

**UNIVERSIDAD RICARDO PALMA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**



**POST-TENSADO EXTERNO COMO MÉTODO DE  
REFORZAMIENTO ANTE ESFUERZOS CORTANTES DE  
PUENTES VIGA CAJÓN: PUENTE PUCUSANA - LIMA**

**TESIS**  
**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE**  
**INGENIERO CIVIL**

**PRESENTADO POR:**

**Bach. MAURATE RUIZ CHRIST JHON**

**Asesor: Mg. Ing. Mamani León, Mario Daniel**

**LIMA-PERÚ**

**2019**

## **DEDICATORIA**

Esta tesis está dedicada a mi padre, quien me enseñó que todo esfuerzo que se realiza siempre está basado en la búsqueda de la felicidad de la familia y de todos aquellos que nos rodean. También está dedicado a mi madre, quien me guió y me apoyó incondicionalmente a superar los obstáculos académicos y personales que se me han presentado. Finalmente dedico esta tesis a mi hermano, quien siempre ha sido una fuente de inspiración para mejorar académicamente y como persona.

Christ Jhon Maurate Ruiz

## **AGRADECIMIENTO**

Deseo expresar a mi agradecimiento a mis padres por todo el esfuerzo y sacrificio que han realizado para poder darme la oportunidad de obtener una carrera profesional.

Agradecer a todos los profesores del área de estructuras de la Universidad Ricardo Palma por ser grandes mentores y formar conocimientos claros en esta rama de la ingeniería civil tan compleja y fascinante.

Christ Jhon Maurate Ruiz

## ÍNDICE GENERAL

<b>RESUMEN .....</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xvi</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Planteamiento y Delimitación del Problema .....</b>	<b>3</b>
1.1.1 Formulación del Problema General. ....	3
1.1.2 Formulación del Problema Específico. ....	4
1.1.3 Importancia y Justificación del Estudio. ....	4
1.1.4 Limitaciones del Estudio. ....	5
<b>1.2 Objetivos.....</b>	<b>5</b>
1.2.1 Objetivo General. ....	5
1.2.2 Objetivos Específicos.....	5
<b>1.3 Sistema de Hipótesis .....</b>	<b>5</b>
1.3.1 Hipótesis General. ....	5
1.3.2 Hipótesis Específico.....	6
<b>1.4 Investigaciones Relacionadas al Tema.....</b>	<b>6</b>
<b>CAPITULO II: MARCO TEORICO .....</b>	<b>8</b>
<b>2.1 Marco Histórico .....</b>	<b>8</b>
<b>2.2 Generalidades del Post-tensado Externo.....</b>	<b>9</b>
2.2.1 Definición.....	9
2.2.2 Componentes.....	9
2.2.2.1 Acero Pretensado. ....	10
2.2.2.2 Dispositivo de Anclaje.....	11
2.2.2.3 Sistema de Protección Contra la Corrosión. ....	12
2.2.2.4 Monturas en los puntos de desviación. ....	13
2.2.3 Consideraciones de Diseño .....	14
2.2.3.1 Estado Límite de Servicio.....	14
2.2.3.2 Estado Límite Último.....	15
<b>2.3 Diseño de Puentes Bajo la Filosofía AASHTO LRFD.....</b>	<b>15</b>
2.3.1 Filosofía de diseño. ....	16
2.3.1.1 Ductilidad.....	17
2.3.1.2 Redundancia.....	18
2.3.1.3 Importancia Operacional.....	18
2.3.1.4 Factores de Carga y Combinaciones.....	19

2.3.1.4.1 Estado Límite de Servicio.....	19
2.3.1.4.2 Estado Límite de Fatiga y Fractura.....	20
2.3.1.4.3 Estado Límite de Resistencia.....	20
2.3.1.4.4 Estado Límite de Evento Extremo.....	21
2.3.1.4.5 Cargas Permanentes (DC).....	22
2.3.1.4.6 Cargas Vivas (DW).....	22
2.3.1.4.5 Carga Dinámica Permisible (IM).....	23
<b>2.4 Puentes Viga Cajón .....</b>	<b>24</b>
2.4.1 Generalidades.....	24
2.4.2 Desarrollo Histórico.....	24
2.4.3 Comportamiento de Puente Viga Cajón.....	25
2.4.3.1 Flexión.....	25
2.4.3.2 Torsión.....	26
2.4.3.2.1 Resistencia al Cortante en Torsión Pura.....	27
2.4.3.2.2 Resistencia al Cortante en Distorsión.....	28
2.4.3.3 Deformación de Sección Transversal.....	29
2.4.4 Ventajas.....	29
2.4.5 Desventajas.....	29
<b>CAPITULO III: METODOLOGIA.....</b>	<b>30</b>
<b>3.1. Tipo de Investigación.....</b>	<b>30</b>
<b>3.2. Nivel de Investigación.....</b>	<b>30</b>
<b>3.3. Enfoque de la Investigación.....</b>	<b>30</b>
<b>3.4. Diseño de Investigación.....</b>	<b>30</b>
<b>3.5. Población y Muestra.....</b>	<b>30</b>
<b>3.6. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.....</b>	<b>31</b>
3.6.1. Tipos de técnicas e instrumentos.....	31
3.6.2. Criterios de validez y confiabilidad de los instrumentos.....	31
<b>3.7. Técnicas para el Procesamiento y Análisis de la Información .....</b>	<b>31</b>
<b>3.8. Limitaciones del Estudio .....</b>	<b>32</b>
<b>3.9. Definición de Variables.....</b>	<b>32</b>
3.9.1. Variables Dependientes.....	32
3.9.2. Variables Independientes .....	32
3.9.3. Matriz de Consistencia.....	32

<b>CAPITULO IV: EVALUACION DE METODOS DE REFORZAMIENTO DE PUENTES DE CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>34</b>
<b>4.1. Introducción .....</b>	<b>34</b>
<b>4.2 Métodos de Reforzamiento .....</b>	<b>35</b>
4.2.1 Cambio de Sistema Estructural. ....	35
4.2.1.1 Losa de Malla de Acero. ....	35
4.2.1.2 Losa Exodérmica. ....	36
4.2.1.3 Losa de Concreto Liviano.....	37
4.2.1.4 Losa de Placa Ortotrópica de Aluminio.....	37
4.2.1.5 Losa de Placa Ortotrópica de Acero .....	38
4.2.2 Aumentar Sección Transversal .....	38
4.2.3 Incorporar elementos de acero .....	39
4.2.4 Uso de elementos compuesto .....	40
4.2.5 Post-tensado externo .....	42
<b>4.3. Resultados de Análisis de Métodos de Reforzamiento de Puentes de Concreto Armado .....</b>	<b>47</b>
4.3.1. Cambio de Sistema Estructural. ....	47
4.3.2. Aumentar Sección Transversal. ....	48
4.3.3. Incorporar Elementos de Acero. ....	48
4.3.4. Uso de Elementos Compuestos.....	49
4.3.5. Post-tensado Externo.....	50
<b>CAPITULO V: CONTRASTE DE PARAMETROS AASHTO STANDARD Y AASHTO LRFD DE DISEÑO POR CORTANTE DE VIGAS PARA PUENTES .....</b>	<b>51</b>
<b>5.1. Resistencia a la cortante de los materiales del concreto armado .....</b>	<b>51</b>
4.1.1 Acero transversal.....	52
4.1.2 Concreto. ....	53
<b>5.2. Verificación del Cortante en Estado Límite de Resistencia.....</b>	<b>54</b>
4.2.1 Requerimiento General. ....	55
<b>5.3. Modelo de Diseño Seccional.....</b>	<b>56</b>
5.3.1. Resistencia Nominal al Cortante.....	56
5.3.1.1 Ancho efectivo del alma. ....	57
5.3.1.2. Profundidad de corte efectiva. ....	57
5.3.2. Resistencia al Cortante Aportada por el Concreto. ....	57
5.3.2.1. Método 2: Procedimiento General. ....	58
5.3.2.2 Método 3: Procedimiento simplificado para secciones pretensadas y no pretensadas.....	59
5.3.2.2. Resistencia del Concreto al cortante del AASHTO Standard.....	61

5.3.3. Resistencia al Corte Aportada por el Acero de Refuerzo (Vs) .....	61
5.3.4. Resistencia al Cortante del Componente Vertical del Pretensado Efectivo (Vp). .....	62
<b>5.4. Reforzamiento Longitudinal.....</b>	<b>63</b>
<b>5.5. Interfaz de transferencia de Corte .....</b>	<b>64</b>
<b>5.6. Resultados de Contraste de Parámetros AASHTO Standard y AASHTO LRFD de diseño por Cortante. ....</b>	<b>67</b>
5.6.1. Condición General. ....	67
5.6.2. Profundidad de Corte Efectiva. ....	68
5.6.3. Resistencia aportada por el concreto. ....	68
5.6.4. Resistencia Aportada por el Acero Transversal. ....	69
<b>CAPITULO VI: DESARROLLO DE ALTERNATIVA DE REFORZAMIENTO CON POST-TENSADO EXTERNO .....</b>	<b>70</b>
<b>6.1. Descripción del Puente .....</b>	<b>70</b>
6.1.1. Geometría del Puente. ....	70
6.1.2. Materiales. ....	71
<b>6.2. Post-tensado en Vigas Continuas .....</b>	<b>72</b>
<b>6.3. Diseño de Post-tensado .....</b>	<b>73</b>
<b>6.4. Comportamiento de Vigas con Tendones Adheridos y No Adheridos .....</b>	<b>74</b>
6.4.1. Tendones Adheridos Post-tensado .....	74
6.4.2. Tendones No Adheridos Post-tensado .....	74
<b>6.5. Enfoque de Desarrollo de Alternativa de Solución.....</b>	<b>76</b>
<b>6.6. Análisis de Puente Viga Cajón en Base a Diseño Original. ....</b>	<b>76</b>
6.6.1. Sobrecarga Vehicular. ....	76
6.6.2. Deflexiones. ....	77
6.6.3. Esfuerzos .....	77
6.6.4. Rating Factor.....	78
6.6.5. Análisis a la Cortante AASHTO STANDARD .....	79
<b>6.7. Análisis de Puente Viga Cajón con Camión de Diseño HL-93. ....</b>	<b>81</b>
6.7.1. Análisis de Fuerzas Cortantes AASHTO LRFD 2018.....	81
6.7.2. Deflexiones. ....	82
6.7.3. Esfuerzos.....	82
6.7.4. Rating Factor.....	83
<b>6.8. Análisis de Puente Viga Cajón con Post-tensado Externo Longitudinal.....</b>	<b>84</b>
6.8.1. Ancho Efectivo de Ala. ....	84
6.8.1.1. Propiedades Geométricas con Ancho Efectivo: Tramo 1 (32.20 mts).....	86
6.8.1.2. Propiedades Geométricas con Ancho Efectivo: Tramo 2 (28.20 mts).....	86
6.8.2. Diseño de Fuerza de Pretensado de Tendones Externos. ....	87

6.8.2.1. Definición Gráfica de trayectoria de Tendones Externos.....	87
6.8.2.2. Efecto de Carga Unitaria.....	88
6.8.2.2.1. Efecto de Fuerzas Cortantes Producidas por el Tendón Externo.....	88
6.8.2.2.2. Efecto de Momento Flector Producido por Tendón Externo. ....	88
6.8.2.2.3. Efecto de Fuerza Axial Producido por Tendón Externo. ....	88
6.8.2.3. Cálculo de Fuerza de Pretensado.....	89
6.8.3. Fuerzas de Corte Actuantes.....	90
6.8.4. Deflexiones. ....	91
6.8.5. Esfuerzos.....	92
6.8.6. Rating Factor.....	93
<b>6.9. Análisis de Puente Viga Cajón con Post-tensado Externo Vertical.....</b>	<b>94</b>
6.9.1. Propiedades Geométricas .....	94
6.9.2. Definición Gráfica de Tendones Externos Post-Tensados.....	95
6.9.3. Cálculo de Fuerza de Pretensado. ....	95
6.9.4. Fuerzas Actuantes. ....	96
6.9.5. Desplazamientos. ....	97
6.9.6. Esfuerzos.....	98
6.9.7. Rating Factor.....	99
<b>6.10. Resumen e Interpretación de Resultados de Alternativa de Solución con Post-tensado Externo.....</b>	<b>100</b>
6.10.1. Deflexiones. ....	100
6.10.2. Esfuerzos.....	101
6.10.3. Rating Factor.....	102
6.10.3.1 Estribo Izquierda.....	102
6.10.3.2. Apoyo Intermedio.....	103
6.10.3.3 Estribo Derecha.....	103
<b>DISCUSIONES .....</b>	<b>105</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>107</b>
<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>109</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....</b>	<b>110</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>113</b>
Anexo 1: Diseño de Vigas por Corte mediante AASHTO Standard .....	114
Anexo 2: Diseño de Vigas por Corte mediante AASHTO LRFD .....	125
Anexo 3: Resultados de Reforzado con Post-tensado Externo de Trayectoria Poligonal .....	153
Anexo 4: Resultados de Reforzado con Post-tensado Externo Vertical.....	167

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Peralte mínimo tradicional para estructuras de peralte constante del AASHTO LRFD Bridge Design 2018.....	16
Tabla 2	Tabla de Combinación de Cargas y Factores de Carga del AASHTO LRFD Design Specification 2018.....	22
Tabla 3	Factor de Presencia Múltiple del AASHTO LRFD Design Specification 2018.....	23
Tabla 4	Carga Dinámica Permisible del AASHTO LRFD Design Specification 2018.....	24
Tabla 5	Matriz de Consistencia.....	33
Tabla 6	Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Cambio de Sistema Estructural.....	47
Tabla 7	Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Aumento de Sección Transversal .....	48
Tabla 8	Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Incorporación de Elementos de Acero .....	49
Tabla 9	Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Uso de Elementos Compuestos .....	49
Tabla 10	Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Post-tensado Externo .....	50
Tabla 11	Resumen de Contraste de Parámetro de AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018 de Condición General de Diseño por Cortante de Vigas de Concreto .....	67
Tabla 12	Resumen de Contraste de Parámetro de AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018 de Resistencia Aportada por el Concreto ante Fuerzas Cortantes .....	68
Tabla 13	Resumen de Contraste de Parámetro de AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018 de Resistencia Aportada por el Acero Transversal ante Fuerzas Cortantes .....	69
Tabla 14	Resistencia a la Compresión de Diseño de Superestructura y Subestructura de Puente de Intercambio Vial Pucusana.....	71
Tabla 15	Especificaciones de Acero de Refuerzo y Acero de Alta Resistencia para Acero Pretensado de Puente de Intercambio Vial Pucusana.....	71
Tabla 16	Factores de Reducción o Modificación del AASHTO STANDARD Sección 1.5.19.....	80

Tabla 17	Cuadro de Resumen de Fuerzas Cortantes en Resistencia de AASHTO STANDARD en los Estribos y Apoyo Intermedio o Pilar.....	80
Tabla 18	Cuadro Resumen de Condición General de Filosofía de Diseño al Cortante del AASHTO LRFD Mencionado en el Capítulo 2.5.1.....	82
Tabla 19	Resumen de Cálculos para la Iteración del Valor del Ancho Efectivo de Ala.....	85
Tabla 20	Propiedades Geométricas de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial con Ancho de Ala Efectivo Tramo 1 (32.20 mts).....	86
Tabla 21	Propiedades Geométricas de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial con Ancho de Ala Efectivo Tramo 1 (32.20 mts).....	87
Tabla 22	Resumen de Cálculo de Fuerza de Pretensado para Tendón Externo Poligonal.....	89
Tabla 23	Fuerza de Tensado de Diseño para Tendón Externo Poligonal con Pérdida de Transferencia de 15%.....	89
Tabla 24	Resumen de Verificación de Fuerza de Tensado de Diseño Bajo Esfuerzo de Compresión Admisible.....	90
Tabla 25	Requisito General de Diseño AASHTO LRFD Luego de ser Reforzado con Post-tensado Externo Longitudinal de Trayectoria Poligonal.....	91
Tabla 26	Resumen de Propiedades Geométricas de Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Via Pucusana.....	95
Tabla 27	Requisito General de Diseño por Cortante del AASHTO LRFD con Post-tensado Externo Vertical.....	97
Tabla 28	Resumen de Contraste entre Deflexiones Admisibles y Deflexiones Máximas Obtenidas Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20 .....	101
Tabla 29	Resumen de Contraste entre Esfuerzos de Compresión Admisibles y Esfuerzos de Compresión Máximas Obtenidas Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20 .....	101
Tabla 30	Resumen de Contraste entre Esfuerzos de Tracción Admisibles y Esfuerzos de Tracción Máximas Obtenidas Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20 .....	103
Tabla 31	Resumen de Contraste entre Valores de Rating Factor en Estribo Izquierdo Obtenidos Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20 .....	102

Tabla 32	Resumen de Contraste entre Valores de Rating Factor en Apoyo Intermedio Obtenidos Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20 .....	103
Tabla 33	Resumen de Contraste entre Valores de Rating Factor en Estribo Derecho Obtenidos Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20 .....	104

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura N° 1	Diseño típico de puente viga cajón post-tensado.....	10
Figura N° 2	Anclaje tipo Ed.....	11
Figura N° 3	Anclaje tipo A.....	12
Figura N° 4	Anclaje tipo CSd A.....	12
Figura N° 5	Montura para los Puntos de Desviación.....	13
Figura N° 6	Camión de Diseño HL-93.....	22
Figura N° 7	Tandem de Diseño.....	23
Figura N° 8	Comportamiento de Viga Cajón Bajo la Aplicación de Fuerzas Asímetricas.....	27
Figura N° 9	Losa de Malla de Acero.....	35
Figura N° 10	Losa Exodérmica.....	36
Figura N° 11	Losa Ortotrópica de Aluminio.....	38
Figura N° 12	Tendón Concéntrico.....	43
Figura N° 13	Tendón Excéntrico.....	43
Figura N° 14	Tendón Poligonal.....	44
Figura N° 15	Tendón King Post.....	44
Figura N° 16	Tendón Excéntrico sobre Apoyo de una Estructura de Dos Tramos.....	45
Figura N° 17	Losa de Madera con Post-tensado Externo Transversal .....	45
Figura N° 18	Post-tensado Exterior Vertical.....	46
Figura N° 19	Resistencia al cortante aportado por el concreto, acero longitudinal y transversal.....	52
Figura N° 20	Flujo de Corte en Una Viga Cajón Ante la Aplicación de Una Fuerza Cortante.....	57
Figura N° 21	Fuerzas Asumidas en el Modelo de Resistencia Causado por Momento y Cortante.....	63
Figura N° 22	Cambio de Inclinación de Tensión Diagonal Debido a Apoyo Intermedio en Viga con Apoyo Intermedio.....	63
Figura N° 23	Transferencia de Corte Longitudinal entre Alas y Alma de una Viga de Sección Cajón.....	65
Figura N° 24	Sección Transversal de Superestructura de Puente Pucusana .....	70
Figura N° 25	Reforzamiento Transversal Superestructura de Puente Pucusana Tipo Viga Cajón .....	71

Figura N° 26	Comportamiento de una Viga Simplemente Apoyada en Tres Etapas. Primera etapa ante cargas externas. Segunda Etapa Aplicación del Post-tensado. Tercera Etapa Comportamiento Final con Post-tensado y Fuerzas Externas .....	72
Figura N° 27	Fuerza de Pretensado Descompuesta en Componentes Vertical y Horizontal .....	73
Figura N° 28	Reforzamiento Transversal Superestructura de Puente Pucusana Tipo Viga Cajón.....	75
Figura N° 29	Cargas de Camión de Diseño C-30.....	76
Figura N° 30	Desplazamientos Verticales en Viga Cajón.....	77
Figura N° 31	Esfuerzos en la Fibra Superior del Puente Tipo Viga Cajón con Esfuerzo a Compresión Máximo de 94.06 kg/cm <sup>2</sup> .....	78
Figura N° 32	Esfuerzos en la Fibra Inferior del Puente Tipo Viga Cajón con Esfuerzo a Tracción Máximo de 28.05 kg/cm <sup>2</sup> .....	78
Figura N° 33	Rating Factor de Puente Viga Cajón con Camión de Diseño C-30 con un Valor Máximo de 7.69 para la Viga Exterior Izquierda y 5.78 para la Viga Exterior Derecha.....	79
Figura N° 34	Esfuerzos Cortantes en Resistencia del AASHTO STANDARD en Puente viga Cajón.....	80
Figura N° 35	Desplazamientos Verticales Máximos y Mínimos en Viga Tipo Cajón Luego de las Perdidas de Fuerza de Tensado de Tendones Internos ( $t = \infty$ ).....	82
Figura N° 36	Esfuerzos de Fibra Superior Máximos y Mínimos de Vigas Exteriores de Puente Viga Cajón Luego de Pérdidas de Fuerza de Pretensado de Tendones Internos ( $t = \infty$ ).....	83
Figura N° 37	Esfuerzos de Fibra Inferior Máximos y Mínimos de Vigas Exteriores de Puente Viga Cajón Luego de Pérdidas de Fuerza de Pretensado de Tendones Internos ( $t = \infty$ ).....	83
Figura N° 38	Rating Factor de Puente Viga Cajón con Camión de Diseño HL-93 de AASHTO LRFD 2018.....	84
Figura N° 39	Cuadro de Iteración para Cálculo de Ancho Efectivo de Ala.....	85
Figura N° 40	Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial Pucusana con Ancho de Ala Efectivo de Tramo 1 (32.20 mts).....	86
Figura N° 41	Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial Pucusana con Ancho de Ala Efectivo de Tramo 2 (28.20 mts).....	87
Figura N° 42	Alternativa de Solución de Post-tensado Externo con Forma Poligonal.....	88

Figura N° 43	Efecto de Fuerzas Cortantes Generadas por Fuerza Unitaria de Tensado Según Forma Poligonal del Tendón Externo.....	88
Figura N° 44	Efecto de Momentos Flectores Generadas por Fuerza Unitaria de Tensado Según Forma Poligonal del Tendón Externo.....	88
Figura N° 45	Efecto de Fuerza Axial Generado por Fuerza Unitaria de Tensado Según Forma Poligonal del Tendón Externo.....	88
Figura N° 46	Fuerzas Cortantes Actuantes en Resistencia 1 en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal.....	91
Figura N° 47	Desplazamiento en Servicio 1 en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal.....	92
Figura N° 48	Esfuerzos en Fibra Superior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal.....	93
Figura N° 49	Esfuerzos en Fibra Inferior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal.....	93
Figura N° 50	Rating Factor en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos con Trayectoria Poligonal y con Camión de Diseño HL-93.....	94
Figura N° 51	Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial Pucusana.....	95
Figura N° 52	Alternativa de Solución de Post-Tensado Externo con Tendones en Posición Vertical.....	95
Figura N° 53	Fuerzas Cortantes Actuantes en Resistencia 1 en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales.....	97
Figura N° 54	Desplazamiento en Servicio 1 en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales.....	98
Figura N° 55	Esfuerzos en Fibra Superior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales.....	99
Figura N° 56	Esfuerzos en Fibra Inferior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales.....	99
Figura N° 57	Rating Factor en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales y con Camión de Diseño HL-93.....	110

## RESUMEN

Los puentes diseñados basados en normativas como el AASHTO Standard se encuentran bajo solicitaciones de fuerzas actuantes mayores con respecto a los que se diseñaron principalmente por ello el objetivo del presente estudio es analizar el comportamiento estructural de un puente continuo de viga tipo cajón reforzado con post-tensado externo ante fuerzas cortantes.

Con este fin en esta tesis de investigación se analizó los métodos de reforzamiento de puentes que han sido desarrollados y usados con éxito hasta la actualidad, también se contrastó las diferencias de diseño de los elementos resistentes en vigas de tipo cajón basados en la normativa AASHTO LRFD y AASHTO Standard. Posteriormente se realizó modelos matemáticos cuatro modelos matemáticos con el fin de determinar el comportamiento del puente viga cajón antes y después de ser reforzado.

Los resultados obtenidos nos muestran que las vigas tipo cajón diseñados con la normativa del AASHTO Standard no cumplen con los parámetros de diseño al cortante requeridos actualmente y al ser reforzados con post-tensado externo de trayectoria longitudinal el puente recupera su capacidad de carga y asegura la operabilidad del puente no obstante aumenta la reacción en los apoyos. Por otro lado, el post-tensado externo vertical controla los esfuerzos de compresión y tracción de la viga cajón mas no asegura la operabilidad del puente; y reduce las reacciones en los apoyos de los estribos no obstante las reacciones en el pilar central aumentan.

Palabras claves: Post-tensado externo, Reforzamiento, AASHTO LRFD, Pretensado, Cortante, Viga Cajón, Puente.

## **ABSTRACT**

The bridges established in regulations such as the AASHTO standard are under requests from major acting forces with respect to those that were designed primarily for the purpose of the present study. Analysis is the structural behavior of a continuous girder bridge strengthening with external post-tensioning. before shear forces.

