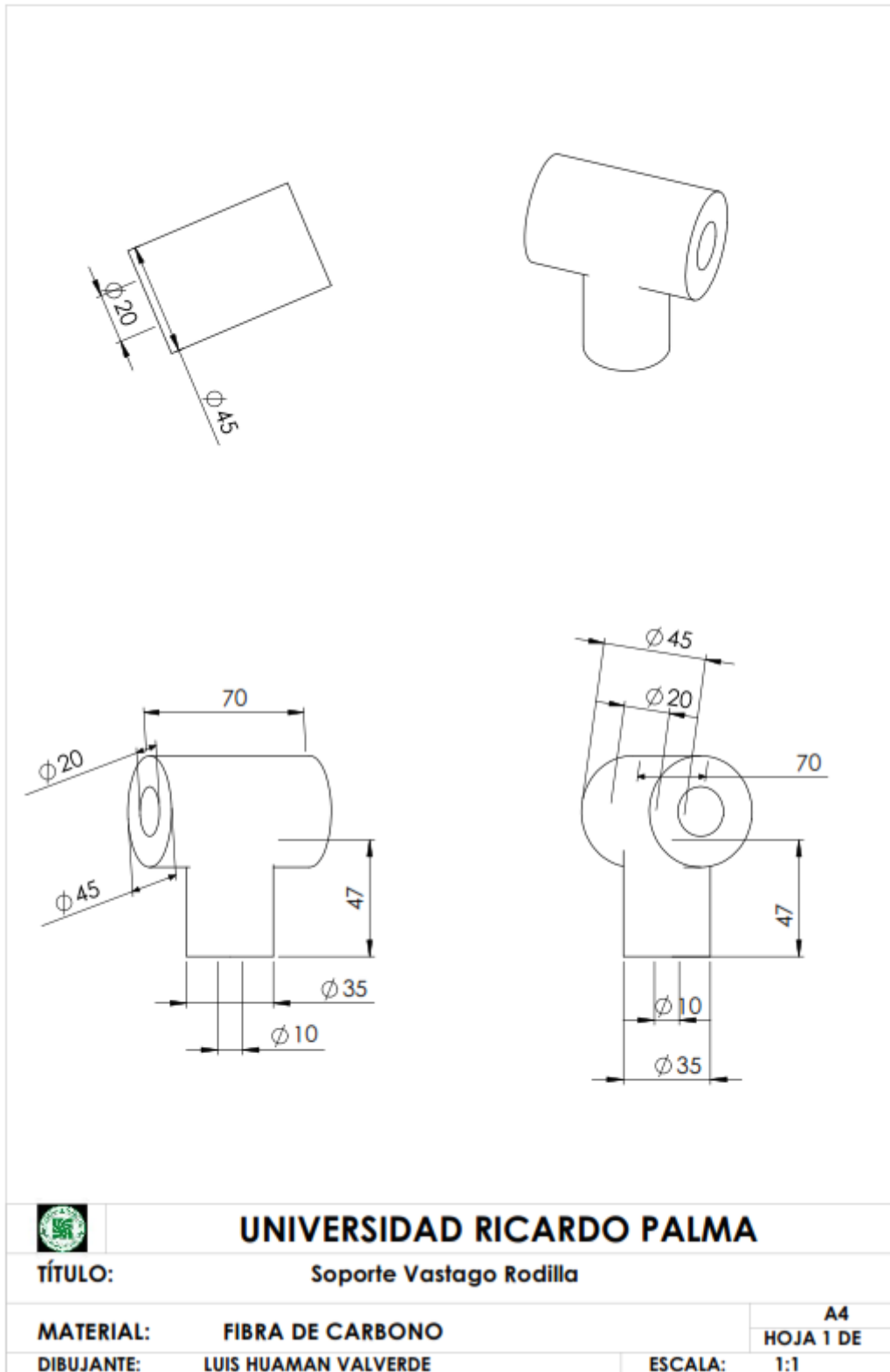
Anexo 10: Plano del soporte acumulador de la pantorrilla



Anexo 11: Plano de la membrana



Anexo 12: Plano del soporte vástago rodilla



Anexo 13: Código de programa para hallar la salida de la función de transferencia del sistema de una función impulso o una función escalón

```
1 - M=0.5;
2 - m=0.2;
3 - b=0.1;
4 - i=0.006;
5 - g=9.8;
6 - l=0.3
7 - q=(M+m) * (i+m*l^2) - (m*l) ^2;
8 - num=[m*l/q 0]
9 - den=[1 b* (i+m*l^2) /q - (M+m) *m*g*l/q -b*m*g*l/q]
10 - Gs=tf(num,den)
11 - step(Gs)
12 - figure
13 - impulse(Gs)
```