To this end, we started by investigating the methods of strenght of bridges that have been developed and used successfully until today, the differences in design of the resistant elements in box girders are also contrasted in the AASHTO LRFD and AASHTO Standard regulations . Subsequently, mathematical models were made four mathematical models in order to determine the behavior of the box girder bridge before and after being strengthening.

The results obtained indicate that the box girders have been determined with the AASHTO Standard norm not established with the shear design parameters required by the AASHTO LRFD and when strengthening with external post-tensioning of the longitudinal path to recover its load capacity and ensures the operability of the bridge. On the other hand, vertical external post-tensioning controls the compression and tensile stresses of the girder girder but does not ensure the operability of the bridge.

**Key words:** Post-tensionnig, Strengthening, AASHTO LRFD, Prestresing, Shear, Box Girder, Bridge.

# INTRODUCCIÓN

El post-tensado externo es uno de los métodos de reforzamientos de puentes desarrollados para aumentar la capacidad portante y resistencia de fuerzas últimas para puentes que se encuentran bajo solicitaciones mayores a los que fueron diseñados o por un cambio de normativa de diseño del elemento estructural. No obstante, los estudios realizados sobre el comportamiento de este tipo de reforzamiento ante elementos sometidos a fuerzas cortantes a nivel internacional son muy limitada.

Muchos de los puentes que actualmente tiene Perú poseen una vida útil mayor a los 30 años y fueron diseñados mediante normas como el AASHTO Standard el cual tiene parámetros de diseño distintos a los solicitados actualmente por el AASHTO LRFD 2018, además, el incremento del parque automotor de vehículos pesados y ligeros genera que la capacidad de carga de los puentes disminuya lo cual puede afectar a la operabilidad del puente o en otros casos su colapso.

En los puentes continuos el aumento de solicitaciones genera grandes fuerzas cortantes en los apoyos intermedios y si el puente no posee un diseño de elementos resistentes al corte que sea adecuado para soportar las nuevas solicitaciones se puede generar desde la aparición de grietas diagonales hasta la falla frágil del mismo puente por lo cual se genera la pregunta principal de la investigación ¿Cuál es el comportamiento estructural de un puente de viga tipo cajón reforzada con post-tensado externo ante el incremento de fuerzas actuantes de corte causados por el replazo de camión de diseño debido al cambio de normativa de diseño de puentes?. El objetivo es analizar las ventajas del post-tensado externo como método de reforzamiento ante la existencia de muchos otros métodos desarrollados hasta la actualidad, analizar el impacto que tiene el cambio de normatividad de diseño y finalmente analizar los efectos del post-tensado externo.

Para cumplir con los objetivos planteados en la investigación se han efectuado 3 capítulos. En el Capítulo III “Evaluación de Métodos de Reforzamiento de Puentes de Concreto Armado” se presentan algunos métodos de reforzamiento de puentes el cual se contrasta con el método de post-tensado externo, esto permitirá comprender las ventajas y desventajas que este método presenta. E el Capítulo IV “Contraste de Parámetros AASHTO Standard y AASHTO LRFD de Diseño por Cortante de Vigas para Puentes” se analiza los parámetros de diseño de los elementos resistentes a fuerzas cortantes y la

implicancia que tiene las modificaciones en el comportamiento estructural general del puente de viga tipo cajón. Finalmente, el Capítulo V “Desarrollo de Alternativa de Reforzamiento con Post-tensado Externo” se analiza el comportamiento de una viga cajón sometido a la sobrecarga vehicular del manual de diseño AASHTO LRFD 2018 reforzada con un post-tensado externo longitudinal de trayectoria poligonal y otra de trayectoria vertical.

## **CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.1 Planteamiento y Delimitación del Problema**

Al analizarse la situación actual de los puentes y el aumento de carga vehicular que estos experimentan encontramos que: “En la actualidad muchos puentes se consideran inadecuados para las cargas de tráfico actuales debido a varios problemas, entre ellos, aumentos rápidos en el volumen de tráfico y las cargas de vehículos; exposición a condiciones ambientales adversas y envejecimiento estructural” (Suntharavidivel y Aravinthan y Luther; 2006, p.1).

El reforzamiento de elementos estructurales surge por ende para aumentar la capacidad de carga del puente siendo así uno de los métodos más usados el post-tensado externo. “El uso de post-tensado externo para el reforzamiento externo en puentes ha sido usado en muchos países desde el año 1950” (Daly, 1997, p.5). Siendo su principal objetivo el aumentar la capacidad de carga ante esfuerzos flectores dejando de lado a los elementos estructurales que han de ser diseñados tanto a flexión como a cortante como son las vigas transversales, los cabezales y otros miembros pertenecientes a la subestructura.

Actualmente muchos de los puentes que posee la ciudad de Lima están diseñados bajo la filosofía AASHTO STANDART y usa como camión de diseño la carga francesa, carga que se encuentra desfasada usando actualmente la carga de diseño HL-93, cabe recalcar que esta carga de diseño francesa es mucho menor a la HL-93. Este llega a ser un problema serio ya que según el Dr. Carlos Posada (2018): “Lima y Callao concentran el 66% del número de auto existentes en el país, seguido de la Libertad y Arequipa”. Reforzar estos puentes es importante ya que se ha observado que la presencia de una carga viva puede hacer colapsar un puente como ha sido el caso del puente San Pedro en Lurín.

#### **1.1.1 Formulación del Problema General.**

¿Cuál es el comportamiento estructural de un puente de viga tipo cajón reforzada con post-tensado externo ante el incremento de fuerzas actuantes de corte causados por el remplazo de camión de diseño debido al cambio de normativa de diseño de puentes?

### **1.1.2 Formulación del Problema Específico.**

a) ¿Qué métodos de reforzamiento se puede usar para incrementar la resistencia a esfuerzos cortantes en puentes de concreto armado?

b) ¿Cuál es el efecto del cambio de parámetros para el diseño al cortante establecidos entre el AASHTO LRFD Bridge Design Specification 2018 y el AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges?

c) ¿Cuál es el comportamiento estructural de la viga tipo cajón con sobrecarga vehicular HL-93 antes y después de ser reforzado con el método de post-tensado externo?

### **1.1.3 Importancia y Justificación del Estudio.**

Los puentes son conexiones de vital importancia para la interacción entre las distintas poblaciones, esto implica un intercambio cultural y económico. El colapso o la falta de operabilidad de un puente puede afectar el desarrollo de los pueblos o comunidades que este conecta.

Además, los cambios de parámetros de diseño, aumento de flujo vehicular, aumento del peso de los vehículos, falta de mantenimiento e impactos en el puente causados por no respetar la altura máxima del puente debido a una carencia de control policiaca afecta la resistencia del puente. Muchos de los puentes como el puente Pucusana, como lo informa la Contraloría General de la República el 2006, están siendo afectados por los factores ya mencionados.

La presente investigación busca fortalecer los resultados obtenidos en las pocas investigaciones relacionadas a reforzamiento de vigas de puentes ante fuerzas cortantes, teniendo en cuenta que las fallas por corte tienen como característica generar una falla frágil y no necesita de la presencia previa de grietas diagonales. Además, se busca brindar al Ministerio de Transportes y Comunicaciones una visión del estado de los puentes diseñados con la Normativa AASHTO Standard y brindar una alternativa de solución con el postensado externo que sea económica y que no afecte el flujo vehicular del puente (por ende, no afecte el desarrollo económico de las poblaciones que conecta el mismo).

#### **1.1.4 Limitaciones del Estudio.**

Uno de las limitaciones del presente estudio es que con respecto al post-tensado como “este método de reforzamiento ha sido investigado a detalle y aplicado en plenitud en varios puentes en su refuerzo a la flexión, sin embargo estudios y aplicaciones en reforzamiento al corte mediante post-tensado externo ha sido limitado y hasta cierto punto controversial” (Suntharavadivel et al, 2005, p. 9) por ende se tienen guías para analizar el comportamiento de los elementos reforzados al corte no obstante existe una incertidumbre con respecto a su grado de confiabilidad debido a que estas formulas son consideradas muy conservadoras. Además, se considerará como una limitación para el presente estudio no poder contrastar los resultados obtenidos con una prueba de laboratorio de elementos a escala.

### **1.2 Objetivos**

#### **1.2.1 Objetivo General.**

Analizar el comportamiento estructural de un puente de viga tipo cajón reforzada con post-tensado externo ante el incremento de fuerzas actuantes de corte causados por el remplazo de camión de diseño debido al cambio de normativa de diseño de puentes.

#### **1.2.2 Objetivos Específicos.**

- a) Evaluar los métodos de reforzamiento que se puede usar para incrementar la resistencia a esfuerzos cortantes en puentes de concreto armado.
- b) Evaluar los requisitos establecidos por el AASHTO LRFD Bridge Design Specification 2018 para el diseño por corte para puentes de tipo viga cajón y verificar si el puente viga cajón diseñado con la normativa del AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges cumple dichos parámetros.
- c) Analizar el comportamiento estructural de la viga tipo cajón con sobrecarga vehicular HL-93 antes y después de ser reforzado con el método de post-tensado externo

### **1.3 Sistema de Hipótesis**

#### **1.3.1 Hipótesis General.**

El puente de viga tipo cajón reforzado con post-tensado externo reduce las fuerzas cortantes actuantes en un 60% y permite cumplir con el requerimiento general de diseño especificado en manual de diseño del AASHTO LRFD 2018.

### **1.3.2 Hipótesis Específico.**

- a) El post-tensado externo es el método más factible para reforzamiento de puentes debido a su poca interferencia con el flujo vehicular y su mayor versatilidad de uso.
- b) El puente de viga tipo cajón cumple con los parámetros de diseño por cortante del AASHTO LRFD Bridge Design Specification 2018.
- c) La viga tipo cajón tendrá deflexiones y esfuerzos de tracción mayores a las admisibles ante la aplicación de la sobre carga vehicular por otro lado la viga tipo viga cajón con post-tensado externo tendrá deflexiones y esfuerzos de tracción menores a las admisibles.

### **1.4 Investigaciones Relacionadas al Tema.**

Suntharavadivel & Aravinthan (2005) plantea que:

los estudios y la aplicación del reforzamiento ante los esfuerzos cortantes de las vigas de concreto armado utilizando el post-tensado externo han sido limitadas y hasta cierto punto controversial. Siendo principalmente uno de los puntos de intriga el efecto de las grietas existentes inclinadas en el comportamiento del elemento reforzado mediante el post-tensado externo. También menciona que si bien algunas normas recomiendan sellar las grietas existentes mediante el uso de algún epóxico, el efecto de este ante el comportamiento de los esfuerzos cortantes aún necesita estudiarse a detalle al igual que el método de reforzamiento por post-tensado externo.

Nilimaa J (2013) tiene como objetivo:

desarrollar un método de reforzamiento ante esfuerzos cortantes para un viaducto por el cual pasa un tren que ejerce una carga axial de 250 kN tratando de tener el mínimo impacto en el tráfico del puente durante el desarrollo del reforzamiento.

Para poder desarrollar su investigación plantea 4 especímenes de laboratorio sometidos a cargas dinámicas y estáticas con el fin de desarrollar una correlación entre estas. Se concluye que el reforzamiento del viaducto mediante el método del post-tensado externo genera un comportamiento continuo lo cual se observa en las curvas de deflexión y aumenta la capacidad a la flexión de la losa,

también se logró observar que el post-tensado tuvo efecto positivo ante los movimientos de oscilación del viaducto lo cual reduce la fatiga de la estructura no obstante no se considera que esta disminución de las vibraciones se mantenga a largo plazo.

Suntharavadivel T, Aravinthan T y Luther S (2006) tiene como objetivo:

ver el comportamiento de cuatro especímenes de vigas de concreto armado los cuales estarán sujetos a una carga que genere una falla por cortante no obstante los 4 especímenes serán tratados de distintas maneras. Siendo la primera llevado a la falla sin ningún tratamiento, la segunda pre-cargando el espécimen y reforzándolo con el método de post-tensado externo, la tercera se pre-cargo el espécimen, se reparó las grietas con epóxico y finalmente se reforzó mediante post-tensado externo, el cuarto espécimen solo se reforzó mediante post-tensado externo.

Los resultados obtenidos en este artículo de investigación son que un elemento que se encuentra sometido a esfuerzos cortantes y que posee grietas debido a los esfuerzos cortantes debido a la pre-carga fallará de forma frágil a pesar de que este sea reforzado mediante post-tensado externo. Finalmente se determinó que un elemento estructural que se desea reforzar mediante post-tensado externo y que posea patologías de fallas a cortante (grietas diagonales) solo aumentará su capacidad de resistencia al cortante solo si sus las grietas diagonales son reparadas con epóxico.

## CAPITULO II: MARCO TEORICO

### 2.1 Marco Histórico

El uso de elementos de acero para reforzar estructuras ante efectos de compresión y tracción es una idea que data desde épocas muy antiguas como es el caso del uso de láminas de acero en los barriles de madera.

En la ingeniería moderna se le atribuye entre los primeros pioneros del desarrollo del post-tensado externo a Dischinger, el propone en 1934 el uso de unos “postes tensores” y trató de determinar la magnitud de tensión lo que se convirtió en el método de carga balanceada.

Dischinger basó sus trabajos futuros proyectos en los estudios que había realizado Freyssinet sobre el comportamiento viscoelástico del concreto en relación al tiempo de vida que este poseía lo cual logró a través de ensayos de laboratorio reconociendo así la naturaleza del concreto (fluencia y contracción). Posteriormente Dischinger propone el primer modelo matemático válido sobre el comportamiento del concreto en 1939 no obstante al no haber una teoría sólida hace que Dischinger optara por seguir desarrollando el post-tensado externo.

Este deseo de seguir desarrollando la técnica del post-tensado externo se debe a que Dischinger deseaba evitar que se produjeran desviaciones indeseables además que la influencia de los tendones en el comportamiento en estructura era reduciendo las cargas de fatiga y que el sistema pudiera ser re-tensado o remplazado, incluso bajo tránsito (VSL International, 1992, p. 2).

En el año 1936 se aplican los conocimientos de post-tensado externo para realizar el viaducto ferroviario en Alemania el cual se vio afectados por consecuencia de la segunda guerra mundial no obstante en 1983 los tendones fueron tensados nuevamente y el puente se ha mantenido en funcionamiento por más de 50 años.

Fue Finsterwalder el que desarrolla la idea de concreto auto-tensante utilizando un sistema de bisagras el cual estaría pasando por una pre-cámara en la superestructura del puente, teniendo como referencia la autopista Rheda-Wiedenbruck como el primer puente tipo viga cajón con post-tensado externo. No obstante, Freyssinet y otros ingenieros difundieron los beneficios del pretensado con los cables de aceros embebidos en el concreto bajo la teoría de un mejor comportamiento del concreto a la flexión y que

los cables se encontrarían protegidos ante la corrosión dejando así al post-tensado externo se fue descartando.

Durante el año 1949 hacia adelante Dischinger defendió el concepto de post-tensado externo realizando algunos proyectos en Francia, Bélgica, Gran Bretaña y otros países; teniendo poco éxito debido a los problemas de corrosión de los cables tensados expuestos a la intemperie; al mismo tiempo es durante este periodo es que el uso del post-tensado externo se difunde como un sistema de refuerzo de estructuras existentes (Müller Th, 1969, pp. 193-203).

## **2.2 Generalidades del Post-tensado Externo**

### **2.2.1 Definición**

Suntharavadivel, T y Aravinthan, T (2005) definen el post-tensado externo como:

(...) una técnica de pretensado donde los tendones pretensados son colocados fuera de la sección del concreto y la fuerza del pretensado es transferida al concreto mediante anclajes, desviadores y monturas. La aplicación del pretensado externo en reforzamiento guía a un nuevo sistema estructural donde el comportamiento es diferente desde la estructura original del miembro (p.4).

### **2.2.2 Componentes**

Los componentes del sistema de post-tensado externo, que se pueden apreciar en la Figura N°1, consta principalmente de los siguientes elementos:

- Acero de pretensado
- Dispositivos de anclaje
- Sistemas de protección contra la corrosión
- Monturas en los puntos de desviación

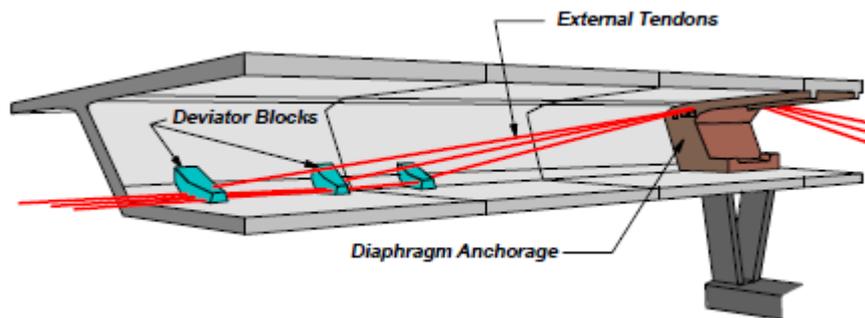


Figura N° 1 Diseño típico de puente viga cajón post-tensado  
 Fuente: T.G Suntharavadivel & Thiru Aravinthan (2005), *Overview of External Post-tensioning in Bridges* (p.2)

### 2.2.2.1 Acero Pretensado.

Los estándares de materiales para el acero de pretensado nos ofrecen una variedad entre barras, alambres, cordones lisos y acanalados. No se posee datos certeros sobre su uso en el mercado a nivel mundial no obstante se puede decir que el uso de strands y alambres se pueden aplicar de manera más o menos universal mientras que las barras son aplicables solo en tramos cortos, preferiblemente de hasta 20 mts de longitud. Además, se sabe que los strands poseen un costo relativamente más barato por tonelada, los cuales consisten en hilos de un diámetro de 13 mm o 15 mm con propiedades bajas de relajación, por lo cual se sabe que es una tendencia en su uso para elementos pretensados.

Actualmente se planea la idea de remplazar el acero pretensado por otros como lo son la fibra de vidrio, fibra de carbono o la aramida, a los cuales actualmente se les está realizando grandes investigaciones para su futura proliferación. No obstante, el alto costo de estos elementos hace difícil que entren de forma abierta y rápida al mercado.

Principalmente podemos identificar dos tipos de tendones de los cuales se detallarán a continuación:

- a) Haz de strands dentro de un tubo de acero o plástico: usado mayormente cuando los se usada tendones adheridos en los sistemas de post-tensado o pre-tensado y cuando el tendón tuviera que tener demasiada fricción entre sus elementos.
- b) Haz de monostrands engrasados y con envoltura de plástico dentro de un tubo de plástico o acero: este sistema puede ser usado cuando los tendones necesiten ser ajustados durante su tiempo de vida útil, posea varios cambios angulares y posea fricción entre sus elementos más no tanto como en el primer caso.

Con respecto a la tubería mencionada esta puede ser de acero corrugado, pero solo cuando los tendones no necesitaran de re-tensionamiento durante su vida útil como es en el primer caso. Poseen una relación entre su diámetro interno y el espesor de su pared de aproximadamente 30:1 a 50:1. Además usan una pintura anticorrosiva a lo largo de su cara externa.

Para el caso de tuberías de plástico (polietileno o polipropileno) deben cumplir con los estándares adecuados del ASTM D 1248 y ASTM D 3035 y mayormente cumplen una relación de 16:1 entre diámetro interior y espesor de la pared.

### **2.2.2.2 Dispositivo de Anclaje.**

Se debe tener en cuenta que los anclajes para los tendones externos deben soportar la fuerza del tendón más cualquier posible aumento de fuerza que deban soportar os tendones durante la vida útil de la estructura.

Cabe mencionar que los tendones deben proporcionar características adicionales, como la posibilidad de monitoreo, ajuste, remplazo, etc. Esto es un punto especial debido a que el propietario del puente necesitará realizar inspecciones y mantenimientos a los anclajes cada cierto tiempo. Este monitoreo no es posible en puentes con post-tensado interno debido a que una vez lechada la lechada de concreto este trabaja de una forma monolítica con la estructura.

Anclaje tipo Ed; mostrado en la Figura N° 2, es usado cuando se necesite un monitoreo de las cargas en el tendón adherido en el concreto

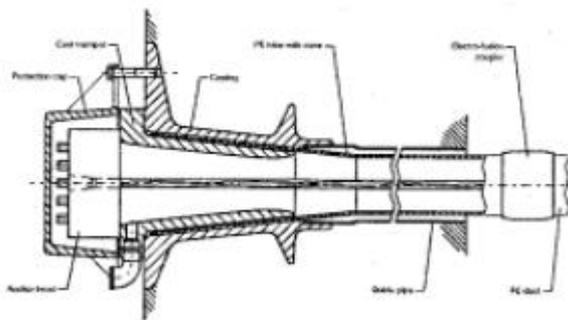


Figura N° 2 Anclaje tipo Ed

Fuente: Aeberhad et al (1992), *Design Considerations VSL External Tendons* (p.16)

Anclaje tipo A; mostrado en la Figura N° 3, es un anclaje totalmente ajustable, desmontable y reemplazable. Factibles de usar cuando se requiere de monitoreo de carga, pequeños ajustes y tiene capacidad de remplazo de sus elementos.

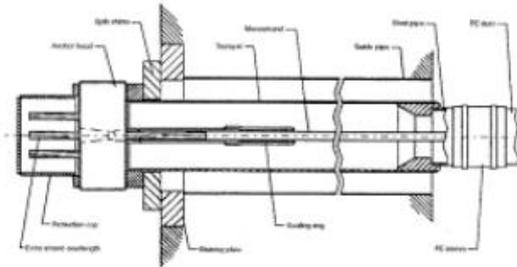


Figura N° 3 Anclaje tipo A

Fuente: Aeberhad et al (1992), *Design Considerations VSL External Tendons* (p.16)

Anclaje tipo CSd; mostrado en la Figura N° 4, se pueden realizar reajustes de tensión y se aplica en casos donde no se necesite monitoreo de las cargas.

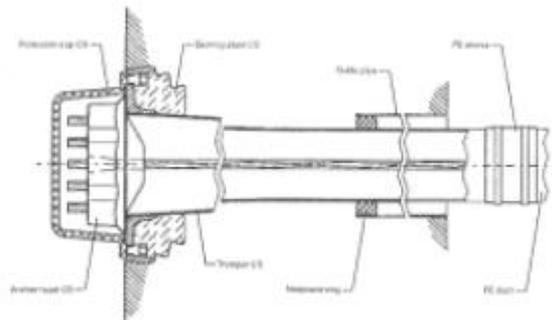


Figura N° 4 Anclaje tipo CSd A

Fuente: Aeberhad et al (1992), *Design Considerations VSL External Tendons* (p.16)

### 2.2.2.3 Sistema de Protección Contra la Corrosión.

Para los elementos estructurales con post-tensado o pre-tensado con tendones adheridos este sistema no es necesario ya que los sistemas están protegidos con las propiedades alcalinas de la lechada de concreto no obstante los elemento con tendones no adheridos están a la deriva del intemperismo por los cual necesitaran ser protegidos.

Muchas Soluciones se han adoptado en el pasado:

a) Recubrimiento con zinc: su efectividad depende del tipo de galvanización y espesor aplicado. El acero pretensado cubierto con zinc tiene aplicaciones en varias partes de Francia no obstante no se sabe si la protección contra la corrosión es permanente o solo bajo condiciones favorables.

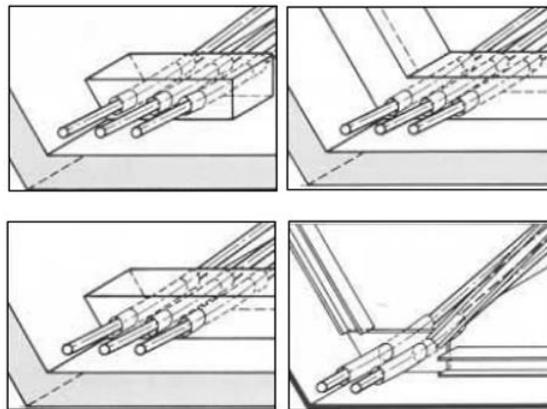
b) Recubrimiento con polímeros: es una tecnología realizada en Estados Unidos, aún no se tiene a ciencia cierta si es una solución viable al acero pretensado. El principal problema con este sistema de recubrimiento es que el strand externa será la recubierta dejando los 6 cables circundantes sin revestimiento. En las zonas de anclaje en el revestimiento se verá interrumpido el revestimiento por las muescas de los dientes de la cuña.

c) Recubrimiento protector: el revestimiento protector funciona como un sobre alrededor del acero pretensado, normalmente los materiales para eso son tubos de acero o plástico (polipropileno o polietileno). Se debe tener cuidado con el acoplamiento entre los tubos para tener una buena protección del sistema.

#### ***2.2.2.4 Monturas en los puntos de desviación.***

Las monturas consisten en un tubo de acero prefabricado fundido en el concreto circundante (diafragmas o desviadores) y sirven para no dañar el acero pretensado en las zonas con desviaciones angulares y puede tener distintas disposiciones como se observa en la Figura N°5.

Los radios mínimos deben respetarse, de lo contrario, el acero pretensado y el revestimiento pueden ser dañados no obstante según algunas guías de diseño como la de VSL (1992) indican que estos radios mínimos requirieren de mayor investigación.



*Figura N° 5 Montura para los Puntos de Desviación*  
*Fuente: Aeberhad et al (1992), Design Considerations VSL External Tendons (p.13)*

### **2.2.3 Consideraciones de Diseño**

Un sistema estructural sencillo con buenos detalles y su fácil aplicación durante la etapa de construcción son elementos que determinan a un diseño exitoso. En este sentido los tendones externos cumplen con todas estas características.

Es necesario determinar las características de las vigas a reforzar con los tendones externos ya que es necesario evaluarlos en sus estados límite de servicio y su estado límite último. Con respecto al estado límite de fatiga, Dischnger mencionó que “los tendones no adheridos solo producen fluctuaciones de tensión despreciables en el acero de pretensado bajo carga viva” (Design Considerations VSL, 1992, p.3).

Además, es necesario entender cómo se comportará los tendones luego del tensado ya que en elementos estructurales con tendones adheridos trabajan hasta que el tendón llegue a su resistencia a la fluencia incluso el aumento de la fuerza del tendón y el brazo de palanca interno de la sección proporcionan una resistencia elástica considerablemente mayor que la pérdida de descompresión. No obstante, en vigas con tendones no adheridos el aumento de fuerza de los tendones dependen de la geometría y deformación general de la estructura como también del perfil del tendón; esto se debe a que los desplazamientos longitudinales entre el acero y el concreto no se evitan mediante la adherencia de ambos.

En cualquier caso, la resistencia de una viga de una viga post-tensada externamente en una sección particular depende del comportamiento de todo el sistema estructural o al menos de partes del sistema si se usan anclajes intermedios.

#### ***2.2.3.1 Estado Límite de Servicio***

La disminución de la fuerza del tendón es principalmente causas de la relajación del acero de pretensado, deformación y contracción del concreto. Además, los tendones externos son sensibles a efectos secundarios, por lo tanto, es importante evaluar la fuerza de los tendones y de los efectos secundarios debido a la temperatura, deformación, contracción y otros efectos al realizar la verificación en el estado límite de servicio. Los efectos pueden considerarse por el método del momento primario y secundario o por el método de equilibrio de carga. Cabe recalcar que todos los estudios y planteamientos para este estado límite están basados para el reforzamiento a flexión del elemento estructural.

### **2.2.3.2 Estado Límite Último**

El aumento de la fuerza del tendón en las estructuras post-tensadas externamente generalmente será pequeño al menos que se proporcione anclajes intermedios. Por lo tanto, para las consideraciones del estado del tiempo final se puede optar por ignorar cualquier posible aumento de la fuerza del tendón y utilizar la fuerza del tendón luego de todas las pérdidas para obtener una estimación de la resistencia final.

Para un incremento de carga dado y una fuerza de tendón supuesta, los incrementos de tensión en cada sección y el aumento de fuerza de tendón asociado se pueden calcular. Repitiendo los cálculos con el nuevo valor de la fuerza del tendón se obtendrá una estimación mejorada y, después de algunas iteraciones, se obtendrá una aproximación razonable. Luego se pueden realizar cálculos similares para el siguiente incremento de carga y así sucesivamente.

## **2.3 Diseño de Puentes Bajo la Filosofía AASHTO LRFD.**

Se debe tener en cuenta que se debe tener unos requerimientos mínimos para asegurar la seguridad estructural de los puentes como medio de transporte. La filosofía AASHTO LRFD busca generar una adecuada seguridad de la estructura diseñada ya que es responsabilidad de un ingeniero proveer seguridad al público que use y se beneficie de la estructura desarrollada. La guía recomienda que se revise y verifique las siguientes especificaciones para garantizar el adecuado funcionamiento de la estructura:

a) Servicialidad: los materiales usados tienen que ser de alto estándar de fabricación y colocación. Deben cumplir con los criterios de deflexión mínimos según el tipo de puente a diseñar además de respetar el criterio de relación de peralte-tramo de la tabla 2.5.2.6.3-1 de la guía AASHTO LRFD (Tabla 1). Finalmente se debe considerar las futuras ampliaciones a la que se verá expuesta el puente si fuera el caso.

Tabla 1

Peralte mínimo tradicional para estructuras de peralte constante del AASHTO LRFD Bridge Design 2018

Superstructure		Minimum Depth (Including Deck)	
		Simple Spans	Continuous Spans
Material	Type		
Reinforced Concrete	Slabs with main reinforcement parallel to traffic	$\frac{1.2(S+10)}{30}$	$\frac{S+10}{30} \geq 0.54 \text{ ft.}$
	T-Beams	$0.070L$	$0.065L$
	Box Beams	$0.060L$	$0.055L$
	Pedestrian Structure Beams	$0.035L$	$0.033L$
Prestressed Concrete	Slabs	$0.030L \geq 6.5 \text{ in.}$	$0.027L \geq 6.5 \text{ in.}$
	CIP Box Beams	$0.045L$	$0.040L$
	Precast I-Beams	$0.045L$	$0.040L$
	Pedestrian Structure Beams	$0.033L$	$0.030L$
	Adjacent Box Beams	$0.030L$	$0.025L$
Steel	Overall Depth of Composite I-Beam	$0.040L$	$0.032L$
	Depth of I-Beam Portion of Composite I-Beam	$0.033L$	$0.027L$
	Trusses	$0.100L$	$0.100L$

Fuente: AASHTO LRFD Bridge Design 2018

b) Constructibilidad: los puentes deben ser diseñados de tal forma que durante el proceso de construcción este pueda darse sin dificultad o angustia. Se debe respetar la secuencia de construcción del diseñador debido a que estas generaran tensiones bajo carga muerta. Es de consideración las condiciones climáticas e hidráulicas que afecten la construcción del puente.

c) Estética del puente: los puentes deben complementar su entorno de forma elegante y presentar una apariencia adecuada. Los refuerzos de banda transversal, distintos a los ubicados en los puntos de apoyo, no deben ser visibles en la elevación.

d) Seguridad del puente: Se debe realizar una evaluación de la prioridad de un puente durante la planificación de nuevos puentes y / o durante la rehabilitación de los puentes existentes. Esto debe tener en cuenta el impacto social / económico de la pérdida del puente, la disponibilidad de rutas alternativas y el efecto de cerrar el puente en la seguridad / defensa de la región.

### 2.3.1 Filosofía de diseño.

Los puentes, independientemente de tipología, deben ser diseñados para los estados límites que especifica la norma AASHTO LRFD (Tabla 2) con el fin de lograr los objetivos de seguridad, servicialidad, constructibilidad, inspeccionabilidad, economía y estética.

El diseño o análisis de componentes o conexiones deben satisfacer la ecuación 1 para cada estado límite con el fin de lograr lo ya anteriormente mencionado.

$$\sum \eta_i \gamma_i Q_i \leq \phi R_n = R_r \dots\dots\dots (1)$$

En donde:

Para cargas las cuales un valor máximo de  $\gamma_i$  es apropiado:

$$\eta_i = \eta_D \eta_R \eta_I \geq 0.95 \dots\dots\dots (2)$$

Para cargas las cuales un valor mínimo de  $\gamma_i$  es apropiado:

$$\eta_i = \frac{1}{\eta_D \eta_R \eta_I} \leq 1.0 \dots\dots\dots (3)$$

Donde:

$\gamma_i$  = factor de carga, aplicado a los efectos de carga.

$\eta_i$  = modificador de carga relacionado con la ductilidad, redundancia y clasificación operacional

$\eta_D$  = factor relacionado a la ductilidad

$\eta_R$  = factor relacionado con la redundancia

$\eta_I$  = factor relacionado con la clasificación operacional

$Q_i$  = solicitaciones de carga

$R_n$  = resistencia nominal

$R_r$  = resistencia factorada:  $\phi R_n$

$\Phi$  = factor de resistencia

### **2.3.1.1 Ductilidad.**

El sistema estructural de un puente debe ser diseñado para asegurar el desarrollo de deformaciones significativas y visibles en los estados de resistencia y evento extremo antes de la falla. El comportamiento dúctil advierte la ocurrencia de la falla estructural debido a que se producen deformaciones inelásticas.

Características estáticamente dúctiles deben ser evitadas, más no las respuestas dinámicamente dúctiles. Ejemplos de este comportamiento son las fallas por corte y

fallas de adherencia que se producen en miembros de concreto armado, así como la pérdida de acción en componentes a flexión.

$\eta_D \geq 1.05$ , para elementos y conexiones no dúctiles.

$\eta_D = 1.00$ , para diseños y detalles convencionales que cumplen con estas especificaciones.

$\eta_D \geq 0.95$ , para elementos y conexiones para los cuales se han especificado medidas adicionales para mejorar la ductilidad más allá de lo requerido por estas especificaciones.

$\eta_D = 1.00$ , todos los demás.

### **2.3.1.2 Redundancia.**

Redundancia es la capacidad del sistema estructural de un puente de llevar cargas después de ser dañados o llegar al estado de falla. Aquellos elementos que cuya falla es anticipada debe ser diseñado con la carga más crítica y sus sistemas debe ser tomado como no redundante.

$\eta_D \geq 1.05$ , para miembros no redundantes

$\eta_D = 1.00$ , para niveles convencionales de redundancia

$\eta_D \geq 0.95$ , para niveles excepcionales de redundancia más allá de la continuidad de la viga y sección transversal a la torsión

$\eta_D = 1.00$ , si no se posee datos o especificaciones relacionados

Frangopol y Nakib en 1991 consideraron que la clasificación de redundancia de miembro (redundante o no redundante) debe basarse en la contribución del miembro a la seguridad del puente.

Los puentes tipo cajón de una sola celda pueden considerarse no redundantes si el propietario lo deseara. Para aquellas vigas cajón pretensado se debe tener en cuenta la cantidad de tendones en cada red.

### **2.3.1.3 Importancia Operacional.**

La importancia operacional puede estar dada por el propietario o los responsables de la red de transporte por la razón que son ellos los que conocen el nivel de importancia

del puente. La guía de diseño AASHTO LRFD clasifica a los puentes de la siguiente manera:

Puentes que requieren estar abierto para todo el tráfico una vez inspeccionado después del evento de diseño y ser usado por vehículos de emergencia y seguridad, defensa, económica o de propósitos de seguridad de vida secundarias inmediatamente después del evento de diseño.

Puentes que deberían estar abiertos, como mínimo, para vehículos de emergencia y de seguridad, defensa o con propósitos económicos después del evento de diseño; y estar abiertos a todo el tráfico luego de unos días después del evento.

Para el estado límite de resistencia:

$\eta I \geq 1.05$ , para puentes críticos o esenciales

$\eta I = 1.00$ , para puentes típicos

$\eta I \geq 0.95$ , para puentes relativamente menos importantes

$\eta I \geq 1.00$ , para los otros estados límites

### ***2.3.1.4 Factores de Carga y Combinaciones.***

#### ***2.3.1.4.1 Estado Límite de Servicio.***

Este estado será tomado en cuenta como una restricción sobre los esfuerzos, deformaciones y ancho de grietas como condiciones regulares de servicio.

Este estado límite se puede subdividir dependiendo los requerimientos locales del puente:

Servicio I: Combinación de cargas que relaciona la operación normal del puente con un viento de 55 mph y todas las cargas tomadas en sus valores nominales. También relacionado con el control de desviación en estructuras metálicas enterradas, placa de revestimiento de túneles y tubería termoplástica, para controlar el ancho de grieta en estructuras de concreto reforzado, y para análisis transversales relacionados con la tensión en vigas segmentarias de concreto.

Servicio II: Combinación de cargas destinadas a controlar la fluencia de estructuras de acero y resbalamiento que provoca la sobrecarga vehicular en las conexiones de resbalamiento crítico.

Servicio III: Combinación de cargas para análisis longitudinal relacionadas a la tensión en concreto pretensado de subestructuras con el objetivo de control de grietas y tensión principal en la red de vigas de concreto segmentada.

Servicio IV: Combinación de cargas relacionada exclusivamente a la tracción en columnas de concreto pretensado con el objetivo de control de grietas

#### *2.3.1.4.2 Estado Límite de Fatiga y Fractura.*

El estado límite se debe tener en cuenta como un juego de restricciones en el rango de esfuerzos causados por el camión de diseño que ocurre en un número esperado de ciclos correspondientes a un rango de esfuerzos. En el estado de fractura se tomará como un requisito de tenacidad del material y en el estado de fatiga intenta limitar el crecimiento de grietas bajo cargas repetitivas para prevenir la fractura del elemento durante la vida útil del puente diseñado.

Según los requisitos locales del puente se puede tener:

Fatiga I: Combinación de cargas de fatiga y fractura relacionados con la vida de fatiga inducida por carga infinita.

El factor de carga para la combinación de carga de Fatiga I, aplicado a un camión de diseño único con el espacio entre ejes especificado en el Artículo 3.6.1.4.1, refleja los niveles de carga que se consideran representativos del rango de tensión máxima de la población del camión para un diseño de vida de fatiga infinita. El factor se eligió asumiendo que el rango de tensión máxima en el espectro variable aleatorio es el doble del rango de tensión efectiva causado por la combinación de carga Fatiga II.

Fatiga II: Combinación de cargas de fatiga y fractura relacionadas con la vida de fatiga inducida por carga finita.

#### *2.3.1.4.3 Estado Límite de Resistencia.*

Este estado límite busca asegurar la resistencia y estabilidad del elemento diseñado ya sea local o globalmente para poder resistir las combinaciones de cargas específicas surgidos de análisis estadísticos (HL-93) durante toda su vida de diseño. En este estado se pueden producir tensiones muy elevadas y daños estructurales no obstante se espera que la estructura mantenga su integridad.

Según los requisitos locales del puente se puede tener:

Resistencia I: Combinaciones de carga básicas relacionada con el uso vehicular sin el viento.

Resistencia II: Combinación de cargas relacionadas con el uso del puente mediante vehículos especiales de diseño especificados por el propietario, evaluación de vehículos permitidos o ambos sin viento.

Resistencia III: Combinación de cargas relacionados con la exposición del puente al viento con velocidades que exceden las 55 millas/ hora (90 km/h)

La compresión en componentes de hormigón pretensado y la tensión en tapas dobladas pretensadas se investigan utilizando esta combinación de carga. El servicio III se utiliza para investigar tensiones de tracción en componentes de hormigón pretensado.

Resistencia IV: Combinación de cargas que representa relaciones muy elevadas entre las sollicitaciones provocadas por las cargas permanentes y las provocadas por las sobrecargas.

Resistencia V: Combinación de cargas relacionadas al normal uso vehicular del puente con una velocidad del viento de 55 millas/h (90 km/h).

#### *2.3.1.4.4 Estado Límite de Evento Extremo.*

El estado límite de evento extremo debe ser considerado para asegurar la supervivencia estructural de un puente durante un sismo importante o durante inundaciones o cuando es colisionado por un buque, vehículos o flujos de hielo, posiblemente bajo condiciones severas de socavación.

Se considera que el Estado Limite de Evento Extremo ocurrirá una sola vez con un período de retorno que puede ser significativamente más grande que el de la vida de diseño del puente.

Tabla 2

Tabla de Combinación de Cargas y Factores de Carga del AASHTO LRFD Desing Specification 2018

Load Combination Limit State	DC DD DW EH EV ES EL PS CR SH	LL IM CE BR PL LS	WA	WS	WL	FR	TU	TG	SE	Use One of These at a Time				
										EQ	BL	IC	CT	CV
Strength I (unless noted)	$\gamma_p$	1.75	1.00	—	—	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	—	—	—	—	—
Strength II	$\gamma_p$	1.35	1.00	—	—	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	—	—	—	—	—
Strength III	$\gamma_p$	—	1.00	1.40	—	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	—	—	—	—	—
Strength IV	$\gamma_p$	—	1.00	—	—	1.00	0.50/1.20	—	—	—	—	—	—	—
Strength V	$\gamma_p$	1.35	1.00	0.40	1.0	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	—	—	—	—	—
Extreme Event I	$\gamma_p$	$\gamma_{EQ}$	1.00	—	—	1.00	—	—	—	1.00	—	—	—	—
Extreme Event II	$\gamma_p$	0.50	1.00	—	—	1.00	—	—	—	—	1.00	1.00	1.00	1.00
Service I	1.00	1.00	1.00	0.30	1.0	1.00	1.00/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	—	—	—	—	—
Service II	1.00	1.30	1.00	—	—	1.00	1.00/1.20	—	—	—	—	—	—	—
Service III	1.00	0.80	1.00	—	—	1.00	1.00/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	—	—	—	—	—
Service IV	1.00	—	1.00	0.70	—	1.00	1.00/1.20	—	1.0	—	—	—	—	—
Fatigue I— LL, IM & CE only	—	1.50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fatigue II— LL, IM & CE only	—	0.75	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Fuente: AASHTO LRFD Desing Specification 2018

### 2.3.1.4.5 Cargas Permanentes (DC).

La carga muerta debe incluir el peso de todos los componentes de las estructuras, accesorios adjuntos al mismo, cobertura de tierra, superficie de rodadura, futuras superposiciones y ampliaciones planificadas.

### 2.3.1.4.6 Cargas Vivas (DW).

La carga viva estará especificada principalmente por la carga viva vehicular, designada como HL-93 (Figura N°6) que consiste en un camión de diseño, tándem y un carril cargado uniformemente de diseño.

El camión de diseño consiste en un vehículo espaciado en dos ejes de 14.52 ton. que variará entre 4.27 y 9.14 mts para producir efectos de fuerza extrema.

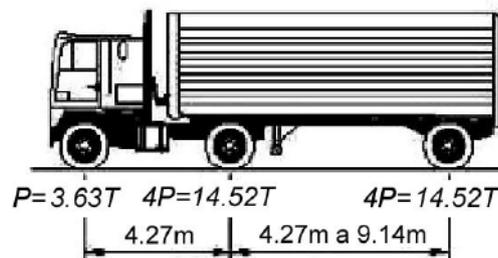


Figura N° 6 Camión de Diseño HL-93

Fuente: Rodríguez, A (2016), Puentes con AASHTO LRFD 2014 (p.14)

El tándem de diseño (Figura N°7) consiste en un espaciamiento entre ejes de 11.34 ton. espaciadas a 1.20 mts. La separación transversal debe ser tomada como 1.8 mts.

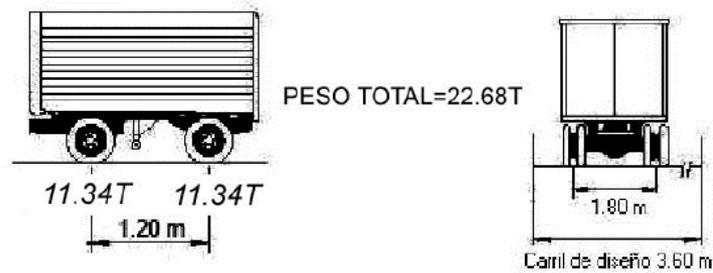


Figura N° 7 Tandem de Diseño  
Fuente: Rodríguez, A (2016), Puentes con AASHTO LRFD 2014 (p.14)

La carga de carril de diseño consiste en una carga uniformemente distribuida de 0.968 ton/n en dirección longitudinal. Transversalmente se supondrá que la carga del carril de diseño se distribuye en un ancho de 3.00 mts, los efectos que provengan de a carga de carril de diseño no serán sometidos a carga dinámica.

Los efectos de carga viva extrema se determinarán considerando cada combinación de carriles cargados con el camión de diseño. No obstante, esto no se aplicará para estados límites de fatiga.

Tabla 3  
Factor de Presencia Múltiple del AASHTO LRFD Design Specification 2018

Number of Loaded Lanes	Multiple Presence Factors, <i>m</i>
1	1.20
2	1.00
3	0.85
>3	0.65

Fuente: AASHTO LRFD Design Specification 2018

#### 2.3.1.4.5 Carga Dinámica Permisible (IM).

Los efectos dinámicos del camión de diseño o tándem se incrementarán en un porcentaje dado en la tabla 3.6.2.1-1 de la guía de diseño AASHTO LRFD (Tabla 4). Esta tolerancia de carga dinámica no se aplica a las cargas peatonales o al carril de diseño.

Tabla 4  
Carga Dinámica Permisible del AASHTO LRFD Desing Specification 2018

Component	IM
Deck Joints—All Limit States	75%
All Other Components:	
• Fatigue and Fracture Limit State	15%
• All Other Limit States	33%

Fuente: AASHTO LRFD Design Specification 2018

## 2.4 Puentes Viga Cajón

### 2.4.1 Generalidades

Este tipo de puentes surge por la necesidad de reducir el peso muerto en puentes de tramos largos esto debido a que muchos puentes de tramos largos usaban elementos estructurales con gran carga muerta, material innecesario y no utilizaba su capacidad total; en base a esta problemática surgen los puentes cajón o estructuras celulares.

Las vigas tipo cajón pueden abarcar mayores extensiones a comparación de las vigas T lo que da como resultado un puente con menor cantidad de pilares y con el mismo ancho, lo cual lo vuelve una opción económicamente más viable. La viga cajón constan de dos almas mediante una brida superior e inferior, esta celda cerrada formada posee una rigidez y resistencia a la torsión mucho mayor que otra sección abierta.

Es poco común el uso de vigas cajón o de múltiples celdas en estructuras de edificación, existe la casuística de su uso en la cual se transportan las cargas excéntricas al eje de la viga. Se puede decir también que las vigas cajones se pueden usar de forma universal desde el punto de transportar cargas, a su indiferencia a si los momentos son positivos o negativos y a su rigidez torsional, desde el punto de vista económico (Kalyana y Raghava y Sampath y Vickranth; 2010, p.3)

### 2.4.2 Desarrollo Histórico

Debido a los pequeños tramos que se de los puentes se desarrolló principalmente los puentes simples tipo losa, con el incremento de los tramos a cruzar el peralte de estas losas también incrementaban debido a que necesitaban soportar mayores cargas. El desarrollo de la ingeniería se descubrió que los materiales cerca del centro de gravedad contribuyen poco a la resistencia a la flexión y por lo tanto se podía eliminar, esto genera que se desarrolle los puentes tipo viga-losa. De esta forma la viga resistía los esfuerzos a tracción y la losa los esfuerzos a compresión. No obstante, mientras mayor

era el ancho de la losa también se necesitaría mayor cantidad de vigas longitudinales, se tenía que reducir la rigidez de las vigas transversales y una curvatura relativamente alta. Ante momentos transversales las vigas longitudinales no mantenían sus posiciones originales lo cual generaba que las zonas inferiores de las vigas se tuvieran que unir para así mantenerlos en su posición, lo cual marco el inicio de las vigas tipo cajón.

Los tramos largos con secciones transversales más anchos con cargas excéntricas sufrían de una curvatura en sección longitudinal y transversal lo cual generaría una distorsión transversal, este problema también pudo ser solucionado con el desarrollo e investigación de los puentes tipo cajón.

Las primeras vigas cajón poseían unos pequeños voladizos desde la parte superior de la celda esto cambio desde el desarrollo del acero pretensado de alta resistencia y así los puentes cajón empezaron a tener volados más extensos. Con este desarrollo se pudo disminuir cada vez el número de celdas de la viga cajón, tener múltiples carriles y ocupar mayores distancias por cada tramo. El primer puente con estas características se desarrolló en 1945 con el puente “The Sclayn” que poseía vanos de 62.70 mts de longitud. El desarrollo de estas vigas cajón empezó generar una necesidad de los pilares intermedios a reforzar su zona de compresión.

Por lo ya mencionado los puentes de viga cajón son más adecuados para situaciones en los cuales se deben abarcar grandes luces con cubiertas de losas más anchas además que estéticamente son más elegantes y esbeltas. Cabe mencionar que la dimensión y características de la sección transversal pueden ser controladas con el pretensado de sus elementos.

Se sabe que cualquier carga excéntrica aplicada en el puente generará altas tensiones torsionales que serán contrarrestadas por la sección del cajón no obstante el comportamiento ante combinaciones de flexión, cortante, flexión y distorsión es más complicado.

### **2.4.3 Comportamiento de Puente Viga Cajón**

#### **2.4.3.1 Flexión.**

La carga de un vehículo puede colocarse ya sea longitudinal o transversalmente, esta carga se transfiriere transversalmente por flexión de la plataforma hacia las almas de la viga cajón.

Para comprender el comportamiento de las tensiones generadas por la flexión, se tiene que suponer que las almas de la viga cajón funcionan como un pórtico y además que estas no se pueden deflectarse. La flexión que se genere en la plataforma inducirá tensiones de flexión transversales en las almas y en las alas inferiores de la viga. Por lo tanto, cualquier carga del vehículo puede ser remplazada por las fuerzas en las intersecciones de la plataforma y el alma.

La distorsión local de la sección ocurre como resultado del hecho que los momentos que se generan en los extremos de la plataforma no son iguales esto debido a la excentricidad de la carga colocada, la sección tipo cajón tratará de resistir esta distorsión lo que genera tensiones transversales. Estas tensiones son llamados tensiones de distorsión transversal, además esta distorsión de la sección transversal no es uniforme a lo largo de su sección longitudinal debido a su no uniformidad de carga, presencia de diafragmas o ambos.