Anexo 14: Código de programa para crear el modelamiento del comportamiento del sistema por el método matemático para designar las matrices

```
1 - M = 0.5;
2 - m = 0.2;
3 - b = 0.1;
4 - i = 0.006;
5 - g = 9.8;
6 - l = 0.3;
7 - p = i*(M+m)+M*m*l^2;
8 - A = [0 1 0 0;%se ingresa las matrices
9 -     0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
10 -    0 0 0 1;
11 -    0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
12 - B = [ 0;%se ingresa las matrices
13 -      1/M;
14 -      0;
15 -      1/l*M]
16 - C = [1 0 0 0]
17 - T=0:0.05:10;
18 - U=0.2*ones(size(T));%crea arreglos del tamaño T
19 - [Y,X]=lsim(A,B,C,U,T);%simula el tiempo de respuesta del
20 - %sistema dinámico a entradas arbitrarias
21 - plot(T,Y)%representación gráfica
22 - axis([0 2 0 100])
23
```

Anexo 15: Código de programa para analizar el comportamiento de todo el sistema para ello se utiliza la forma de variables de estado con la finalidad de aportar resultados de observabilidad y controlabilidad del sistema.

```

1 -   clc
2 -   clear all
3 -   M=0.5;
4 -   m=0.2;
5 -   b=0.1;
6 -   i=0.006;
7 -   g=9.8;
8 -   l=0.3;
9 -   Ts=0.1;
10 -  p=i*(M+m)+M*m*l^2;
11 -  A = [0 1 0 0;%se ingresa las matrices
12 -      0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
13 -      0 0 0 1;
14 -      0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
15 -  B = [ 0;%se ingresa las matrices
16 -       1/M;
17 -       0;
18 -       1/l*M]
19 -  C = [1 0 0 0]
20 -  CO = ctrb(A,B)%forma la matriz de controlabilidad
21 -  rank(CO)
22 -  ob = obsv(A,C)%forma la matriz de observabilidad
23 -  rank(ob)
24
25 -  sys = ss(A,B,C) % crea modelo de estado
26 -  sysd = c2d(sys,Ts)% convierte el modelo de tiempo continuo a tiempo discret
27 -  [A,B,C] = ssdata(sysd)%accede a los datos modelo de espacio de estado
28 -  zpk(sysd)

```

Anexo 16: Código de programa para lograr la posición del centro de masa, el ángulo de la rodilla y estabilizar las salidas.

```

1 - M = 0.5;
2 - m = 0.2;
3 - b = 0.1;
4 - i = 0.006;
5 - g = 9.8;
6 - l = 0.3;
7
8 - p = i*(M+m)+M*m*l^2;
9 - A = [0 1 0 0;%se ingresa las matrices
10      0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
11      0 0 0 1;
12      0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
13 - B = [ 0;%se ingresa las matrices
14        1/M;
15        0;
16        1/l*M]
17 - C = [1 0 0 0]
18 - p = eig(A) % devuelve un vector de los valores propios de la matriz
19      %cuadrada A
20 - C'*C
21 - x=1;
22 - y=1;
23
24 - Q=[x 0 0 0;
25      0 0 0 0;
26      0 0 y 0;
27      0 0 0 0];
28 - R = 1;
29 - K = lqr(A,B,Q,R) %diseño del regulador lineal cuadrático
30 - Ac = [(A-B*K)];
31 - Bc = [B];
32 - Cc = [C];
33 - T=0:0.01:5;
34 - U=0.2*ones(size(T));%crea arreglos del tamaño T
35 - [Y,X]=lsim(Ac,Bc,Cc,U,T);%simula el tiempo de respuesta del
36      %sistema dinámico a entradas arbitrarias
37 - plot(T,Y)%representación gráfica
38
39 - legend('desplazamiento del centro de masa en el sistema','Pierna')