Sin embargo, la compatibilidad de los desplazamientos debe satisfacerse a lo largo de los bordes longitudinales de las caras que forman la caja, lo que implica que estas placas deben doblarse individualmente en su propio plano, lo que induce desplazamientos de deformaciones longitudinales. Cualquier restricción a estos desplazamientos provoca tensiones. Estas tensiones se denominan tensiones de deformación longitudinales y son además de las tensiones de flexión longitudinales.

#### ***2.4.3.2 Torsión.***

En la instigación y definición del comportamiento de una viga cajón se dice que:

Las investigaciones han mostrado que los puentes cajón sometidas a torsión experimentan una deformación o distorsión de la sección, dando lugar a tensiones transversales y longitudinales. Estas tensiones no pueden ser predichas por las teóricas convencionales de flexión y torsión. Un tipo de enfoque para el análisis de vigas cajón sujetas a torsión es el basado en el estudio de “thin walled girder theory” (Kalyana et al, 2007, p. 10)

Las cargas muertas provenientes de los elementos estructurales de la sección transversal y otras cargas superpuestas debido a su comportamiento, sus esfuerzos son transmitidos a la subestructura, serán considerados simétricos y no generarán ningún efecto torsional solo generarán flexión longitudinal simple, no obstante las cargas vivas

no simétricas, las que provienen de las cargas de las ruedas del camión de diseño y la carga distribuida equivalente de diseño sobre cualquier parte de la calzada pueden someter a la viga a torsión, como se puede observar en la Figura N°8. Una vez que la viga este bajo una acción de torsión se generarán fuerzas internas para contrarrestar los efectos de la torsión los cuales son: resistencia al cortante en torsión pura y la resistencia al cortante en distorsión.

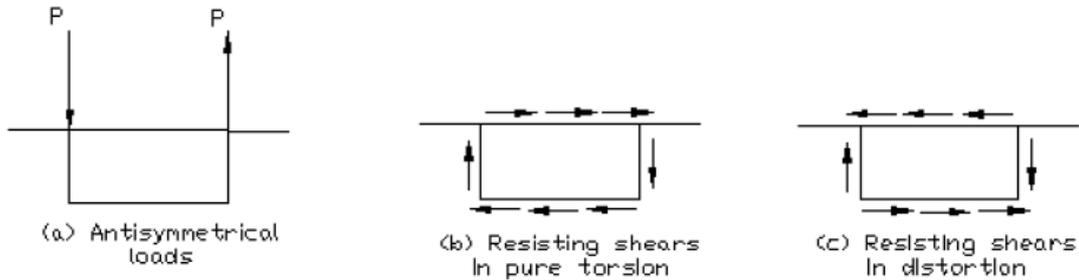


Figura N° 8 Comportamiento de Viga Cajón Bajo la Aplicación de Fuerzas Asimétricas  
Fuente: Kalyana et al (2007), Study and Behaviour of Box Girder Bridge (p. 22)

2.4.3.2.1 Resistencia al Cortante en Torsión Pura.

El comportamiento teórico de las secciones cajón bajo torsión pura nos da ideas claras ya estudiadas la primera es que debido a la gran rigidez de los puentes tipo viga cajón estos girarán poco y que las almas permanecerán casi verticales en su posición original sin carga; y que para puentes cajón de una solo celda el torque es resistido por un flujo de corte,  $q$ , y que generará esfuerzos en las paredes del cajón,  $\Theta$ .

$$q = \frac{T}{2A} \dots\dots\dots (4)$$

$$\theta = \frac{T}{4A^2G} \int \frac{ds}{t} \text{ o } \theta = \frac{T}{GJ} \dots\dots\dots (5)$$

Donde:

T = torque

A= área encerrada por el cajón

J = constante de torsión

Con respecto a los puentes cajones continuos se debe tener en cuenta que los apoyos intermedios son restringidos torsionalmente lo que significa que, al aplicarse una fuerza de torsión pura, la deformación no está restringida y no da pie a tensiones secundarias.

Si existen restricciones de deformación se pueden generar deformaciones longitudinales y tensiones cortantes en los muros de la sección cajón.

Los efectos longitudinales son mayores en las esquinas de la sección cajón, pero como las tensiones longitudinales no participan en el transporte de las fuerzas de torsión, el hecho que las esquinas se deformen no reducirá la resistencia a la torsión de la viga cajón.

#### *2.4.3.2.2 Resistencia al Cortante en Distorsión.*

Al momento de aplicar torsión a la viga cajón, por fuerzas iguales al flujo de corte,  $q$ , en cada uno de los lados que conforman la viga cajón no existen la tendencia a que la sección cambie de forma siempre y cuando la viga cajón presente o posea marcos rígidos o diafragmas; cabe mencionar que estos diafragmas o marcos rígidos es necesaria en las zonas de apoyo y en posiciones donde se introduce cargas pesadas.

Las fuerzas de distorsión tienden a aumentar la longitud diagonal de un lado y reducir la del otro lado, este efecto es resistido por dos tipos de flexión: mediante la flexión de las paredes de la viga cajón y mediante la flexión fuera del plano.

Las flexiones fuera del plano están dado por los marcos cruzados intermedios o diafragmas y sin ellos las desviaciones de distorsión serian significativas y afectarían el comportamiento global del puente. La flexión de las paredes de la viga cajón se comportará distinto en toda su longitud debido a la presencia de los marcos y diafragmas, donde no se presentarán distorsión alguna. Para las vigas cajón de concreto armado en general tienen suficiente rigidez para limitar los esfuerzos de deformación por los esfuerzos de flexión sin la necesidad de diafragmas o marcos rígidos, caso contrario se obtiene con las vigas cajón de metal los cuales si requieren de estos elementos.

La inclinación de las almas de la viga cajón aumenta su rigidez y mejora la distribución transversal de la carga e incluso si la sección está completamente triangulada se eliminan las tensiones de flexión de distorsión transversal. No obstante, mientras mayor sea la cantidad de celdas el que posea la viga cajón más complejo será el análisis, pero se sabe que la proporción de tensiones de distorsión aumenta.

### ***2.4.3.3 Deformación de Sección Transversal.***

Inicialmente se mencionó que una viga cajón no puede tener distorsión por su gran rigidez y la presencia de marcos rígidos o diafragmas, pero en una etapa posterior se supone que los diafragmas se eliminan distintos a los de los apoyos para que el elemento pueda sufrir de una distorsión. Esto aumenta las desviaciones verticales y una torsión adicional bajo una fuerza torsional, estos desplazamientos adicionales se les denomina desplazamiento de distorsión.

Las vigas cajón con diafragmas restringen los desplazamientos longitudinales de la sección transversal por lo tanto una viga cajón sin diafragmas intermedios cuando se les somete a cargas torsionales tendrán como resultado una deformación comprendida de dos componentes: desplazamiento de deformación torsional y distorsión.

### **2.4.4 Ventajas**

Es considerada como una solución económica en especial para puentes de largo alcance y donde se puede disponer de plataformas anchas.

Estéticamente los puentes de tipo viga cajón son considerados agradables estéticamente y muy útiles ya que por el interior de la sección se pueden colocar tuberías de gas, agua, etc.

El mantenimiento de la viga cajón es más fácil ya que el espacio interior es directamente accesible sin el uso de andamios.

Tiene una alta eficiencia estructural que minimiza la fuerza de pretensado requerida para resistir un momento de flexión dado y posee una gran resistencia a la torsión ante las cargas vivas excéntricas y así minimizando también el pretensado requerido para transportarlas.

### **2.4.5 Desventajas**

La principal ventaja de los puentes con viga cajón es que el proceso constructivo para aquellos que son hechos in situ es muy complicado debido a la poca accesibilidad a la parte inferior de la sección transversal teniendo solo dos alternativas ante esta problemática: diseñar un encofrado que permita un vaciado continuo del elemento o la sección se debe modelar por etapas.

## **CAPITULO III: METODOLOGIA**

### **3.1. Tipo de Investigación.**

La investigación es de tipo correlacional, debido a que se ha establecido relaciones entre los métodos de reforzamiento de puentes desarrollados que tienen como fin aumentar la capacidad portante del puente, además se ha establecido las diferencias de los parámetros de diseño establecidos por los manuales del AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018. Finalmente se ha establecido la relación de comportamiento estructural de un puente de tipo viga cajón sin reforzamiento con otro reforzado con post-tensado externo.

### **3.2. Nivel de Investigación.**

La investigación presentada es de tipo descriptiva y explicativa porque se ha detallado las propiedades del método de reforzamiento con post-tensado externo además de haber mostrado el comportamiento de un puente de tipo viga cajón bajo los esfuerzos de la sobrecarga vehicular HL-93 antes y después de ser reforzada.

### **3.3. Enfoque de la Investigación.**

El enfoque de la investigación es cuantitativo, esto se debe a que la explicación de las causas y consecuencias del análisis realizado está basada en magnitudes, esto significa que ante la aplicación de una sobrecarga vehicular y posteriormente su reforzamiento el comportamiento estructural de la viga tipo cajón fue medido a través de deflexiones, fuerzas cortantes, esfuerzos, etc.

### **3.4. Diseño de Investigación.**

El diseño de la investigación fue experimental debido a que se realizó modelos matemáticos de elementos finitos del puente materia de estudio y de esta manera se observó el comportamiento estructural de la superestructura, antes y después de ser reforzado, del puente que consiste en una viga tipo cajón post-tensado.

### **3.5. Población y Muestra.**

Para la población de estudio se tomó en cuenta todos los puentes continuos de viga tipo cajón construidos en el Perú, que tiene registrado el Ministerio de Transporte y Comunicación, bajo la norma AASHTO Standard y con sobrecarga vehicular francesa. El diseño muestral no se realizó mediante un cálculo estadístico, está conformado por el

puente continuo de dos tramos de viga tipo cajón ubicado en Pucusana que cumple con las características de tipo de viga y metodología de diseño AASHTO Standard que la investigación requería.

### **3.6. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.**

#### **3.6.1. Tipos de técnicas e instrumentos.**

La técnica usada para la recolección de datos fue el análisis documental tomando como instrumento: manuales de diseño de puentes como son el AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges, AASHTO LRFD Design Specification 2018. Ambos manuales de diseño poseen las especificaciones generales de diseño, parámetros de cargas, deflexiones, cargas, tipo y cantidad de refuerzo mínimo, y vehículo de diseño del cual se basaba y se basa el diseño de puentes. Además, se revisó investigaciones realizadas por el PTI (Post-tensioning Institute), donde se encuentran investigaciones a nivel internacional con respecto a estructuras post-tensadas con tendones adheridos y no adherido, y finalmente tesis e investigaciones relacionadas.

#### **3.6.2. Criterios de validez y confiabilidad de los instrumentos.**

Los manuales del AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials) empleados para el análisis estructural de la viga cajón son tomadas como base para el desarrollo de normas a nivel internacional, esto incluye el manual de construcción de puentes del Perú emitida por el Ministerio de Transporte y Comunicaciones)

Las investigaciones realizadas por el PTI, es considera primordiales para el nivel de calidad, seguridad, eficiencia, rentabilidad en el uso de sistemas estructurales postensadas. Además, posee manuales de diseño de elementos estructurales postensadas aceptadas a nivel mundial.

Las tesis e investigaciones relacionadas elegidas tienen como principales características presentar un marco teórico sustentado y de tener ensayos de laboratorio de elementos como vigas, losas, etc; postensados con tendones externos.

### **3.7. Técnicas para el Procesamiento y Análisis de la Información**

Los resultados obtenidos fueron explicados y analizados mediante tablas extraídas del software CSI bridge V.20 y expresados en gráficos. El análisis de la información obtenida está basado en el comportamiento estructural de la viga cajón bajo los

parámetros de diseño por corte de vigas del manual AASHTO LRFD Design Specification 2018.

### **3.8. Limitaciones del Estudio**

Uno de las limitaciones del presente estudio con respecto al post-tensado como método de reforzamiento ha sido investigado a detalle y aplicado en plenitud en varios puentes en su refuerzo a la flexión, sin embargo “estudios y aplicaciones en reforzamiento al corte mediante post-tensado externo ha sido limitado y hasta cierto punto controversial” (Suntharavadivel y Aravinthan, 2005, p. 9) por ende se tienen guías para analizar el comportamiento de los elementos reforzados al corte no obstante existe una incertidumbre con respecto a su grado de confiabilidad debido a que estas formulas son consideras muy conservadoras.

Se considerará como una limitación para el presente estudio el realizar el análisis de la resistencia del elemento reforzado mediante post-tensado externo a traves de un modelo matemático procesado en un software de elementos finitos y no poder ser contrastados mediante una prueba de laboratorio de elementos a escala.

### **3.9. Definición de Variables.**

#### **3.9.1. Variables Dependientes**

Esfuerzo Cortante

#### **3.9.2. Variables Independientes**

Post-tensado Externo

Método de Reforzamiento

Puente Viga tipo Cajón

#### **3.9.3. Matriz de Consistencia**

Tabla 5  
Matriz de consistencia

FORMULACION DEL PROBLEMA	PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	METODOLOGIA
<b>GENERAL</b>	¿Cual es el comportamiento estructural de un puente viga cajon reforzado mediante post-tensado externo para incrementar su resistencia a los esfuerzos cortantes?	Analizar el comportamiento estructural de un puente viga cajon reforzado mediante post-tensado externo para incrementar su resistencia a los esfuerzos cortantes.	El puente tipo viga cajon reforzado al cortante mediante post-tensado externo aumenta la carga axial y disminuye los esfuerzos cortantes en un 60%	<b>Dependiente</b>	Fuerza cortante, ancho de alma efectiva	Metodología Cuantitativa
				Esfuerzo Cortante		
<b>ESPECÍFICO</b>	¿Qué metodos de reforzamiento se puede usar para incrementar la resistencia a esfuerzos cortantes en puentes de concreto armado?	Evaluar los metodos de reforzamiento que se puede usar para incrementar la resistencia a esfuerzos cortantes en puentes de concreto armado.	El post-tensado externo es el método más factible para reforzamiento de puentes debido a su poca interferencia con el flujo vehicular y su mayor versatilidad de uso.	<b>Independiente</b>	Resistencia a la compresión del concreto, sección transversal, refuerzo longitudinal y transversal.	Investigación bibliográfica
				Puente tipo Viga Cajon		
	¿Cual es la carga viva que generará mayores esfuerzos cortantes en la estructura y cual será el diseño del refuerzo por post-tensado resultante?	Evaluar la carga viva que generará mayores esfuerzos cortantes en la estructura y su diseño del refuerzo por post-tensado resultante	El elemento reforzado mediante post-tensado externo aumenta en un 50% su capacidad de resistencia a esfuerzos cortantes.	Post-tensado Externo	Esfuerzo de tensión de tendones externos, anclajes, capacidad de flexión máxima de sección crítica, excentricidad de tendones externos.	Investigación bibliográfica
¿Cual es el comportamiento estructural del elemento reforzado antes y después de ser reforzado con el método de post-tensado externo?	Analizar el comportamiento estructural del elemento reforzado antes y después de ser reforzado con el método de post-tensado externo.	El elemento reforzado mediante post-tensado externo aumenta la rigidez y disminuye la probabilidad de formarse rajaduras de corte del puente tipo viga cajon		Propiedades físicas, viabilidad técnica, económica, ecológico y estético	Investigación bibliográfica y Metodología Cuantitativa	

Fuente: Elaboración Propia

## **CAPITULO IV: EVALUACION DE METODOS DE REFORZAMIENTO DE PUENTES DE CONCRETO ARMADO**

### **4.1. Introducción**

El reforzamiento tiene como definición y función, incrementar la capacidad de carga y servicialidad de una estructura a través del fortalecimiento o mejora de alguno de sus elementos estructurales.

Los métodos para incrementar la capacidad de carga pueden ser llamada de dos formas. La primera es el “mejoramiento” donde la estructura es redefinida mediante el cálculo de diseño usando data de materiales, geometría y cargas reales, los cuales proporcionen una mayor capacidad de carga con respecto al diseño original además tratando de realizar el menor impacto físico. Por otro lado, tenemos el “fortalecimiento” que hace referencia a una alteración física de la estructura con el fin de aumentar la capacidad de carga original.

Existen en la actualidad un gran número de sistemas de reforzamiento de puentes que tiene como finalidad la de incrementar la capacidad de carga del sistema estructural existente y también reparar las fallas existentes, no obstante, hay que tener en cuenta que:

Antes de realizar cualquier trabajo de reparación, la causa del daño debe identificarse con la mayor claridad posible. Este principio puede parecer evidente, pero es sorprendente la frecuencia con la que se pasa por alto, con el resultado de que se deben realizar más reparaciones en poco tiempo. A veces, la causa es obvia como, por ejemplo, en muchos casos de daños accidentales, pero, en la mayoría de los casos, se requiere una investigación cuidadosa (Allen, 1994, p.15).

Es importante saber que una estructura siempre estará dispuesta a ser reforzada debido a la actualización de normas y/o reglamentos, diseños inadecuados, malos procesos constructivos, etc. Por ende, se puede tener en cuenta que el reforzamiento puede ser realizada con un fin preventivo (reduciendo la vulnerabilidad de la estructura) o correctivo (tratando de restituir o mejorar las condiciones originales de la estructura).

Cabe mencionar que un puente analizado que posee una capacidad de carga insuficiente debe afrontar ante tres alternativas: remplazo total del puente,

reforzamiento del puente existente y finalmente dejar el puente en su estado actual según los manuales de reparación y reforzamiento de la Universidad Estatal de Iowa, pero su elección a tomar dependerá de la evaluación económica como es el análisis estándar de costo-beneficio principalmente.

## 4.2 Métodos de Reforzamiento

### 4.2.1 Cambio de Sistema Estructural.

La idea principal de este sistema es cambiar algunos elementos estructurales o incrementar algunos con la finalidad de aumentar la capacidad de carga de la estructura esto podría ser realizado: aumentando vigas transversales de mayor rigidez, modificar la estructura de apoyo, colocar nuevas columnas, etc. No obstante, este sistema conlleva muchos inconvenientes como adecuar la estructura completa para insertar los nuevos elementos estructurales e incluso utilizar otros sistemas de reforzamiento que conecte las estructuras antiguas con las recientemente insertadas.

El principal elemento a cambiar de sistema estructural en puentes es mayormente es la plataforma de rodamiento. La literatura revisada indica el extenso uso “losas de peso ligero” debido a que se puede reducir el peso muerto de la losa del puente y aumentar la capacidad de carga del mismo, teniendo así los siguientes métodos:

#### 4.2.1.1 Losa de Malla de Acero.

Este método se usaba para aumentar la capacidad de carga de los puentes siendo difundido por el departamento de carreteras Virginia del Oeste usando unas rejillas de acero ligeros, alveolar, como se observa en la Figura N°9. Su uso se extendió a tal nivel que se reglamentó su producción en la ATSM A588, no obstante, mediante su instalación el tráfico debería de ser restringida de forma parcial o total dependiendo del nivel de reforzamiento que necesitara el puente.

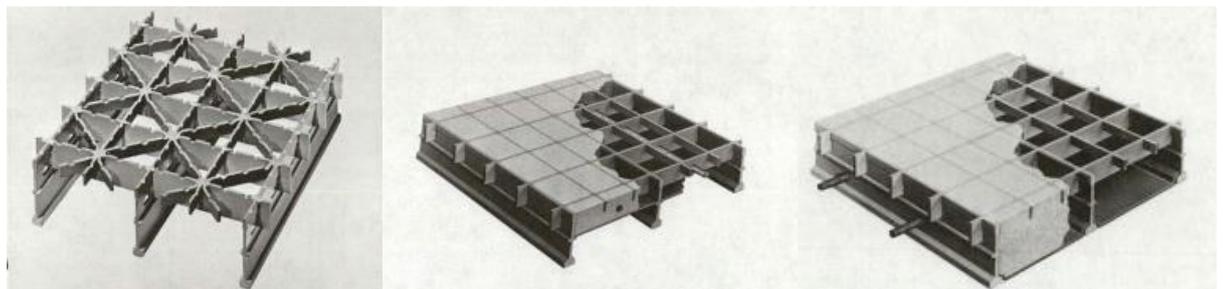


Figura N° 9 Losa de Malla de Acero.

Fuente: Jackson, L & Richardson, H (1987), *Métodos de Reforzamiento en Puentes de Carretera* (p.58)

Ventajas: Es un sistema de rápida instalación si las mallas son prefabricadas, incrementa en gran medida la capacidad de carga del puente, reduce el peso muerto de la estructura.

Desventajas: La estructura se encuentra expuesta al intemperismo por ende sufren de corrosión de sus elementos, presentan fallas por soldadura, poca resistencia al deslizamiento, sufre un fenómeno de crecimiento de la losa el cual es debido a la oxidación de las vigas de acero sección I.

#### 4.2.1.2 Losa Exodérmica.

Era una estructura prefabricada que consistía en una capa superior de 3 pulgadas de espesor y una capa inferior de rejilla de acero, la plataforma pesaba 53 lb/pie<sup>2</sup> (Figura N°10). Este sistema necesita que el puente sea clausurado mientras se realicen los el retiro de la losa antigua y la colocación de la losa Exodérmica.

La Cooperativa Nacional Programada de Investigación de Carreteras (1987) habla de la efectividad del método con respecto al costo en el proyecto del puente Driscoll: “Aproximadamente 30,000 pies cuadrados de cubierta fueron reemplazados en este sitio. Se estimó que al usar módulos de cubierta prefabricados de Exodermica, se ahorraron más de \$ 1 millón en el proyecto de rehabilitación de \$ 5.1 millones” (p. 27).

Este sistema mejora y soluciona todos los problemas que presentan las losas de mayas de acero además su fabricación se hacía en ambientes controlados reduciendo la posibilidad de que sufra daños por corrosión además que es un sistema de fácil de montar.

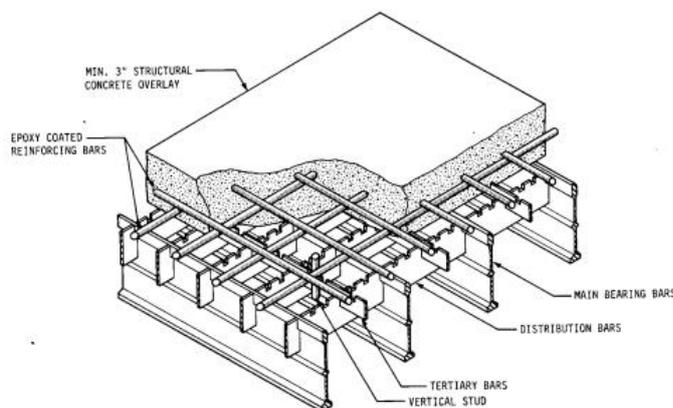


Figura N° 10 Losa Exodérmica.

Fuente: Jackson, L & Richardson, H (1987), *Métodos de Reforzamiento en Puentes de Carretera* (p.59)

#### ***4.2.1.3 Losa de Concreto Liviano.***

A lo largo de los años el concreto liviano se ha desarrollado de forma satisfactoriamente generalmente. Se tiene dos modalidades de concreto liviano las que son vaciadas in situ y las prefabricadas. La Comisión de Carreteras del Estado de Indiana determinó que los elementos de losa prefabricada eran más económicas y estructuralmente más eficientes. No obstante, ambos poseían problemas con la durabilidad del concreto, esto fue informado por el Departamento de Transporte de Louisiana donde puentes con losas de concreto liviano que poseían altos niveles de tráfico presentaban colapsos repentinos e inesperados de las secciones de la losa.

Ventajas: Puede ser hecha in situ o prefabricada, puede ser combinado con sistema de elemento compuesto de concreto con elementos de acero estructural.

Desventajas: La durabilidad de este sistema es una problemática hasta el momento, las losas hechas in situ poseen una gran problemática en su colocación y su posterior curado, la instalación de los paneles necesita de mano especializada para evitar las grietas en las juntas del panel y existan desniveles entre un panel y otro.

#### ***4.2.1.4 Losa de Placa Ortotrópica de Aluminio.***

La losa de placa de ortotrópica de aluminio (Figura N° 11) tenía la ventaja de reducir los pesos de la losa de forma significativa por ende se tenía una gran reducción de carga muerta se tiene como referencia al puente de la calle Smithfield de Pensilvania en el que se redujo unas 751 toneladas de peso muerto solo en la plataforma. No obstante, las láminas de aluminio se veían afectada por la corrosión, esto se solucionó instalando una superficie de hormigón de polímero sin embargo los pernos también sufrieron de desgaste y también las planchas se desgastaban rápidamente y tenían que ser remplazadas de forma temprana.

El peso y comportamiento de la losa de placa ortotrópica de aluminio es muy parecida a la de la losa de malla de acero, pero elimina todas las desventajas que este presenta.

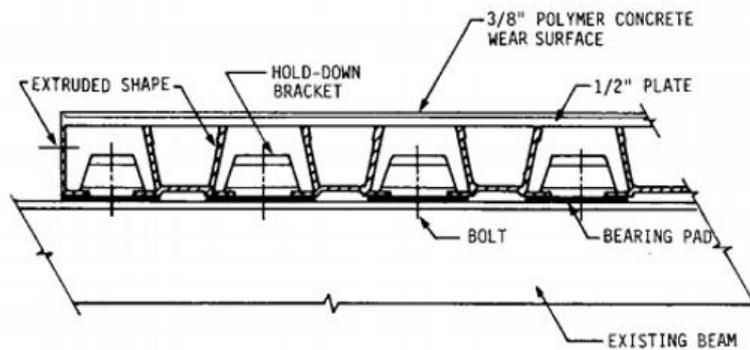


Figura N° 11 Losa Ortotrópica de Aluminio.

Fuente: Jackson, L & Richardson, H (1987), *Métodos de Reforzamiento en Puentes de Carretera* (p.58)

#### 4.2.1.5 Losa de Placa Ortotrópica de Acero.

Surgió durante la década de 1930 pero se difundió rápidamente en Alemania durante el transcurso de la segunda guerra mundial para remplazar los puentes que habían sido destruidos, es por ello que se les conoció como bancos de batalla. Este sistema funcionaba muy bien con puentes de luces de mediano alcance esto principalmente debido al costo del acero y también por el comportamiento que tenía con los puentes de mediano alcance era aceptable. El sistema trabaja de forma eficiente teniendo la capacidad de reducir hasta un 23% del peso muerto de la losa.

Ventajas: Se considera a la losa de placa ortotrópica de acero como uno de las mejores alternativas para el remplazo de losas existentes.

Desventajas: No existe una estandarización de su diseño debido a que han sido diseñados según su aplicación en el proyecto además de que necesita un método sofisticado de análisis estructural, es más pesada que la losa de placa ortotrópica de aluminio y es difícil definir si es una opción económica como sistema de refuerzo.

#### 4.2.2 Aumentar Sección Transversal

La resistencia del concreto armado a la fuerza cortante es una combinación de los aportes a la resistencia a la cortante de la garganta del concreto, la interacción de los agregados, la interacción que tiene el acero longitudinal y finalmente el aportado por el refuerzo transversal.

Es por eso que el código AASHTO Estándar Specification for Highway Bridges sugiere como fórmula para obtener la resistencia del concreto al esfuerzo cortante la siguiente expresión para esfuerzos flexo-cortantes ( $V_{ci}$ ) y cortantes en el alma ( $V_{cw}$ ):

$$V_{ci} = 0.02\sqrt{f'_c}b_wd + V_d + \frac{V_iM_{cre}}{M_{max}} \geq 0.06\sqrt{f'_c}b_vd_v \dots\dots\dots (6)$$

$$V_{cw} = (0.06\sqrt{f'_c} + 0.30f_{pc})b_vd_v + V_p \dots\dots\dots (7)$$

Basado en este punto teniendo como constante el valor de la tracción del concreto se puede observar que la resistencia al cortante aumenta si la sección transversal aumenta e incluso si la sección que va ser alterada es hecha con un concreto de diseño de mayor capacidad a la compresión ( $f'_c$ ) la capacidad de resistencia a la cortante aumentaría significadamente. No obstante aumentar la sección transversal podría conllevar a otros problemas como es el aumento del peso muerto de toda la estructura y/o una mala adherencia entre el concreto antiguo con el concreto nuevo.

Este método es efectivo solo cuando esfuerzo de compresión es insuficiente no obstante este método de reforzamiento debe ser realizada de forma muy cuidadosa.

#### 4.2.3 Incorporar elementos de acero

El método de incorporar láminas de acero es aplicado en estructuras de concreto a partir de mediados del año 1970 con las investigaciones llevadas a cabo por L'Hermitte y Bresson en 1967 posteriormente se siguió investigando el comportamiento de este reforzamiento a través placas atornilladas y unidas con epóxicos.

Las investigaciones relacionadas demostraron que las láminas de acero funcionan como un exoesqueleto que es capaz de brindar una mayor resistencia a los elementos reforzados ante los esfuerzos de corte y flexión al igual que se puede reducir considerablemente la deformación del elemento, ya que el acero posee mayor rigidez que el concreto. También se utilizó las secciones de acero como perfiles metálicos y celosías metálicas todo esto debido a que la instalación y operación de los materiales eran sencillos y no afectaba al peso muerto de la estructura.

Las láminas de acero pueden usarse en una variedad de situaciones. Se pueden usar para aumentar el módulo de sección de acero, concreto reforzado y vigas de madera. Las placas de cubierta de acero también son un método eficaz para fortalecer los

miembros de compresión en armazones al proporcionar un área de sección transversal adicional y al reducir la relación de esbeltez del miembro. Esta técnica aprovecha un aumento en el momento de inercia de la sección transversal, así como un mecanismo para contrarrestar los esfuerzos causados por la carga externa.

No obstante, en el uso de las láminas de acero comúnmente se recurre al uso de resinas epóxicas por lo cual se debe tener un especial cuidado en los procesos para que se obtenga la adherencia requerida además el uso de este sistema requería una gran inversión haciéndolo un método costoso respecto a otro, en el caso que se esté reforzando un puente de acero este necesitará trabajos de soldadura y usar conectores esto hace el proceso de instalación más prolongado.

Ventajas: Se puede instalar rápidamente sin comprometer el flujo del tránsito, procedimiento de diseño son sencillos, los ángulos y láminas de acero pueden obtenerse y cortarse fácilmente.

Desventajas: Los miembros del puente a reforzar pueden no ser compatible con los materiales de soldadura actual y las placas de acero sufren agrietamiento por fatiga en la parte superior de la placa.

#### **4.2.4 Uso de elementos compuesto**

Un material compuesto se define como la unión de dos o más materiales que poseen distintas propiedades físicas. La acción de elementos compuestos para aumentar la capacidad de momento de inercia de las vigas principales de los puentes inicia en la década de 1920 pero toma popularidad en la época de 1950. Los primeros estudios con respecto a elementos compuestos fue la unión de las propiedades del acero con el concreto armado y donde se tuvo un enfoque particular a los conectores de corte y se determinó que existe una relación entre la resistencia máxima de los conectores de corte y la capacidad de flexión última de la viga, también se determinó que se puede alcanzar el último momento flector teórico si la suma de la resistencia final de todos los conectores de corte en el tramo son suficientes para satisfacer la condición de equilibrio de la carga final.

En la década de 1930 se empieza a realizar un experimento de manufactura mezclando un tejido de fibra de vidrio y otra de resina de poliéster como resultado se obtuvo las fibras de polímetro reforzado (Fiber Strengthening Polymer, FRP).

Posteriormente se empezó a usar en industrias aeroespaciales y navales principalmente por las propiedades que este poseía como es su alta relación peso-resistencia, resistencia a la corrosión y al intemperismo. Su uso se empezó a tomar popularidad y 20 años después se empezó a usar en procesos químicos, electricidad, tratamiento de desechos, refinamiento de metal, elaboración de papeles, tanques de oxígenos, etc.

En 1980 se empezó a utilizar este elemento con la finalidad de reforzar elementos estructurales existentes surgiendo así la fibra de carbono de polímero reforzado (CFRP, por sus siglas en inglés) teniendo como alcance vigas, columnas, armaduras y estructuras de mampostería. El CFRP surge como necesidad de remplazar el sistema de reforzamiento de láminas de acero debido su alto costo, susceptibilidad a oxidarse (lo cual comprometería la adherencia al concreto y por ende perder la capacidad de incremento la capacidad de carga de la estructura). Alemania, Suecia y Japón empiezan a realizar estudios más detallados sobre el comportamiento del CFRP como un método de reforzamiento desarrollándose así códigos y estándares para el reforzamiento externo como es por ejemplo los del Instituto del Concreto del Perú (JCI), Federación Internacional para concreto Estructural de Suiza, Consejo Nacional Italiano de Investigación, Instituto Americano del Concreto (ACI).

No obstante, las láminas de CFRP al ser comprimida más allá de sus capacidades este se quebrará o se formarán grietas frágiles además su comportamiento con las resinas epoxi aún sigue siendo un tema de investigación en países como en Perú. En adición a lo ya mencionado el costo de estas láminas aún siguen siendo elevados y por ende la viabilidad económica con el uso de este sistema tiene que ser evaluado según la envergadura del proyecto.

**Ventajas:** No se ve afectado ante la corrosión, fácil aplicación en espacios confinados y alta resistencia a la tensión axial.

**Desventajas:** Comportamiento lineal (lo que implica tener una menor ductilidad) hasta la falla, costo elevado del material de FRP, el material de FRP es propenso a sufrir de vandalismo y finalmente la FRP cuando es expuesta a cambios de temperaturas (incendios) pueden fallar y colapsar de forma prematura.

#### **4.2.5 Post-tensado externo**

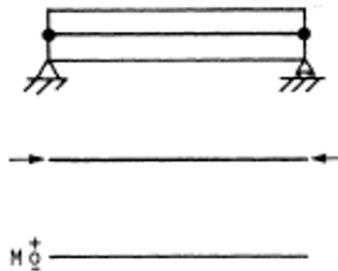
El post-tensado externo se refiere a una técnica en la cual los tendones pretensados son colocados fuera de la sección de la estructura y la fuerza ejercida por el pretensado es transmitida al concreto mediante un sistema de anclajes, desviadores y monturas.

Este sistema ha sido utilizado en muchos puentes de luces cortas y medianas demostrando su capacidad de incrementar la capacidad de carga de puentes e incluso puede reducir o revertir desplazamientos locales, agrietamientos o en caso global reduce las deflexiones excesivas del puente no obstante no es un sistema efectivo ante las fuerzas últimas generadas por las cargas permisibles de servicio aun así puede añadir una carga última mediante el cambio de comportamiento de la estructura de un puente de un tramo simple a un tramo continuo.

El sistema de post-tensado externo funciona aplicando una fuerza axial combinada con un momento flector para mejorar la capacidad de resistencia a los esfuerzos flectores y/o cortantes, aumenta también la rigidez de la estructura disminuyendo así las deformaciones; ubicar la zona de estrés de toda la estructura pueden ser reforzadas mediante este método aumentando así su comportamiento a la fatiga.

El post-tensado externo usa de una forma eficiente a los tendones de acero de alta resistencia y así agrega una gran capacidad de carga viva y aumenta el rango de esfuerzos permitidos. El post-tensado externo implica un análisis del puente completo por el mismo motivo que interactuaran con el puente en su totalidad por ende hay que considerar los esfuerzos axiales, momentos flectores, esfuerzos cortantes. Se debe tener más cuidado con aquellas estructuras que no poseen la misma rigidez en todos los miembros de la sección transversal del puente. En el diseño de este sistema se debe tener en cuenta que se debe poseer un sistema de protección para los anclajes y los tendones de acero de alta resistencia, esto principalmente por que los tendones y anclajes se encuentran bajo la acción de los agentes del intemperismo si estos son colocados al exterior de la sección transversal. Es así que se desarrollan una serie de configuraciones basadas en estudios y aplicaciones desarrolladas como son:

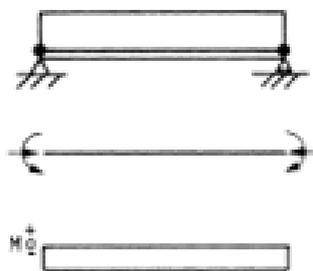
Tendón Concéntrico: puede inducir una fuerza de compresión axial que puede ser capaz de eliminar parte o todo el esfuerzo de tensión del elemento reforzado como efecto secundario este reforzamiento añade una fuerza de compresión residual que podría contrarrestar la fuerza de tensión bajo otras cargas, esto se observó en la Figura N° 12, no obstante, esto debe ser analizado con cuidado debido a que la carga de tensión residual de tensión puede superar la tensión debida a la carga muerta del elemento estructural.



*Figura N° 12 Tendón Concéntrico.*

*Fuente: Wayne, F & Wipf, T, Refuerzo y Rehabilitación de Puentes (p.26)*

Tendón Excéntrico: Este formato de postensado externo genera una compresión axial además de momentos negativos (Figura N° 13). La excentricidad de los tendones puede ser variada según la conveniencia o necesidad del elemento a reforzar y así controlar la relación de compresión axial – momento flector aplicada.



*Figura N° 13 Tendón Excéntrico.*

*Fuente: Wayne, F & Wipf, T, Refuerzo y Rehabilitación de Puentes (p.26)*

Tendón Poligonal: Generar una forma poligonal al tendón es una de las formas de controlar las regiones con picos de momento flector esto se debe a que el momento negativo generado por el postensado no es uniforme dentro de la región reforzada (Figura N° 14) ya que es controlada por los desviadores que son colocados a conveniencia además esta configuración añade al elemento reforzado compresión axial y resistencia a esfuerzos cortantes producidos por las cargas vivas y muertas.

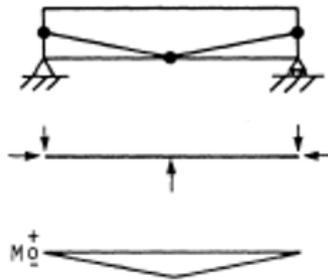


Figura N° 14 Tendón Poligonal.

Fuente: Wayne, F & Wipf, T, Refuerzo y Rehabilitación de Puentes (p.26)

King Post: Considerada como una de las mejores configuraciones del postensado exterior debido a que es la mezcla entre el tendón exterior y el tendón poligonal (Figura N° 15). Este sistema genera un mayor momento debido a la fuerza axial inducida en el elemento reforzado.

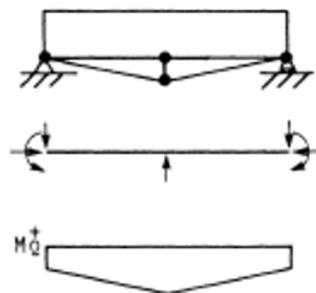


Figura N° 15 Tendón King Post.

Fuente: Wayne, F & Wipf, T, Refuerzo y Rehabilitación de Puentes (p.26)

Tendón excéntrico (Figura N° 16) sobre apoyo de una estructura de dos tramos: Es sabido que, en elementos continuos, el apoyo central posee una concentración de momento negativo por lo cual se desarrolló este método con el fin de brindar un

momento positivo al apoyo central. La cantidad de momento negativo brindado al apoyo central dependerá de los anclajes, ya que mientras más cerca estén estos del apoyo mayor será el momento positivo. Este hecho y el hecho de que hay alguna distribución de momento y fuerza entre miembros postensados paralelos no siempre se ha reconocido correctamente y hay errores publicados en la literatura (Klaiber y Wipf, 2000, p.26).

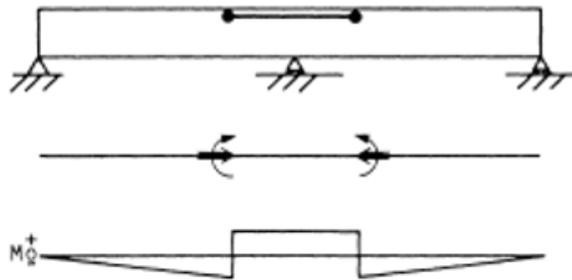


Figura N° 16 Tendón Excéntrico sobre Apoyo de una Estructura de Dos Tramos.  
Fuente: Wayne, F & Wipf, T, Refuerzo y Rehabilitación de Puentes (p.26)

Todos los patrones mencionados anteriormente tienen la particularidad funcionar como lo haría una varilla de acero corrugado posicionado de forma horizontal a lo largo de la sección longitudinal de una viga de concreto armado no obstante nos encontramos con dos configuraciones más poco estudiados como son:

Post-tensado externo transversal: Mejora la distribución de las cargas a través de la losa, este método es muy útil para estructuras que han desarrollado rajaduras en las paredes de los aleros o que estén bajo mucha presión lateral como se observa en la Figura N° 17.

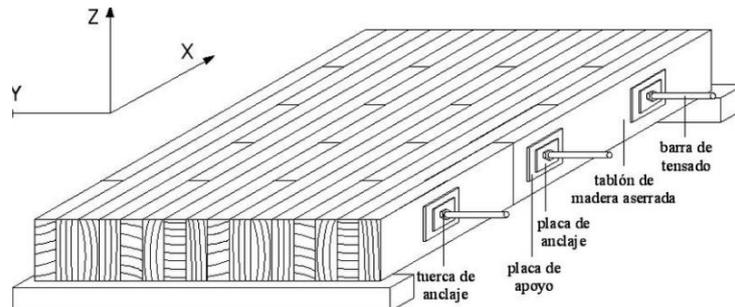


Figura N° 17 Losa de Madera con Post-tensado Transversal.  
Fuente: [https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Descripcion-de-las-partes-de-un-tablero-tensado-de-madera-Fuente-Zamorano\\_fig1\\_235008729](https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Descripcion-de-las-partes-de-un-tablero-tensado-de-madera-Fuente-Zamorano_fig1_235008729)

Post-tensado externo vertical: Las zonas donde la flexión no es un problema, pero se requiere un reforzamiento ante los esfuerzos cortantes es requerido, el uso de post-tensado externo (Figura N° 18) es una alternativa factible. Este método puede ser efectivo en vigas tipo I y en puentes tipo cajón en los cuales se pueden usar hilos finos.

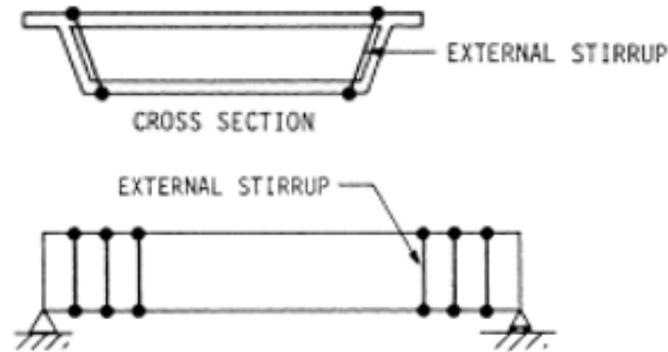


Figura N° 18 Post-tensado Exterior Vertical.  
Fuente: Wayne, F & Wipf, T, Refuerzo y Rehabilitación de Puentes (p.29)

Ventajas: Puede aliviar tensiones axiales, cortantes, flexión y condiciones de sobrecarga de torsión; la interrupción del tráfico para los trabajos de implementación es mínimas o nulas; históricamente los puentes reforzados mediante post-tensado externo no han necesitado de otro método de reforzamiento para cubrir alguna falencia; posee gran versatilidad pudiéndose aplicar en todo tipo de puente ya sea de concreto armado, concreto pretensado, acero o madera.

Desventaja: Al incrementar el rango de tensión permisible el factor de seguridad del puente se verá reducido, los anclajes están sometidas a altas tensiones locales, los malos procesos constructivos al momento de realizar los orificios pueden generar grietas que se pueden extender a lo largo de la estructura con el ciclo dinámico de la carga viva. Debido a que el post-tensado externo afectara al comportamiento global del puente se debe analizar y reforzar todos los elementos paralelos de caso contrario se obtendrán una distribución de esfuerzos contrarios a los esperados. Si los tendones son colocados fuera de la sección del elemento a reforzar como es el caso del “King Post” este reducirá la altura del puente sea menor y por ende estará más expuesto a accidentes de tránsito por automóviles que superen su altura máxima y también estará expuesto a incendios.

### 4.3. Resultados de Análisis de Métodos de Reforzamiento de Puentes de Concreto Armado

El análisis de viabilidad de un proyecto de reforzamiento se basa en el estudio del costo-beneficio, viabilidad técnica, medioambiental, social, estético y restricción de flujo vehicular. Esto se podrá observar mediante los cuadros presentados en cada sistema mostrando las ventajas y desventajas de cada uno.

#### 4.3.1. Cambio de Sistema Estructural.

La factibilidad del cambio de sistema estructural como método de reforzamiento dependerá del tiempo de vida útil y la ubicación en el cual este ubicado el puente principalmente porque la mayoría de estos sistemas son afectados por corrosión ante el intemperismo al cual están expuestos, que tanto tiempo interferirá el cambio estructural en el tráfico vehicular y si el sistema estructural se adaptará al ya existente. Se presenta la Tabla 6 como un resumen de las ventajas y desventajas del presente sistema de reforzamiento.

Tabla 6  
*Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Cambio de Sistema Estructural*

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"><li>• Son sistemas de rápida instalación si son prefabricadas.</li><li>• Reduce peso muerto de la estructura.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Su exposición al intemperismo de la mayoría de estos sistemas los expone a la corrosión</li><li>• Los sistemas de Losa de Malla de Acero presentan fallas por soldadura y poca resistencia al deslizamiento. Además, tienen un fenómeno de crecimiento de la losa.</li><li>• La durabilidad de sistemas como losas de concreto liviano es una problemática hasta el momento. La colocación de losas de concreto liviano necesita de mano de obra especializada debido a que se puede generar juntas en el panel, desniveles y su curado debe ser muy cuidadoso.</li><li>• Sistemas como las de Losas de Placa Ortotrópica de Acero no posee una estandarización de diseño. El análisis de costo-beneficio debe ser muy minucioso para su uso.</li></ul>

Fuente: Elaboración Propia

### 4.3.2. Aumentar Sección Transversal.

Es poco factible usar como método de reforzamiento aumentar la sección transversal principalmente por su alto costo y problemas de adherencia del concreto antiguo con el nuevo. No obstante, si la necesidad de aumentar la capacidad de resistencia a la compresión es muy alta el método debe ser considerado. Se presenta la Tabla 7 como un resumen de las ventajas y desventajas del presente sistema de reforzamiento.

Tabla 7  
*Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Aumento de Sección Transversal*

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"><li>• Aumenta la resistencia del concreto ante fuerzas cortantes.</li><li>• Se puede aumentar la resistencia del concreto usando concreto de mayor resistencia a la compresión (<math>f'c</math>)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Aumento del peso muerto de la estructura.</li><li>• Posible mala adherencia entre el concreto antiguo y el concreto nuevo.</li><li>• Puede ser un método de reforzamiento muy costoso.</li><li>• Se ve afectado el flujo vehicular durante el proceso constructivo.</li></ul>

Fuente: *Elaboración Propia*

### 4.3.3. Incorporar Elementos de Acero.

Este método posee una gran factibilidad técnica no obstante se debe de analizar el beneficio costo que implicará su uso debido a los materiales que implica y el tiempo que durará su habilitación y colocación. Se presenta la Tabla 8 como un resumen de las ventajas y desventajas del presente sistema de reforzamiento.

Tabla 8  
Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Incorporación de Elementos de Acero

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El sistema funciona como un exoesqueleto y brinda mayor resistencia a los elementos reforzados a esfuerzos de corte, flexión y reduce considerablemente la deformación del elemento.</li> <li>• Posee una gran versatilidad de uso debido a que se puede usar en una gran variedad de situaciones (acero, concreto, madera).</li> <li>• Aumenta la inercia de la sección transversal de la sección reforzada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El uso necesario de resinas para que el elemento se adhiera al elemento estructural debe ser realizado por personal altamente capacitada.</li> <li>• El proceso de instalación puede ser muy prolongado, siendo en casos donde se deba considerar trabajos especializados de soldadura.</li> <li>• El análisis de costos es muy variable dependiendo del proyecto por lo que su viabilidad costo-beneficio debe ser cuidadosamente analizada.</li> </ul>

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.3.4. Uso de Elementos Compuestos.

El reforzamiento con fibras de carbono actualmente está siendo altamente difundido por sus propiedades físicas y beneficios que brinda al elemento reforzado, su baja interferencia con el flujo vehicular y su uso no afecta la estética del puente. No obstante, hasta la actualidad el costo de la fibra de carbón es elevado. Se presenta la Tabla 9 como un resumen de las ventajas y desventajas del presente sistema de reforzamiento.

Tabla 9  
Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Uso de Elementos Compuestos

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La fibra de carbón posee una resistencia alta a la tracción.</li> <li>• Posee una baja densidad y una alta resistencia. Además, su composición le permite tener pocas variaciones con respecto a cambios de temperatura.</li> <li>• La fibra de carbono es uno de los materiales más resistentes a la corrosión no obstante esto depende del tipo de resina usada.</li> <li>• Fácil aplicación en espacios confinados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comportamiento lineal (lo que implica tener una menor ductilidad) hasta la falla.</li> <li>• La fibra de carbón posee un costo elevado por lo que su análisis costo-beneficio debe ser analizada con minuciosidad.</li> <li>• La vandalización, los impactos por automóviles, incendios, la presencia de agujeros en las planchas de fibra de carbón reduce la resistencia y genera la probabilidad de quebrarse.</li> </ul>

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.3.5. Post-tensado Externo.

El post-tensado externo es un método con gran viabilidad debido a su alto costo-beneficio, viabilidad técnica y poca interrupción al flujo vehicular. No obstante, el método afecta la estética del puente y se debe de analizar el comportamiento global del puente debido a que este sistema afecta el comportamiento de toda la estructura reforzada. Se presenta la Tabla 10 como un resumen de las ventajas y desventajas del presente sistema de reforzamiento.