```

Anexo 17: Código del programa para eliminar el error de estado estacionario, se realiza agregando una ganancia constante “Nbar”.

```

1 - M = 0.5;
2 - m = 0.2;
3 - b = 0.1;
4 - i = 0.006;
5 - g = 9.8;
6 - l = 0.3;
7 - p = i*(M+m)+M*m*l^2;
8 - A = [0 1 0 0;%se ingresa las matrices
9       0 -b/M -g*m/M -b/l*M ;
10      0 0 0 1;
11      0 -b/l*M -g*(M+m)/l*M -b*(M+m)/m*l^2*M]
12 - B = [ 0;%se ingresa las matrices
13        1/M;
14        0;
15        1/l*M]
16 - C = [1 0 0 0]
17 - p = eig(A)% devuelve un vector de los valores propios de la matriz
18 %cuadrada A
19 - C'*C
20 - x=5000;
21 - y=100;
22 - Q=[x 0 0 0;
23      0 0 0 0;
24      0 0 y 0;
25      0 0 0 0];
26 - R = 1;
27 - K = lqr(A,B,Q,R)%diseño del regulador lineal cuadrático
28 - Ac = [(A-B*K)];
29 - Bc = [B];
30 - Cc = [C];
31 - T=0:0.01:5;
32 - U=0.2*ones(size(T));%crea arreglos del tamaño T
33 - Cn=[1 0 0 0];
34 - Nbar=rscale(A,B,Cn,0,K)
35 - Bcn=[Nbar*B];
36 - [Y,X]=lsim(Ac,Bcn,Cc,U,T);%simula el tiempo de respuesta del sistema
37 %dinámico a entradas arbitrarias
38 - plot(T,Y)%representación gráfica
39 - legend('desplazamiento del centro de masa del sistema','Pierna')

```

Anexo 18: Código del programa en PIC16F84A

```
/* Control de servomotor utilizando PIC16F84A
MCU: PIC16F84A funcionando a 4.0 MHz, MCLR habilitado, WDT está apagado,
Descripción: El interruptor de entrada del usuario está conectado a RB0, la señal del control del
sensor MPU-6050 está conectado en el pin RB1 y la señal de control de servo se genera desde el pin
RB2.
*/
sbit SW1 en RB0_bit ;
sbit Sensor en RB1_bit;
sbit Control en RB2_bit ;
corto sin signo i = 7 , retraso ;
void interrupt ( ) {
    delay = i * 10 ;
    Control = 1 ;
    Delay_Cyc ( retraso ) ; // Genera un retardo igual a 10 * retrasos ciclos de reloj
    { Control = 0 ;
    TMR0 = 180 ; // TMR0 vuelve a su valor inicial
    INTCON. T0IF = 0 ; // El bit T0IF se borra para que la interrupción pueda volver a ocurrir
    }
#define W_DATA 0xD0; // entrada de registros del sensor MPU6050
#define R_DATA 0xD1;
#define PWR_MGMT_1 0x6B;
#define PWR_MGMT_2 0x6C;
#define SMPRT_DIV 0x19;
#define CONFIG_R 0x1A;
#define GYRO_CONFIG 0x1B;
#define ACCEL_CONFIG 0x1C;
Void mpu6050_write(int add, int data)
{
i2c_start(); //Función que se encarga de escribir los datos obtenidos del sensor MPU6050.
i2c_write(W_DATA);
i2c_write(add);
i2c_write(data);
i2c_stop();
}
{
Int retval; // Función que se encarga de leer los datos obtenidos del sensor MPU6050.
i2c_write(W_DATA);
i2c_write(add);
```



```

i2c_start();
i2c_write(R_DATA);
retval=i2c_read(0);
i2c_stop();
return retval
}

void mpu6050_init() // Función que se encarga de inicializar el sensor MPU6050.
{
mpu6050_init(); // Inicialización de los dispositivos MPU.
Xa=make16(A_data[0],A_data[1]); // Lectura procesada del acelerometro.
Ya=make16(A_data[2],A_data[3]);
Za=make16(A_data[4],A_data[5]);
Xg=make16(G_data[0],A_data[1])/G_cons; // Lectura procesada del giroscopio.
Yg=make16(G_data[2],A_data[3])/G_cons;
Zg=make16(G_data[4],A_data[5])/G_cons;
// calculo del Angulo de inclinación por medio del acelerometro.
AnguloY_ acel=atan((signed int16)Xa/sqrt(pow((signed int16)Ya,2))
// calculo del Angulo de inclinación por medio del giroscopio.
AnguloY_giro=Yg*0.01+AnguloY;
}

void main ( ) {
CMCON = 0x07 ; // Desactivar comparadores
TRISB = 0b00000001 ;
PORTB = 0 ;
OPTION_REG = 0x07 ; // Se asigna Prescaler (1: 256) al temporizador TMR0
TMR0 = 180 ; // El temporizador T0 cuenta de 180 a 255 para crear un período de ~ 20 ms
INTCON = 0xA0 ; // Habilitar interrupción TMR0 y Global Interrupts
do {
if ( ! SW1 ) { // Cambiar el ancho del pulso cuando se presiona el interruptor
Delay_ms ( 300 ) ;
i = i + 2 ;
si ( i > 23 ) i = 7 ;
}
} while ( 1 ) ;
}

```