Tabla 10  
*Análisis de Ventajas y Desventajas de Método de Reforzamiento con Post-tensado Externo*

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"><li>• Puede aliviar tensiones axiales, cortantes, flexión y condiciones de sobrecarga de torsión</li><li>• La interrupción del tráfico para los trabajos de implementación es mínimas o nulas</li><li>• Históricamente los puentes reforzados mediante post-tensado externo no han necesitado de otro método de reforzamiento para cubrir alguna falencia</li><li>• Posee gran versatilidad pudiéndose aplicar en todo tipo de puente ya sea de concreto armado, concreto pretensado, acero o madera.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Al incrementar el rango de tensión permisible el factor de seguridad del puente se verá reducido.</li><li>• Los anclajes están sometidas a altas tensiones locales.</li><li>• Los malos procesos constructivos al momento de realizar los orificios pueden generar grietas que se pueden extender a lo largo de la estructura con el ciclo dinámico de la carga viva.</li><li>• Debido a que el post-tensado externo afectara al comportamiento global del puente se debe analizar y reforzar todos los elementos paralelos de caso contrario se obtendrán una distribución de esfuerzos contrarios a los esperados.</li><li>• Si los tendones son colocados fuera de la sección del elemento a reforzar como es el caso del “King Post” este reducirá la altura del puente sea menor y por ende estará más expuesto a accidentes de tránsito por automóviles que superen su altura máxima.</li></ul>

Fuente: *Elaboración Propia*

## **CAPITULO V: CONTRASTE DE PARAMETROS AASHTO STANDARD Y AASHTO LRFD DE DISEÑO POR CORTANTE DE VIGAS PARA PUENTES**

### **5.1. Resistencia a la cortante de los materiales del concreto armado**

El concreto como elemento estructural ha sido estudiado hasta la actualidad su resistencia solicitaciones uniaxiales (esfuerzo de compresión y tracción), esfuerzos cortantes y ante solicitaciones biaxiales no obstante el concreto al no ser un material homogéneo muchos de los resultados obtenidos mediante modelos matemáticos y pruebas de laboratorio no poseen mucha semejanza y es por ello que la mayoría de las fórmulas aprobadas en las normas tiene un carácter “semi-empírico”.

Durante el desarrollo de los estudios sobre la resistencia del concreto armado a los esfuerzos cortantes, los cuales se iniciaron desde 1946, se observó la complejidad de análisis de este fenómeno debido a las distintas variables que influyen a los resultados de los experimentos realizados. Es por este motivo que la mayoría de diseños se realiza primero por solicitaciones a flexión y posteriormente a esfuerzos cortantes y si la varilla longitudinal no es capaz de soportar estos esfuerzos se agrega refuerzo transversal.

Harmsen (2002) afirma que:

El esfuerzo cortante es una sollicitación que se presenta individualmente en casos muy excepcionales y la mayor de las veces actúa en combinación con esfuerzos normales. La resistencia al corte es difícil de evaluar pues no se puede aislar este esfuerzo de la tensión diagonal. En el laboratorio se han obtenido resistencias que varían de  $0.2f_c$  a  $0.85f_c$ . Este rango tan amplio es explicable dada la dificultad que se tiene para aislar esta sollicitación de otras (p. 26).

El comportamiento de una viga con refuerzo en el alma al tener una fuerza cortante este tendrá una resistencia debido a fuerzas como son:  $V_{cz}$  que es la fuerza aportada por la garganta de concreto ubicado sobre la fisura,  $V_a$  y  $V_d$  corresponden a las fuerzas originadas por el roce entre los agregados y a la relación del acero longitudinal con el concreto respectivamente; y finalmente  $V_s$  es la fuerza aportada por el refuerzo transversal como se observa en la Figura N°19.

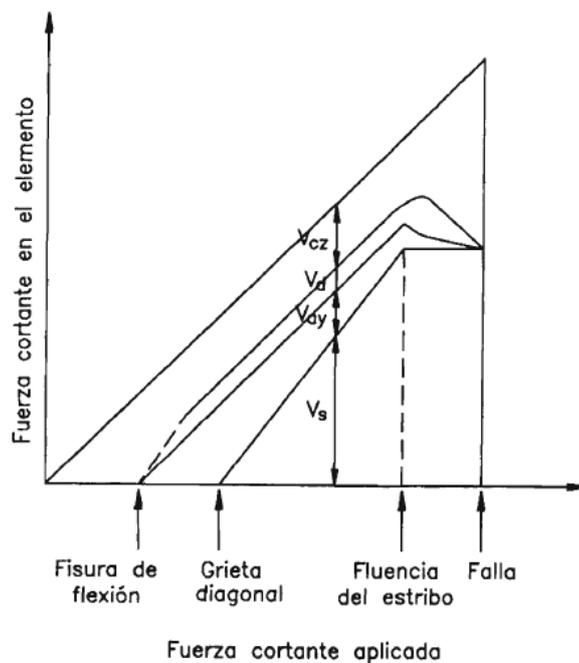


Figura N° 19 Resistencia al cortante aportado por el concreto, acero longitudinal y transversal.  
Fuente: Harsem T (2002), *Diseño de Estructuras de Concreto Armado Tercera Edición*.(p.134)

#### 4.1.1 Acero transversal.

Que es acero transversal tiene como función mantener en su posición a las varillas de acero longitudinales y al mismo tiempo evitar el pandeo de las mismas cuando grandes fuerzas de compresión actúan sobre el elemento, como pueden ser las fuerzas de sismo; al intersectar las fuerzas cortantes inherentes a la flexión de la viga, minimizar el tamaño de las potenciales fisuras y grietas.

El reforzamiento transversal para resistir el cortante puede consistir en:

- a) Estribos perpendiculares al eje longitudinal del elemento;
- b) Reforzamiento de alambre soldado, con alambres ubicados perpendicularmente al eje longitudinal del elemento, siempre que los cables transversales estén certificados para experimentar un alargamiento mínimo de cuatro por ciento, medido en un calibre de al menos 4.0 pulgadas, incluyendo al menos un cable cruzado
- c) Tendones anclados pretensados, detallados y construidos para minimizar las pérdidas de colocación y relacionados al tiempo, estos forman un ángulo de no menos de 45 grados con el refuerzo de tensión longitudinal.
- d) Combinación de estribos, tendones y barras longitudinales dobladas.
- e) Espirales o aros

f) Estribos inclinados haciendo un ángulo no menor de 45 grados con el reforzamiento longitudinal;

g) Varillas longitudinales dobladas en elementos no pretensadas con una porción doblada haciendo un ángulo de 30 grados o más con el reforzamiento longitudinal.

Este reforzamiento transversal, excepto para losas, zapatas y alcantarillas, va ser aplicado en regiones donde se cumple que:

$$V_u > 0.5\phi(V_c + V_p) \dots\dots\dots (8)$$

Donde:

$V_u$  = Fuerza cortante factorada (kip)

$V_c$  = resistencia al cortante nominal por el concreto (kip)

$V_p$  = fuerzas de los componentes del pretensado en dirección de las fuerzas de corte;  $V_p=0$  cuando el método simplificado de 5.8.3.4.3 es usado (kip)

$\Phi$  = factor de resistencia especificada en el artículo 5.5.4.2

Y se debe tener en cuenta que estas zonas deben de cumplir con un refuerzo mínimo transversal para restringir el crecimiento de grietas diagonales y aumentar la ductilidad de la sección. Cabe recalcar que el acero transversal mínimo adicional podría ser requerido para condicionar el giro transversal del alma, el refuerzo mínimo debe satisfacer la ecuación:

$$A_v \geq 0.0316 \sqrt{f'_c} \frac{b_v s}{f_y} \dots\dots\dots (9)$$

Donde:

$A_v$  = área de reforzamiento transversal dentro de una distancia  $s$  (in<sup>2</sup>)

$b_v$  = ancho del alma ajustado por la presencia de ductos como se especifica en el artículo 5.8.2.9 (in)

$s$  = espaciamiento del reforzamiento transversal (in)

$f_y$  = Resistencia a la fluencia (ksi)  $\leq 100$  ksi

#### 4.1.2 Concreto.

Los esfuerzos cortantes en el concreto pueden ser determinados como:

$$v_u = \frac{|V_u - \phi V_p|}{\phi b_v d_v} \dots\dots\dots (10)$$

Donde:

$\Phi$  = factor de resistencia al cortante especificado en el artículo 5.5.4.2

$b_v$  = ancho efectivo del alma tomado como el mínimo ancho del alma, medido paralelo al eje neutro, entre la resultante de las fuerzas de tensión y compresión debido a la flexión, o para secciones circulares el diámetro de la sección modificada por la presencia de los ductos (in). Si el elemento posee conductos estos deben ser restados debido a que disminuyen la capacidad de resistencia al aplastamiento del elemento.

$d_v$  = fondo efectivo del cortante tomada como la distancia, medida perpendicularmente al eje neutro, entre la resultante de las fuerzas de tensión y compresión debido a la flexión; no es necesario que sea menor que el mayor de 0.9d o 0.72h (in).

$$d_v = \frac{M_n}{A_s f_y + A_{ps} f_{ps}} \dots\dots\dots (11)$$

## 5.2. Verificación del Cortante en Estado Límite de Resistencia

Las especificaciones de la guía de diseño AASHTO LRFD nos ofrece dos métodos de diseño para verificar el cortante en el estado límite de resistencia, estos métodos serán usados según el comportamiento del elemento estructural en la región que se está verificando:

Región de Flexión: elementos de concreto armado o pretensado donde la sección en la que se asume que una sección plana seguirá siendo plana hasta incluso después de la aplicación de las cargas. En las regiones de flexión la respuesta de la sección depende solamente de los efectos de fuerza de la sección como son momento, corte, fuerza axial, torsión; y no de cómo se introducen los efectos de fuerza en el miembro.

Regiones cercanas a las discontinuidades: ubicaciones en las cuales asumir que un elemento plano se mantendrá plano luego de la aplicación de las fuerzas no pueda ser aplicada apropiadamente. Son elementos ubicados en cambios abruptos de sección transversal, aberturas, vigas de gran peralte y ménsulas.

Región de Interfaz: interfaces entre elementos debe ser diseñado para transferencia de corte en conformidad del artículo 5.6.3 o 5.13.3.6 de la guía de diseño AASHTO LRFD.

Las especificaciones del AASHTO LRFD nos indican que se puede usar el método del modelo seccional o de puntal-tirante para elementos que se encuentren ubicados en la región de flexión. También se menciona que los diseños mediante el método de puntal-tirante son menos conservadores por ellos son aplicables para las regiones cercanas a las discontinuidades.

Por otro lado, el AASHTO Standard basa su análisis de resistencia al cortante en basado en un solo método el cual se adecua dependiendo del tipo de estructura a analizar como son las vigas tipo losa, viga cajón y arcos de concreto armado.

#### 4.2.1 Requerimiento General.

La sección transversal de la superestructura debe cumplir en toda su longitud los requerimientos de la guía de diseño LRFD en su estado límite de resistencia:

$$V_r = \phi V_n \geq \sum \gamma_i V_i \dots\dots\dots (12)$$

Donde:

$V_r$  = Resistencia a la cortante factorada

$V_n$  = Resistencia nominal a la cortante

$V_i$  = Cortante resultando de un efecto de fuerza o deformaciones superpuestas

$\gamma_i$  = Factor de carga aplicable al efecto de fuerza o deformaciones superpuestas

$\phi$  = Factor de resistencia especificado en la guía del AASHTO LRFD Artículo 5.5.4.2

El requerimiento general que debe cumplir el puente en toda su sección longitudinal está basado en los esfuerzos de corte a los que está sometido la estructura especificado en la sección 1.5.21-C:

$$v_u = v_{uc} + v_{us} \leq 10\phi\sqrt{f'c} \dots\dots\dots (13)$$

Donde:

$v_u$ : esfuerzo cortante último

$v_{uc}$ : esfuerzo cortante en el concreto

$v_{us}$ : esfuerzo cortante en el acero transversal

### 5.3. Modelo de Diseño Seccional

#### 5.3.1. Resistencia Nominal al Cortante.

Teniendo en cuenta la explicación hecha sobre el comportamiento la resistencia aportada por los elementos que conforman un elemento estructural de concreto armado o pretensado se puede decir que la resistencia nominal, según el AASHTO LRDF, al cortante está definida por el menor de:

$$V_n = V_c + V_s + V_p \dots\dots\dots (14)$$

$$V_n = 0.25f'_c b_v d_v + V_p \dots\dots\dots (15)$$

$$V_c = 0.0316\beta\sqrt{f'_c} b_v d_v, \text{ si los procedimientos de los artículos 5.8.3.4.1 o 5.8.3.4.2 son usadas } \dots\dots\dots (16)$$

$V_c$  = el menor de  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$ , si los procedimientos del artículo 5.8.3.4.3 (procedimiento simplificado para elementos pretensados y no pretensados) son usadas

$$V_s = \frac{A_v f_y d_v (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha}{s} \dots\dots\dots (17)$$

Si  $\alpha = 90^\circ$   $V_s$  se convierte en:

$$V_s = \frac{A_v f_y d_v \cot \theta}{s} \dots\dots\dots (18)$$

Donde:

$V_c$  = Resistencia al cortante aportada por la sección transversal de concreto

$V_s$  = Resistencia al cortante aportada por el refuerzo transversal

$V_p$  = Resistencia al cortante aportada por el componente de fuerza de pretensado efectiva en dirección de la fuerza cortante aplicada.

$b_v$  = Ancho efectivo del alma

$d_v$  = Profundidad de corte efectiva

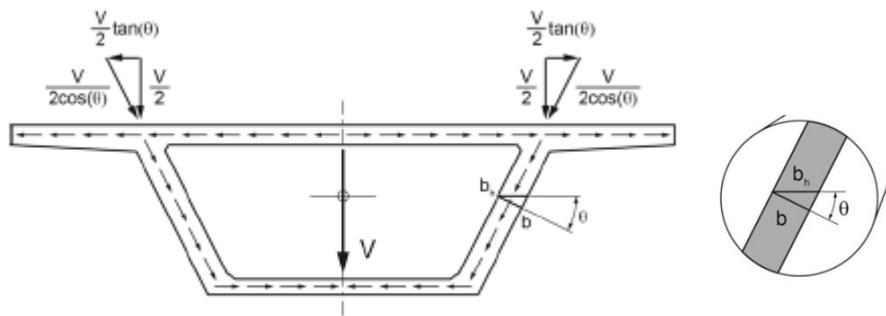
La resistencia nominal al cortante del AASHTO Standard está basado en el requerimiento general mencionado en el capítulo 4.2.1, no obstante, para el caso de

elementos pretensados y no pretensados el cálculo de la resistencia aportante del concreto varia como se menciona en la sección del AASHTO Standard 1.6.13.

**5.3.1.1 Ancho efectivo del alma.**

En los puentes cajón el ancho efectivo del alma es la medida paralela al eje neutro (Figura N°20). No obstante, esa medida es inconsistente con el equilibrio interno del flujo de corte en la sección transversal en las almas inclinadas. Las almas inclinadas requerirán de la suma del flujo de corte el cual es:

$$V_{web} = \frac{V}{\cos \theta} \dots\dots\dots (19)$$



*Figure 7.31 – Shear Flow in Single Cell Box Girder*

*Figura N° 20 Flujo de Corte en Una Viga Cajón Ante la Aplicación de Una Fuerza Cortante  
Fuente: Federal Highway Administration (2016), Post-Tensioned Box Girder Design Manual (p.187)*

**5.3.1.2. Profundidad de corte efectiva.**

Es la distancia entre el centroide de compresión en el concreto y la tensión en los elementos a tracción. Donde  $d_v$  se calcula:

$$d_v = \frac{M_n}{A_{ps}f_{ps} + A_s f_y} \dots\dots\dots (20)$$

**5.3.2. Resistencia al Cortante Aportada por el Concreto.**

Método 2, descrito en el artículo 5.8.3.4.2 es aplicable para todos los elementos pretensados y no pretensados con o sin reforzamiento para el cortante, con o sin carga axial.

Método 3, especificado en el artículo 5.8.3.4.3 es aplicable para elementos pretensados y no pretensados en los cuales no exista una red de carga de tensión axial y se proporcione al menos un mínimo reforzamiento al corte. De lo contrario, los efectos de carga axial pueden explicarse mediante ajustes en el nivel de esfuerzo de pre-compresión efectivo,  $f_{pc}$ . En regiones de aplicabilidad superpuesta entre los dos últimos

métodos, el Método 3 generalmente conducirá a que se requiera un poco más de refuerzo contra el corte, particularmente en áreas de momento negativo y cerca de los puntos de contra-flexión. Si el Método 3 conduce a una calificación insatisfactoria, está permitido utilizar el Método 2.

**5.3.2.1. Método 2: Procedimiento General.**

Para secciones que contengan al menos la cantidad mínima de reforzamiento especificada el artículo 5.8.2.5, el valor de  $\beta$  podría determinarse mediante la ecuación 5.8.3.4.2-1 (la que esta abajo)

$$\beta = \frac{4.8}{(1+750\varepsilon_s)} \dots\dots\dots (21)$$

Cuando la sección no tenga al menos la cantidad mínima de reforzamiento al cortante, el valor de  $\beta$  podría determinarse mediante la ecuación 5.8.3.4.2-2 (la que esta abajo):

$$\beta = \frac{4.8}{(1+750\varepsilon_s)} \frac{51}{(39+s_{xe})} \dots\dots\dots (22)$$

El valor de  $\theta$  en ambos casos podría ser como se especifica en la ecuación 5.8.3.4.2-3 (la que esta abajo)

$$\theta = 29 + 3500\varepsilon_s \dots\dots\dots (23)$$

En las ecuaciones 5.8.3.4.2-1 hasta 5.8.3.4.2-3,  $\varepsilon_s$ , es el esfuerzo de tracción longitudinal neta en la sección en el centroide del reforzamiento de tensión como se muestra en las figuras 5.8.3.4.2-1 y 5.8.3.4.2-2. En lugar de procedimientos más complicados,  $\varepsilon_s$  podría ser determinado mediante la ecuación 5.8.3.4.2-4 (la que esta abajo):

$$\varepsilon_s = \frac{\left(\frac{|M_u|}{d_v} + 0.5N_u + |V_u - V_p| - A_{ps}f_{po}\right)}{E_s A_s + E_p A_{ps}} \dots\dots\dots (24)$$

El parámetro de espaciamiento de gritas,  $s_{xe}$ , debe ser determinado como:

$$s_{xe} = s_x \frac{1.38}{a_g + 0.63} \dots\dots\dots (25)$$

Donde:

$$12.0 \text{ in} \leq s_{xe} \leq 80.0 \text{ in} \dots\dots\dots (26)$$

Donde:

$A_c$  = área de concreto en el lado de tensión por flexión como se muestra en la figura 5.8.3.4.2-1 ( $\text{in}^2$ )

$A_{ps}$  = área de acero pretensado en el lado de tensión por flexión como se muestra en la figura 5.8.3.4.2-1 ( $\text{in}^2$ )

$A_s$  = área de acero no pretensado on el lado de tensión por flexion del elemento en la sección en consideración, como se muestra en la figura 5.8.3.4.2-1( $\text{in}^2$ )

$a_g$  = tamaño máximo del agregado (in)

$f_{po}$  = un parámetro tomado como módulo de elasticidad de los tendones pretensados multiplicado por la diferencia de bloqueo en la tensión entre los tendones de pretensado y el concreto circundante (ksi). Para los niveles comunes de pretensado, un valor de 0.7  $f_{pu}$  puede ser apropiado para elementos pretensados y post-tensados.

$N_u$  = fuerza axial factorada, tomada como positivo si es tensión y negativo si es a compresión.

$|M_u|$  = valor absolute del momento factorada, que no debe tomarse menos que  $|V_u - V_p|d_v$  (kip-in)

$S_x$  = es el menor entre  $d_v$  o la máxima distancia entre las capas de refuerzo de grieta longitudinal, donde el área de reforzamiento en cada capa no debe ser menor que  $0.003b_v s_x$  como se muestra en la figura 5.8.3.4.2-3 (in)

$V_u$  = fuerza cortante facotrizada (kip).

### ***5.3.2.2 Método 3: Procedimiento simplificado para secciones pretensadas y no pretensadas.***

Para vigas de concreto que no estén sujetos a tensión axial significativa, pretensado y no pretensado, y contenga la cantidad mínima de refuerzo transversal especificada en el artículo 5.8.2.5,  $V_n$  en el artículo 5.8.3.3 puede ser determinado con  $V_p$  tomando cero y  $V_c$  tomando el mínimo de  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$  donde:

$V_{ci}$  = resistencia nominal al cortante provista por el concreto cuando la grieta inclinada resulta de la combinación de momento y cortante (kip)

$V_{cw}$  = la resistencia nominal al cortante provista por el concreto cuando la grieta inclinada resulta de una excesiva tensión principal en el alma (kip)

$V_{ci}$  debe ser determinada como:

$$V_{ci} = \sqrt{f'_c} b_v d_v + V_d + \frac{V_i M_{cre}}{M_{max}} \sqrt{f'_c} b_v d_v \dots\dots\dots (27)$$

Donde:

$V_d$  = fuerza cortante en la sección debido a la carga muerta sin factorar e incluye tanto DC y DW

$V_i$  = fuerza cortante factorada en la sección debido a cargas externas aplicadas que ocurren simultáneamente con  $M_{max}$  (kip)

$M_{cre}$  = momento causante de las grietas por flexión en la sección debido a las cargas externas aplicadas (kip-in)

$M_{max}$  = momento máximo factorada en la sección debido a la carga externa aplicada (kip-in)

$M_{cre}$  debe ser aplicado como:

$$M_{cre} = S_c \left( f_r + f_{cpe} - \frac{M_{dnc}}{S_{nc}} \right) \dots\dots\dots (28)$$

Donde:

$f_{cpe}$  = esfuerzo de compresión en el concreto debido a la fuerza efectiva de pretensado solamente (luego de todas fuerzas de pretensadas perdidas) (ksi)

$M_{dnc}$  = carga muerta total no factorada en la sección monolítica o no compuesta (kip-in)

$S_c$  = módulo de sección para la fibra extrema de la sección compuesta donde el esfuerzo de tensión es causado por cargas externas. (in<sup>3</sup>)

$S_{nc}$  = módulo de sección para la fibra extrema de la sección monolítica o no compuesta donde el esfuerzo de tensión es causado por la aplicación de cargas externas. (in<sup>3</sup>)

En la ecuación 5.8.3.4.3-1,  $M_{max}$  y  $V_i$  puede determinarse desde la combinación de cargas causada por el momento máximo en la sección.

$V_{cw}$  puede ser determinada como:

$$V_{cw} = (0.06\sqrt{f'_c} + 0.30f_{pc})b_v d_v + V_p \dots\dots\dots (29)$$

Donde:

$f_{pc}$  = esfuerzo de compresión en el concreto (luego de la pérdida de pretensadas permisibles) en el centroide de la sección transversal resistente a las cargas externas aplicadas o en la unión del alma y las alas cuando el centroide se encuentra dentro del ala (ksi).

**5.3.2.2. Resistencia del Concreto al cortante del AASHTO Standard**

La resistencia del concreto armado especificado por esta normativa esta especificada en la sección 1.5.21 donde la relación entre el diámetro y el esfuerzo de tracción de concreto están ligados para un aumento de resistencia del mismo a las fuerzas cortantes:

$$\sigma_{adm,cortante} = 2\phi\sqrt{f'_c} \dots\dots\dots (30)$$

Por otro lado, para elementos de concreto pretensado la resistencia al cortante esta especificado en la sección 1.6.13 donde se debe de cumplir que:

$$V_c = 0.06f'_c b' j d < 180b' j d$$

**5.3.3. Resistencia al Corte Aportada por el Acero de Refuerzo ( $V_s$ )**

La resistencia al cortante aportado por el refuerzo transversal no dependerá del método usado para calcular la resistencia aportada al cortante por el concreto, sino por la expresión expresada en la guía AASHTO LRFD como ecuación 5.8.3.4.3-3.

$$V_s = \frac{A_v f_y d_v \cos \theta}{s} \dots\dots\dots (31)$$

Lo que si va cambiar en esta ecuación es la forma de evaluar el valor de  $\theta$  según se haya usado el método 2 o 3. Cuando el método 2 se use para el análisis del elemento,  $\theta$  se calculará de la siguiente manera:

$$\theta = 29 + 3500\varepsilon_s \dots\dots\dots (32)$$

Cuando el método 3 sea usado se debe evaluar la resistencia al cortante por agrietamiento del alma ( $V_{cw}$ ) y la resistencia al agrietamiento por cortante debido a la flexión ( $V_{ci}$ ):

Cuando  $V_{ci} < V_{cw}$

$$\cot \Theta = 1.0$$

Cuando  $V_{ci} > V_{cw}$

$$\cot \theta = 1.0 + 3\left(\frac{f_{pc}}{\sqrt{f'_c}}\right) \leq 1.8 \dots\dots\dots (33)$$

La resistencia aportada por el refuerzo transversal está basada en la relación entre el esfuerzo último y el esfuerzo aportado por el concreto ante el esfuerzo de corte lo cual esta expresado como:

$$V_{us} = V_u - V_{uc} \dots\dots\dots (34)$$

**5.3.4. Resistencia al Cortante del Componente Vertical del Pretensado Efectivo (Vp).**

Dependiendo de la geometría del tendón, el componente en la dirección del cortante aplicado puede incrementar o reducir la resistencia nominal de la sección transversal. Los componentes del tendón que actúan contra la fuerza de corte aplicada aumentarán la resistencia de la sección transversal. Los componentes del tendón que actúan con la fuerza de corte aplicada disminuirán la resistencia de la sección transversal. Esta contribución del pretensado a la resistencia al cortante puede ser tomada como:

$$V_p = A_{ps} f_{ps} \tan \omega \dots\dots\dots (35)$$

Donde:

$\omega$  = el ángulo del tendón en la sección transversal con respecto a la horizontal (grados), cuando el perfil del tendón en el extremo del segmento es parabólico:

$$\omega = \frac{2h}{b}, \text{radianes} \dots\dots\dots (36)$$

El componente máximo para la resistencia al cortante aportada por el pretensado es la que está dada por la fuerza de pretensado efectiva:

$$V_p = \frac{4e_{max}}{L} F_{eff} \dots\dots\dots (37)$$

El manual de diseño del AASHTO Standard no evalúa este valor no obstante basados en la memoria de cálculo original el valor horizontal de la fuerza de pretensado era utilizado para el diseño por flexión de la viga.

## 5.4. Reforzamiento Longitudinal

El manual del AAHSTO Standard no posee una verificación del reforzamiento longitudinal ante fuerzas cortantes por otro lado el AASHTO LRFD considera que la fuerza cortante genera tensión en el refuerzo longitudinal, esta tensión puede ser observado en la Figura N°21, donde al tomar sumatoria de momentos desde el punto 0 la pequeña diferencia en la ubicación de  $V_u$  y  $V_p$  conduce el requerimiento para la fuerza de tensión en el reforzamiento longitudinal causado por la fuerza cortante.

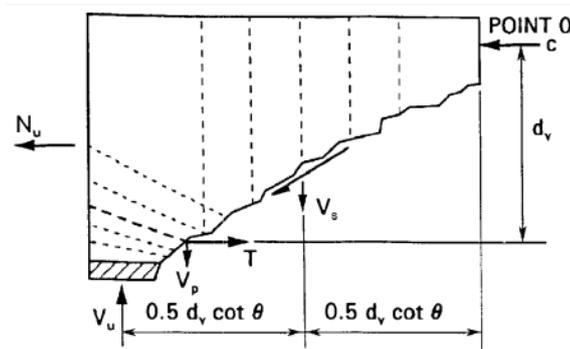


Figura N° 21 Fuerzas Asumidas en el Modelo de Resistencia Causado por Momento y Cortante  
Fuente: Federal Highway Administration (2016), Post-Tensioned Box Girder Design Manual (p.187)

En una viga simplemente apoyada con apoyo intermedio, al analizar el momento máximo podemos observar que la fuerza cortante cambia de signo en el momento máximo y desde ahí la inclinación del esfuerzo diagonal de compresión cambia, esto se nota en un abanico de esfuerzo de compresión radiantes desde el punto de carga o del apoyo. El abanico de tensiones diagonales (Figura N°22) reduce la tensión en el refuerzo longitudinal causado por el cortante, por ejemplo, el ángulo  $\theta$  se vuelve más inclinado.

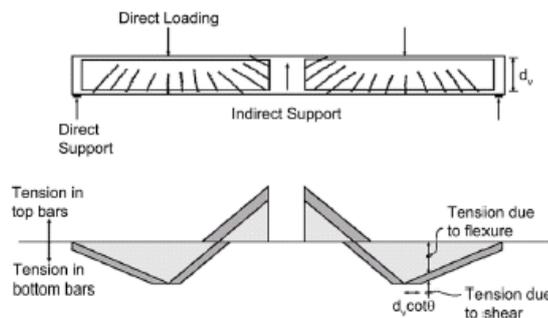


Figure C5.8.3.5-2—Force Variation in Longitudinal Reinforcement Near Maximum Moment Locations

Figura N° 22 Cambio de Inclinación de Tensión Diagonal Debido a Apoyo Intermedio en Viga con Apoyo Intermedio

Fuente: AASTHO LRFD Desing Specifications (2014); Sección 5 Estructuras de Concreto (pag.472)

En cada sección la capacidad de tracción del reforzamiento transversal en la zona de tensión de flexión del miembro debe ser proporcionada para satisfacer:

$$A_{ps}f_{ps} + A_s f_s \geq \frac{|M_u|}{d_v \phi_f} + 0.5 \frac{N_u}{\phi_c} + \left( \left| \frac{V_u}{\phi_v} - V_p \right| - 0.5V_s \right) \cot \theta \dots\dots\dots (38)$$

Si no se cumple esta desigualdad, se debe aumentar el refuerzo transversal o longitudinal.

Donde:

$V_s$  = resistencia al cortante obtenida por el reforzamiento transversal en la sección bajo investigación dado por la ecuación 5.8.3.3-4, excepto que  $V_s$  no puede ser mayor que  $V_u/\phi$  (kip)

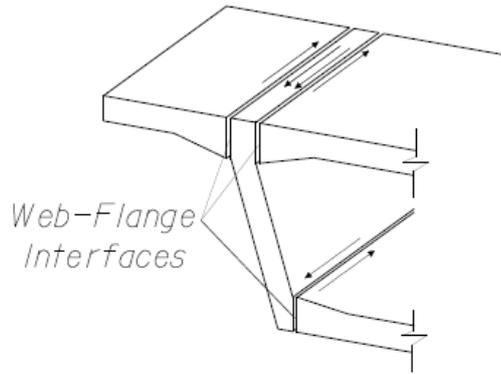
$\theta$  = ángulo de inclinación de esfuerzo diagonal de compresión usada en la determinación de la resistencia nominal al cortante de la sección bajo investigación determinada por el artículo 5.8.3.4 (grados); si los procedimientos del artículo 5.8.3.4.3 son usados,  $\cot\theta$  es definida ahí.

$\phi_f, \phi_v, \phi_c$  = factores de resistencia tomados del artículo 5.5.4.2 según sea apropiado para momento, cortante y resistencia axial.

### 5.5. Interfaz de transferencia de Corte

El interfaz de corte o también conocido por corte por fricción es un fenómeno que ocurre en elementos vaciados in situ en distintas etapas lo cual genera que se tenga dos fraguados distintos y se generen grietas e incluso se puede dar al mezclar métodos constructivos como es de realizar una estructura continua con elementos vaciados in situ en una etapa y posteriormente usar otros elementos prefabricados. No obstante, este cortante puede ser resistida por la cohesión y la interrelación de los agregados.

La transferencia de corte de interfaz es un parámetro que no se menciona en ninguna de las secciones del AASHTO Standard, pero se considerará a través de un plano dado según el AASHTO LRFD en: una grieta existente o en potencia, una interface entre materiales diferentes, una interface entre dos concretos vaciados en tiempos distintos, la interface entre distintos elementos de una sección transversal como se señala en la Figura N°23.



**Figure C5.8.4.1-1—Longitudinal Shear Transfer between Flanges and Webs of Box Girder Bridges**

*Figura N° 23 Transferencia de Corte Longitudinal entre Alas y Alma de una Viga de Sección Cajón  
Fuente: AASTHO LRFD Desing Specifications (2014); Sección 5 Estructuras de Concreto (pag.425)*

Cualquier reforzamiento que cruce la interfaz es sujeta a la misma tensión que el del reforzamiento de interface diseñada. Un anclaje suficiente para cualquier reforzamiento que cruce el interfaz podría ocasionar una fractura local del concreto circundante.

Cuando el reforzamiento de cortante en la interfaz en el diseño de vigas y losas exceda el área requerida para satisfacer el requerimiento de corte vertical (transversal) un refuerzo adicional debe ser proporcionado para satisfacer los requerimientos del cortante de interfaz. El refuerzo de corte de interfaz adicional solo necesita extenderse en la viga a una profundidad suficiente para desarrollar el esfuerzo elástico de diseño del refuerzo en lugar de extenderse toda la profundidad de la viga como se requiere para el refuerzo de corte vertical.

El área mínima de reforzamiento al cortante de interfaz especificado en el artículo 5.8.4.4 debe ser satisfecha.

La resistencia factorada al cortante en el área de interfaz,  $V_{ri}$ , debe ser tomada como:

$$V_{ri} = \phi V_{ni} \dots\dots\dots (39)$$

Y e diseño debe satisfacer:

$$V_{ri} \geq V_{ui} \dots\dots\dots (40)$$

Donde:

$V_{ni}$  = resistencia nominal de interfaz de cortante

$V_{ui}$  = fuerza factorada de interfaz de cortante debido a la carga total basado en la tensión aplicable y las combinaciones de carga de eventos extremos en la tabla 3.4.1-1 (kip)

$\Phi$  = factor de resistencia para el cortante en artículo 5.5.4.2.1.

La resistencia nominal al cortante del plano de interfaz debe ser tomado como:

$$V_{ni} = cA_v + \mu(A_v f_y + P_c) \dots\dots\dots (41)$$

La resistencia nominal al cortante,  $V_{ni}$ , usado en el diseño no debe ser mayor que el mínimo de:

$$V_{ni} \leq K_1 f'_c A_{cv} \dots\dots\dots (42)$$

$$V_{ni} \leq K_2 A_{cv} \dots\dots\dots (43)$$

En el cual:

$$A_{cv} = b_{vi} L_{vi} \dots\dots\dots (44)$$

Donde:

$A_{cv}$  = Área de hormigón que se considera que participa en la transferencia de corte de interfaz

$A_{vf}$  = área de la interfaz de refuerzo de corte que cruza el plano de corte dentro del área  $A_{cv}$  (in.2)

$b_{vi}$  = ancho de la interfaz que se considera que está involucrado en la transferencia de corte

$L_{vi}$  = Longitud de la interfaz considerada como comprometida en la transferencia de cortante

$c$  = factor de cohesión especificada en el artículo 5.8.4.3 (ksi)

$\mu$  =factor de fricción especificada en el artículo 5.8.4.3 (ksi)

$f_y$  =esfuerzo de fluencia del refuerzo, pero el valor de diseño no debe exceder 60 ksi.

$P_c$  = fuerza de compresión neta permanente en el plano cortante, si la fuerza es de tensión,  $P_c = 0.0$  kip

$K_1$  = fracción de resistencia del concreto disponible para resistir el cortante de interfaz como se especifica en el artículo 5.8.4.3

$K_2$  = limitación de resistencia de la cortante de interfaz especificada en el artículo 5.8.4.3 (ksi)

## 5.6. Resultados de Contraste de Parámetros AASHTO Standard y AASHTO LRFD de diseño por Cortante.

Parámetros como son el “Reforzamiento Longitudinal” e “Interface de Corte” no son mencionados en el AASTHO Standard por lo cual no se hará una comparación directa en esta parte. El AASHTO LRFD indica que el análisis del reforzamiento longitudinal ante fuerzas cortantes es un factor importante para asegurar la ductilidad de la viga. Por otro lado, el Interface de Corte se genera en obras donde al realizar un vaciado in situ, y se realiza por etapas en su desarrollo longitudinal, se pueden generar zonas propensas para el apareamiento de grietas diagonales entre etapas lo que implica un aumento de esfuerzo cortante en esa sección.

### 5.6.1. Condición General.

Se resume las diferencias entre las condiciones de diseño por cortante en vigas en la Tabla 11 entre el AASHTO Standard y el AASHTO LRFD 2018.

Tabla 11  
Resumen de Contraste de Parámetro de AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018 de Condición General de Diseño por Cortante de Vigas de Concreto

AASHTO STANDARD	AASHTO LRFD 2018
<ul style="list-style-type: none"><li>• El estado de resistencia de fuerzas actuantes (fórmula 34.1) está basada en las fuerzas actuantes de las cargas permanentes, sobrecarga vehicular y del pretensado.</li><li>• Se evalúa el esfuerzo último con respecto al esfuerzo admisible al cortante, mostrado en la fórmula 34, el cual es directamente proporcional a la tracción del concreto usado y el diámetro de varilla del estribo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Las fuerzas actuantes evaluadas son las cargas permanentes, sobrecarga vehicular y carga viva.</li><li>• La fuerza del pretensado es considerada una fuerza que aporta resistencia y no como fuerza actuante en el AASHTO STANDARD.</li></ul>

Fuente: Elaboración Propia

### 5.6.2. Profundidad de Corte Efectiva.

La profundidad de corte mostrada en la fórmula 11 sigue siendo el mismo en la normativa del AASHTO STANDARD y del AASHTO LRFD. Esto implica que la distancia entre las resultantes de compresión y tracción sigue siendo la misma debido a que se sigue tomando la teoría básica de vigas.

### 5.6.3. Resistencia aportada por el concreto.

Los factores y métodos para calcular la resistencia aportada por el concreto para resistir fuerzas de corte son resumidas en la Tabla 12.

Tabla 12  
Resumen de Contraste de Parámetro de AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018 de Resistencia Aportada por el Concreto ante Fuerzas Cortantes

AASHTO STANDARD	AASHTO LRFD 2018
<p>La resistencia aportada por el concreto se basa en:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resistencia de compresión de diseño del concreto,</li><li>• Ancho efectivo,</li><li>• Profundidad de corte</li><li>• Ratio “j” que es brazo de palanca resistente a la profundidad de corte “d”.</li></ul>	<p>Se presentan para elementos estructurales de concreto dos métodos para calcular la resistencia aportada por el concreto “método general” y el “método simplificado” su uso dependerá del refuerzo mínimo (estribos) ya que ambos son para elementos con o sin pretensado.</p> <p>La resistencia que aporta el concreto en esta versión es readaptada, teniendo:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resistencia a la tracción del concreto.</li><li>• Ancho efectivo.</li><li>• Profundidad de corte.</li><li>• Se cambia el ratio “j” por el “β” que dependiendo del refuerzo mínimo transversal relaciona la tensión longitudinal y el parámetro de espaciamiento de agrietamiento</li></ul>

Fuente: Elaboración Propia

#### 5.6.4. Resistencia Aportada por el Acero Transversal.

Los factores que aporta el acero transversal ante la presencia de fuerzas cortantes basado en el AASHTO Standard y el AASHTO LRFD 2018 es presenta en la Tabla 13.

Tabla 13  
Resumen de Contraste de Parámetro de AASHTO Standard y AASHTO LRFD 2018 de Resistencia Aportada por el Acero Transversal ante Fuerzas Cortantes

AASHTO STANDARD	AASHTO LRFD 2018
El AASHTO STANDARD estima el esfuerzo último del refuerzo transversal con la diferencia entre el esfuerzo último con el esfuerzo del concreto de la condición general de la fórmula 11.	La resistencia del acero transversal está determinada por: <ul style="list-style-type: none"><li>• Área de refuerzo transversal.</li><li>• Esfuerzo de fluencia.</li><li>• Profundidad de corte efectiva.</li><li>• Ángulo de la grieta diagonal.</li><li>• Espaciamiento entre</li></ul>

Fuente: Elaboración Propia

## CAPITULO VI: DESARROLLO DE ALTERNATIVA DE REFORZAMIENTO CON POST-TENSADO EXTERNO

### 6.1. Descripción del Puente

#### 6.1.1. Geometría del Puente.

En puente Pucusana ubicado en Lima-Cañete, que es de tipo viga cajón posee una superestructura que consiste en un puente de un ancho total de 8.20 metros con un peralte de 1.65 metros hasta la superficie de rodadura. El puente presenta dos carriles de 3.30 metros de ancho, la losa superior posee un espesor de 20 cm, la losa inferior un espesor de 15 cm y con un voladizo de 1.77 metros como se puede apreciar en la figura N°24.

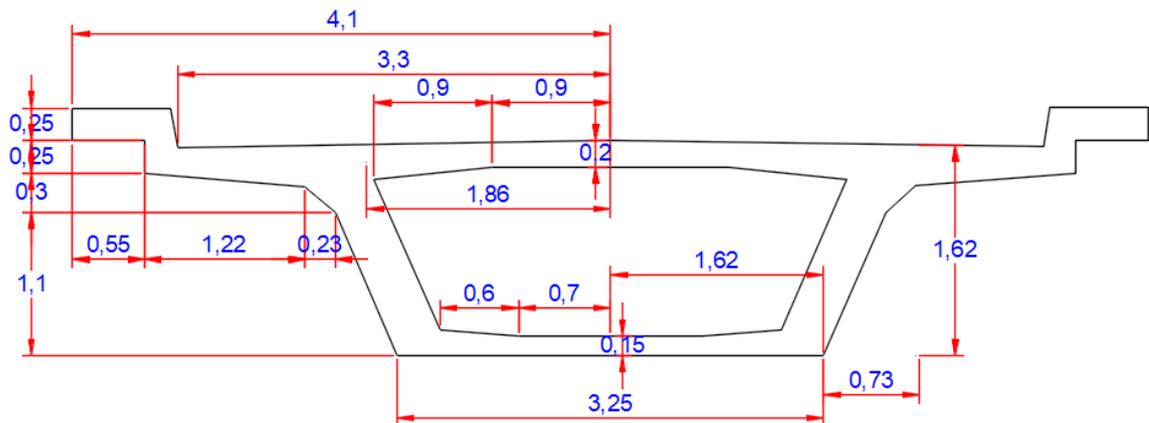


Figura N° 24 Sección Transversal de Superestructura de Puente Pucusana  
Fuente: Elaboración Propia

El refuerzo longitudinal está basado en varillas de  $\frac{1}{2}$ " en la losa superior y de  $\frac{3}{8}$ " en la losa inferior, este refuerzo se repetirá en las alas en las cuales se encontrarán entre mezcladas con los tendones  $\frac{1}{2}$ ", la superestructura cuenta con un estribo en cada alma de  $\frac{1}{2}$ ". Toda la superestructura cuenta con varillas transversales que no serán consideradas como estribos debido a que su función es repartir los momentos transversales existentes debido a la aplicación de cargas externas y peso propio. Se puede observar la distribución completa del refuerzo de acero de la superestructura en la figura N° 25.

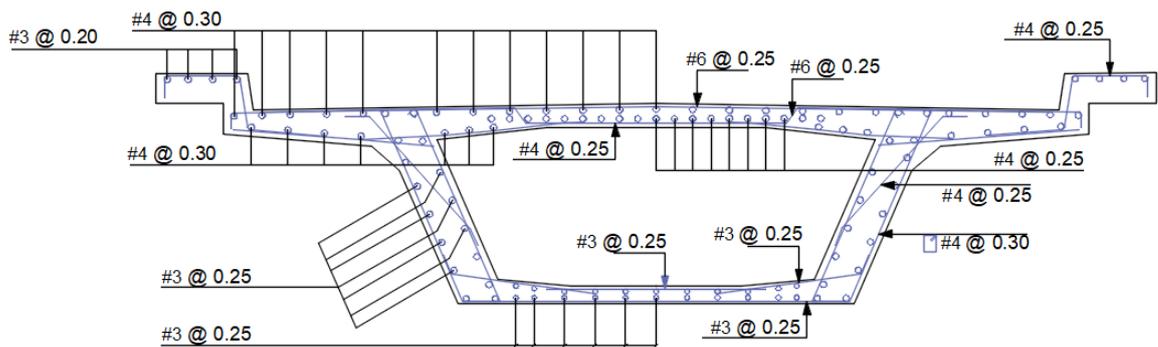


Figura N° 25 Reforzamiento Transversal Superestructura de Puente Pucusa Tipo Viga Cajón  
Fuente: Elaboración Propia

### 6.1.2. Materiales.

La resistencia a la compresión del concreto usado en la superestructura es de 320 kg/cm<sup>2</sup>, esta resistencia a la compresión está dentro de los parámetros establecidos por las normas AASHTO STANDARD 1973 y AASHTO LRFD Bridge Design Specification. El acero de refuerzo es de grado 60 y los tendones post-tensados adheridos son ASTM A416-68 Grado 270. Los elementos de la superestructura y subestructura del puente Pucusana es presentado en la Tabla 14 y Tabla 15.

Tabla 14  
Resistencia a la Compresión de Diseño de Superestructura y Subestructura de Puente de Intercambio Vial Pucusana

Concreto	f <sub>c</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	σ compresión (kg/cm <sup>2</sup> )	σ tracción (kg/cm <sup>2</sup> )
Cimentación	210	94.5	23.19
Pilar	210	94.5	23.19
Estribos	210	94.5	23.19
Barandas	280	126	26.77
Sardineles	280	126	26.77
Tablero	320	144	28.62

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 15  
Especificaciones de Acero de Refuerzo y Acero de Alta Resistencia para Acero Pretensado de Puente de Intercambio Vial Pucusana

Acero	Especificaciones	f <sub>y</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	E
Refuerzo	G60	4200	2038901.9
Pretensor	ASTM A416-68 G270	17232.2	2003748.4

Fuente: Elaboración Propia

## 6.2. Post-tensado en Vigas Continuas

El pretensado de una viga o elemento estructural (ya sea pre-tensado o post-tensado) tiene como finalidad aplicar una compresión a elemento de concreto para poder reducir los esfuerzos de tracción como resultado de la aplicación de fuerzas externas como se observa en la Figura N° 26.

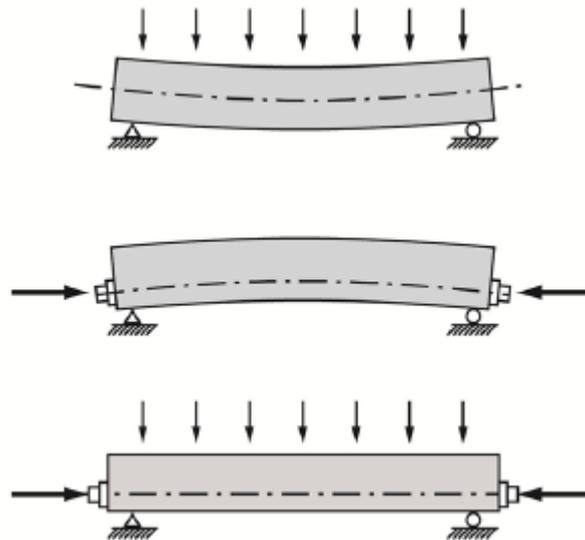


Figura N° 26 Comportamiento de una Viga Simplemente Apoyada en Tres Etapas. Primera etapa ante cargas externas. Segunda Etapa Aplicación del Post-tensado. Tercera Etapa Comportamiento Final con Post-tensado y Fuerzas Externas.

Fuente: *Post-tensioned Box Girder Design Manual (2016), Chapter 3: Prestressing with Post-Tensioning (p.36).*

Es sabido que el análisis de vigas simplemente apoyadas (estáticamente determinadas) posee un comportamiento distinto al de vigas con apoyos intermedios o estáticamente indeterminadas y para su desarrollo se usa normalmente métodos tales como método de las fuerzas (trabajo virtual, viga conjugada, método de los tres momentos, etc), método de las cargas equivalentes, definición de líneas de influencia, Método de Hardy Cross, etc. Los efectos del post-tensado no necesitan de una estática especial por lo cual se puede calcular las fuerzas internas por cualquiera de los métodos anteriormente mencionados.

La diferencia esencial entre estructuras pre-esforzadas estáticamente determinadas y estáticamente indeterminadas radica en que “el caso de carga de presforzado” no produce reacciones en estructuras estáticamente determinadas. En estructuras estáticamente indeterminadas, por el contrario, el pre-esforzado puede causar reacciones en los apoyos, originado por las restricciones al desplazamiento. (Vallecilla, 2009, p.269)

Cabe recalcar que existe un tipo de post-tensado en el cual no se generan reacciones en los apoyos los cuales son conocidos como cables concordantes no obstante esta teoría es válida para tendones adheridos al concreto.

### 6.3. Diseño de Post-tensado

En la presente tesis se realizará dos métodos de diseño de post-tensado externo el cual será el poligonal (longitudinalmente) y el post-tensado vertical asumiendo una función de estribo.

Para el análisis y diseño del primer tipo de post-tensado externo se considera que la fuerza de pretensado es el mismo a lo largo de la viga y que la carga vertical en el punto de cambio de dirección se obtiene sumando las dos componentes verticales producidas por el pre-esforzado en cada uno de los tramos que define la trayectoria del cable como se indica en la figura N° 27.

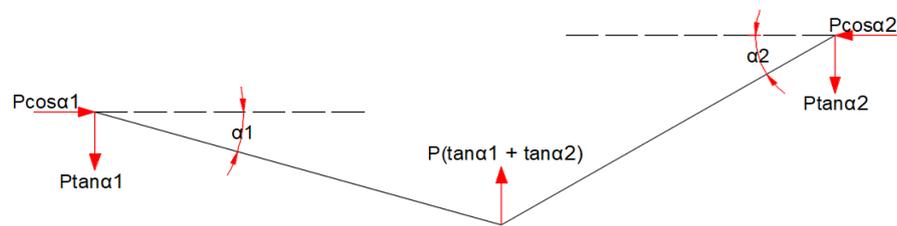


Figura N° 27 Fuerza de Pretensado Descompuesta en Componentes Vertical y Horizontal  
Fuente: Elaboración Propia

No existe un método específico y/o aprobado para el diseño ante esfuerzos cortantes no obstante se usará el método de diseño a flexión el cual usa la teoría de post-tensado, donde la principal idea de este diseño es el reducir los esfuerzos de tensión de la sección transversal y al mezclarse con las varillas de refuerzo longitudinal crear una contra flecha de esta forma la capacidad de flexión se ve alterada y se supone que la viga no fallará por compresión una vez aplicada las fuerzas externas. En el caso de nuestro diseño poligonal se puede entender que mientras más grande sea el ángulo el efecto vertical de la fuerza tensora será mayor también.

El cálculo de la fuerza de pretensado estará basado en el límite de esfuerzo a la tracción del concreto, principalmente por que se busca evitar imponer más esfuerzos de tracción en el elemento estructural y finalmente se realizará la comprobación evaluando

la resistencia a la compresión del concreto para evitar el aplastamiento del elemento estructural.

$$\sigma_{adm, tracción} = 1.6\sqrt{f'_c} \dots\dots\dots (45)$$

$$\sigma_{adm, compresión} = 0.45f'_c \dots\dots\dots (46)$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{S} + \frac{M}{S}; \text{ esfuerzos debidos al pretensado en la fibra superior. (47)}$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S} - \frac{M}{S}; \text{ esfuerzos debidos al pretensado en la fibra inferior.. (48)}$$

## 6.4. Comportamiento de Vigas con Tendones Adheridos y No Adheridos

### 6.4.1. Tendones Adheridos Post-tensado

Los elementos con tendones adheridos trabajan adheridos al concreto armado mediante unos ductos de metal a en los cuales estarán los tendones que serán llenados de lechada de cemento o grouted con el fin de proteger estos elementos contra la corrosión. El comportamiento estudiado de las vigas con post-tensado adherido es distinto en vigas estáticamente determinadas con las vigas estáticamente indeterminadas. Uno de las principales diferencias entre ambas es que las vigas continuas o indeterminadas producen los llamados “Momentos Secundarios” que son los momentos causados por la hiperestaticidad de la viga y finalmente por el efecto que tiene el post-tensado en los apoyos de la viga, las vigas estáticamente determinadas no generan reacciones en los apoyos mientras que las vigas hiperestáticas generan reacciones en los apoyos que dependerán de la forma en la que el tendón este colocado (ya sea por encima, por debajo o en el mismo eje centroidal).

### 6.4.2. Tendones No Adheridos Post-tensado

El comportamiento de las vigas con sistemas de tendones no adheridos no es muy distinto a las vigas con tendones adheridos. Las principales observaciones que se han llegado a realizar con este sistema de reforzamiento son principalmente en los esfuerzos a los cuales estará sometido el tendón y los anchos de las grietas que se formarán una vez carga la viga hasta su falla. Estas diferencias implican en mayores fuerzas flectoras en la estructura y con una deflexión mayor y “(...) para obtener la misma resistencia a la

flexión en una sección de mismo tamaño de un sistema de tendones no adheridos se tendrá que agregar mayor cantidad de tendones o acero de menor grado (o ambos) son requerido” (Benkus et al, 2017, p.10).

El esfuerzo implicado en los tendones adheridos puede ser calculado con los principios anteriormente explicados y siendo evaluados en la sección transversal del elemento, sin embargo, el esfuerzo transferido por los tendones debe ser determinados en puntos específicos, esto se debe principalmente por que los tendones no adheridos transfieren esfuerzos en los anclajes y en otros puntos de contacto como es el caso de los desviadores; además se debe analizar el perfil del tendón, patrón de carga, fricción de los elementos y la geometría del miembro para realizar un adecuado cálculo de fuerza tensión.

En el año 1989 el MacGregor realiza pruebas con una viga de sección cajón prefabricada con tendones externos y realiza un contraste con tendones adheridos y concluye que la viga tendones poseen menor resistencia que las vigas de tendones adheridos y llega a formular una ecuación que sirve para calcular los esfuerzos en tendones no adheridos la cual es incorporada en la norma AASHTO LRFD Bridge Desing Specfication 2016, se puede apreciar sus resultados en la Figura N°28.

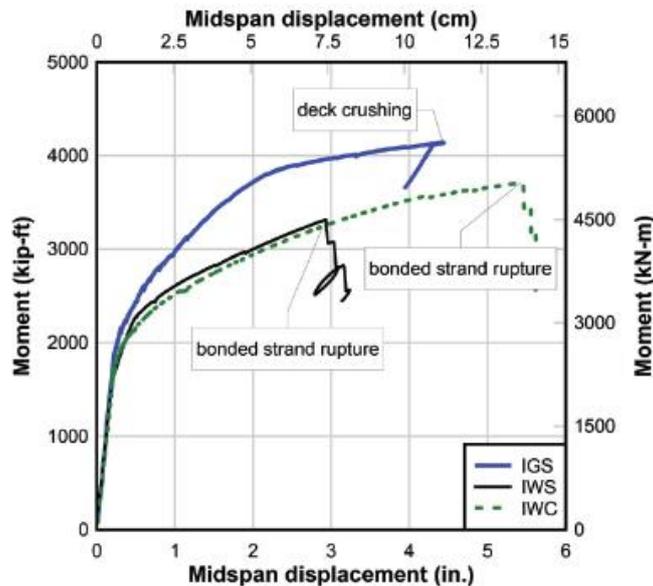


Figura N° 28 Comparación de Desplazamientos Verticales en el Centro de Luz Entre una Viga Post-Tensada con Tendones Adheridos y No Adheridos ante la Aplicación de un Momento Flector  
Fuente: PTI Journal (2017), Flexual Strenght And Hinge Behavior of internally Post-Tensioned Membres With Mixed Bonded and Undonded Tendons (p.10)

## 6.5. Enfoque de Desarrollo de Alternativa de Solución.

Dos alternativas de solución fueron planteadas para investigar como el post-tensado externo para entender los aportes de este ante los esfuerzos cortantes por fuerzas externas a los que está sometido un puente, haciendo énfasis en como el cambio de normatividad y camión de diseño afecta el comportamiento de los puentes tipo viga cajón vaciados in situ. La primera alternativa de solución está basada en un post-tensado externo longitudinal. Y finalmente la segunda alternativa de solución es la que es mencionada en la bibliografía revisada como post-tensado externo vertical y tiene como función actuar como un estribo de alta resistencia y comprimir las vigas externas para poder así aumentar su capacidad de carga.

## 6.6. Análisis de Puente Viga Cajón en Base a Diseño Original.

### 6.6.1. Sobrecarga Vehicular.

El puente de Intercambio Vial Pucusana ubicado en la carretera Huacho – Cañete fue diseñado en el año 1981 y hasta la actualidad tiene una edad de 37 años y fue diseñado bajo las normas del AASHTO STANDARD Bridge Design Specification con un camión de diseño C-30 que pertenece al código francés, el cual se presenta en la figura N° 29.

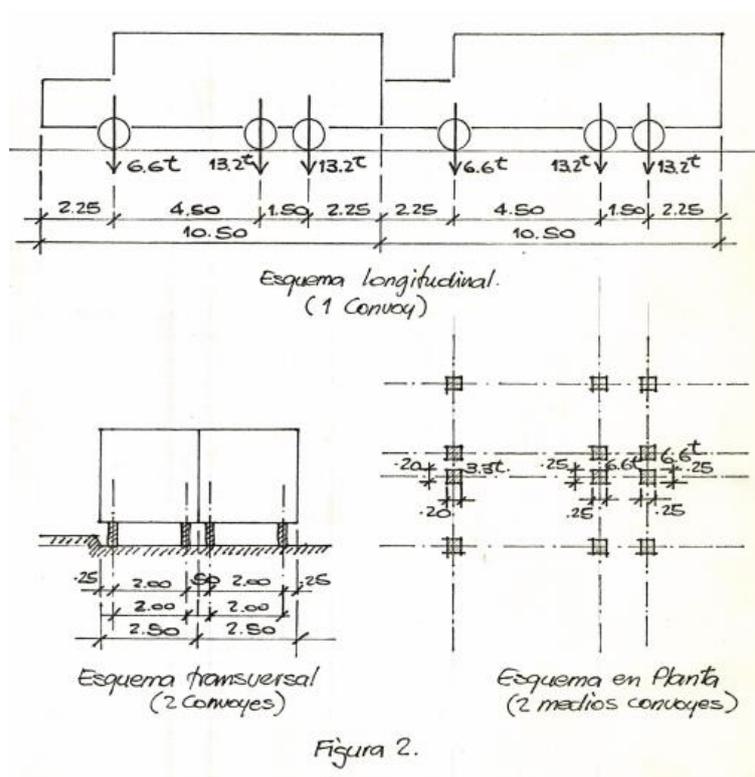


Figura N° 29 Cargas de Camión de Diseño C-30

Fuente: Nota de Cálculos de Puente de Intercambio Vial Pucusana (1981), Sobrecarga Vehicular (p.6)

### 6.6.2. Deflexiones.

La norma AASHTO Standard en su artículo 1.7.12 especifica que para el diseño de puentes continuos que tengan además una carga viva debe tener una deflexión no mayor a  $1/800$ . Bajo este concepto el Puente de Intercambio Vial Pucusana cumple las especificaciones del AASHTO Standard con una deflexión máxima de 3.41 cm, observado en la Figura N°30 en el apoyo central, y lo máximo admisible según la norma es de 4.025 cm.

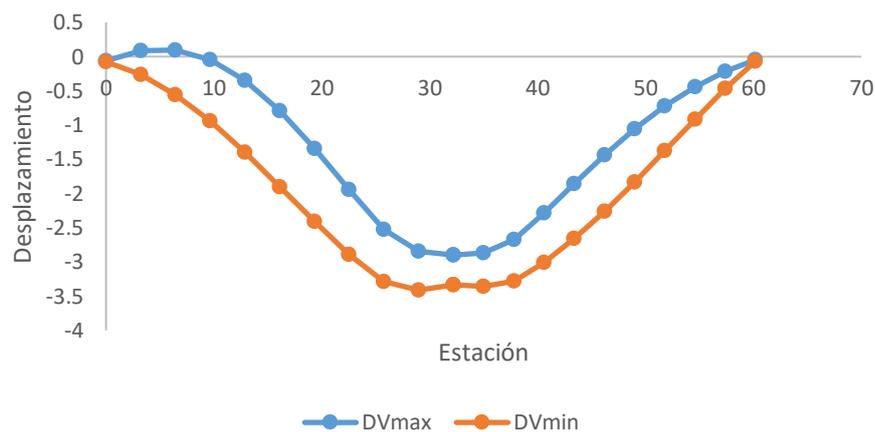


Figura N° 30 Desplazamientos Verticales en Viga Cajón.  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelado de Puente de Intercambio Vial Pucusana

### 6.6.3. Esfuerzos

Los esfuerzos admisibles del concreto basados en el AASHTO Standard en el artículo 1.6.6 están en el rango de  $0.60f_c$  en compresión y  $6\sqrt{f_c}$  en tracción lo que equivale a 191.98 kg/cm<sup>2</sup> y 28.46 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente. Al analizar la viga exterior izquierda y viga exterior derecha se comprobó que en estado de servicio las vigas en las fibras superiores están trabajando dentro de los parámetros de compresión (Figura N°31) siendo el esfuerzo de compresión máxima -94.06 kg/cm<sup>2</sup>, por otro lado, la fibra superior tiene un comportamiento en el cuál todas las secciones que se encuentran ubicados por las zonas del apoyo intermedio están sujetos a mayores esfuerzos a tracción siendo el mayor de 28.05 kg/cm<sup>2</sup> (Figura N°32).

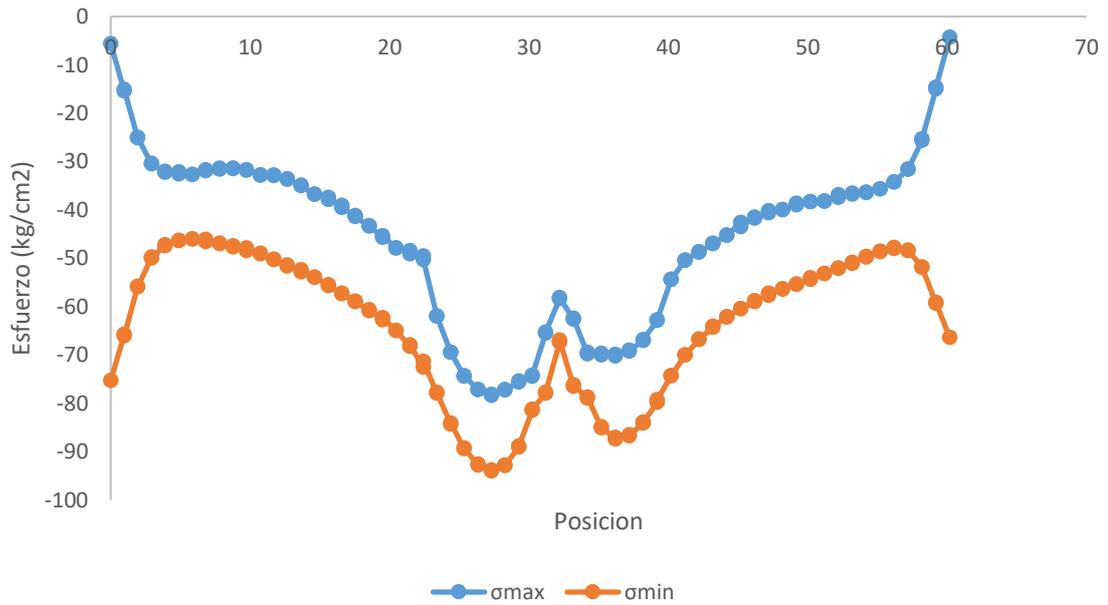


Figura N° 31 Esfuerzos en la Fibra Superior del Puente Tipo Viga Cajón con Esfuerzo a Compresión Máximo de 94.06 kg/cm<sup>2</sup>.

Fuente: CSI Bridge V.20 Modelado de Puente de Intercambio Vial Pucusana.

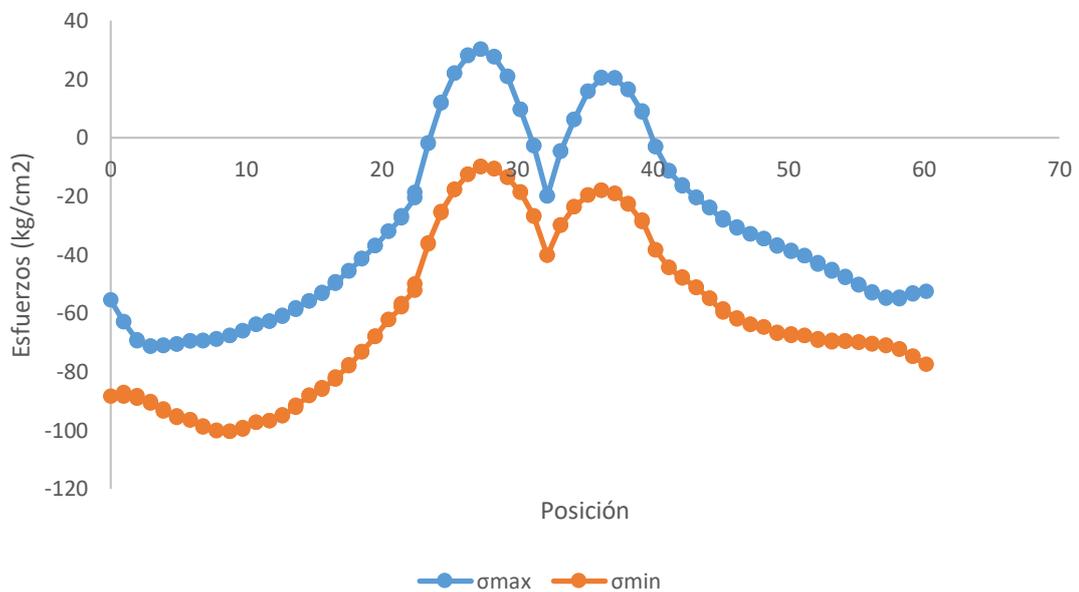


Figura N° 32 Esfuerzos en la Fibra Inferior del Puente Tipo Viga Cajón con Esfuerzo a Tracción Máximo de 28.05 kg/cm<sup>2</sup>.

Fuente: CSI Bridge V.20 Modelado de Puente de Intercambio Vial Pucusana.

#### 6.6.4. Rating Factor.

El calculo del Rating Factor no esta estipulado en el manual de diseño del AASHTO STANDARD no obstante se desea hacer una observación con respecto a este valor debido a que nos permite saber el efecto de la carga viva sobre la estructura a analizar. El valor obtenido mediante el software nos sugiere que ante la carga viva C-30 el rating

factor (Figura N°33) con respecto al cortante nos da valores optimos mayores a 1 siendo un máximo de 6 en la viga derecha y 8 en la viga derecha.

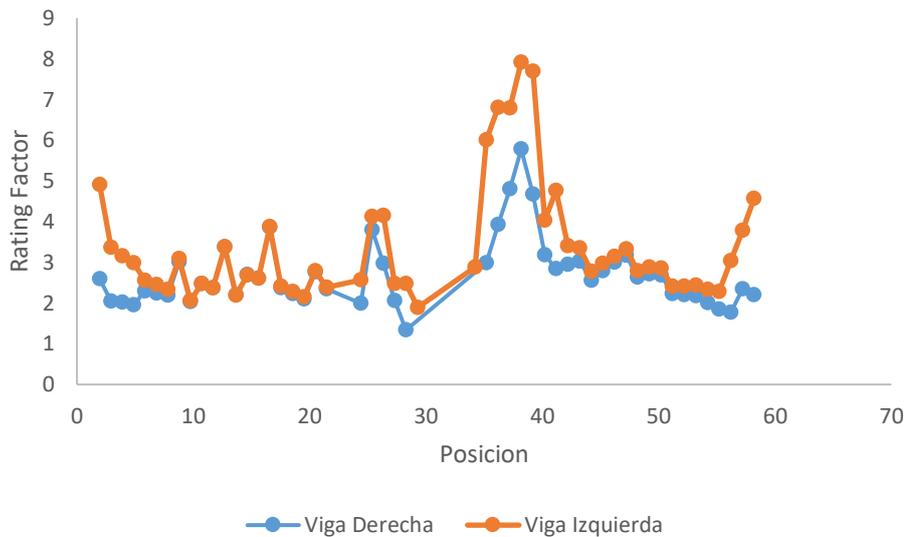


Figura N° 33 Rating Factor de Puente Viga Cajón con Camión de Diseño C-30 con un Valor Máximo de 7.69 para la Viga Exterior Izquierda y 5.78 para la Viga Exterior Derecha  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelado de Puente de Intercambio Vial Pucusana

### 6.6.5. Análisis a la Cortante AASHTO STANDARD

La condición de análisis al cortante en el manual del AASHTO STANDARD está basado en los esfuerzos cortantes admisibles del concreto y el acero con respecto a un esfuerzo cortante último especificado en el artículo 1.5.21 donde la condición se muestra en la formula N°49 del AASHTO Standard, y los resultados finales en la Tabla 17. Se puede observar que bajo la condición de esfuerzos cortante últimos la viga cajón del Puente de Intercambio Vial Pucusana se encuentra dentro de los límites permisibles.

$$v_u = v_{uc} + v_{us} \leq 10\phi\sqrt{f'c} \dots\dots\dots (49)$$

Donde:

$$v_u = \frac{V_u}{bd} \dots\dots\dots (50)$$

$$Vu = \phi V_n = 1.3 * (Vdc + 1.67V_{il+u}) + Vp \dots\dots\dots (51)$$

Tabla 16  
Factores de Reducción o Modificación del AASHTO STANDARD Sección 1.5.19

Tipo de Resistencia	Factor de Reducción $\phi$
Flexión	0.9
Corte	0.85
Compresión	0.7

Fuente: AASHTO Standard

Mediante el software obtenemos los esfuerzos cortantes en el estado de Resistencia que nos da el AASHTO STANDARD en la Figura N°34.

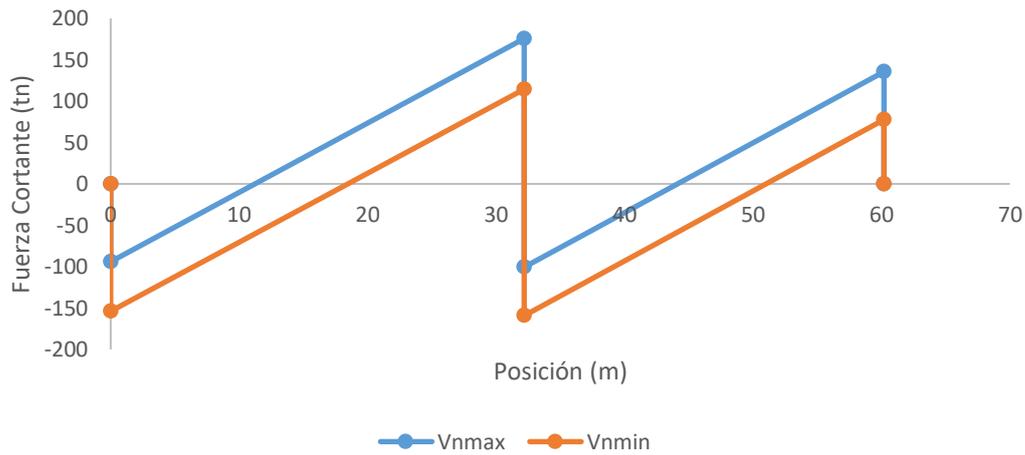


Figura N° 34 Esfuerzos Cortantes en Resistencia del AASHTO STANDARD en Puente viga Cajón  
Fuente: CSI Bridge V.19 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

Tabla 17  
Cuadro de Resumen de Fuerzas Cortantes en Resistencia de AASHTO STANDARD en los Estribos y Apoyo Intermedio o Pilar

	Vnmax (tn)	Vnmin (tn)	$\phi V_{max}$ (tn)	$\phi V_{min}$ (tn)	$v_{u_{max}}$ (tn/m <sup>2</sup> )	$v_{u_{min}}$ (tn/m <sup>2</sup> )	$10\Phi\sqrt{f_c}$ (tn/m <sup>2</sup> )
Estribo Izquierdo	-93.77	-153.93	-79.70	-130.84	-167.45	-274.88	2271.85
Apoyo Intermedio	175.59	114.41	149.25	97.25	313.55	204.30	2271.85
Estribo Derecho	-100.57	-159.2	-85.48	-135.32	-179.59	-284.29	2271.85
	135.63	77.36	115.29	65.76	242.20	138.14	2271.85

Fuente: Elaboración Propia

## **6.7. Análisis de Puente Viga Cajón con Camión de Diseño HL-93.**

### **6.7.1. Análisis de Fuerzas Cortantes AASHTO LRFD 2018.**

Los cálculos realizados para este punto están presentes en el Anexo 2 del cual podemos observar que el diseño basado en el AASHTO STANDARD no es el adecuado para las solicitaciones actuales. Partiendo del primer punto se puede observar que bajo los requerimientos de reforzamiento transversal existe una necesidad de ser incrementados debido a que no cumple el requisito mínimo especificado en el AASHTO LRFD 5.8.2.4-1 esto implica que estas zonas, que son principalmente los apoyos en el estribo del tramo de 32.20 metros y en ambas caras del apoyo intermedio, exista una alta probabilidad de aparición de grietas diagonales.

La figura N°25 nos permite observar que el área de acero de estribo por viga es de  $1.27 \text{ cm}^2$  no obstante la condición de reforzamiento transversal mínimo del AASHTO LRFD Artículo 5.8.2.5 nos exige, por las características de los materiales y geométricas del puente, un reforzamiento mínimo de  $1.35 \text{ cm}^2$ , la falta de reforzamiento transversal compromete la ductilidad de la superestructura y en caso de el surgimiento de grietas diagonales el refuerzo existente no controlaría con efectividad el crecimiento de estos. No obstante espaciamiento máximo requerido en el AASHTO LRFD Artículo 5.8.2.7-1 y 5.8.2.7-2 nos sugiere un espaciamiento máximo de 60 centímetros y siendo del diseño actual de 30 centímetros lo cual su control de las grietas diagonales debería ser cuestionada mediante una prueba de laboratorio.

Mediante el Procedimiento General del AASHTO LRFD Artículo 5.8.3.4.2 se calculó la resistencia al concreto, tomando en cuenta que el manual de diseño recomienda usar 12 pulgadas como valor para el espaciamiento de grietas en estructuras que no poseen el reforzamiento transversal mínimo. La resistencia al cortante aportado por acero transversal fue calculado mediante la fórmula 5.8.3.3-5 y la resistencia nominal al cortante mediante la fórmula 5.8.3.3-1. Finalmente se obtiene una resistencia nominal máxima de 245.67 tn y mínima de 113.44 tn.

En base a estos resultados y a la filosofía de diseño del AASHTO LRFD detallado en el capítulo 2.5.1 de la presente tesis se evaluaron los resultados obtenidos mediante el software donde se obtuvo que el diseño a cortante del Puente de Intercambio Vial Pucusana tipo viga cajón no cumple con los requerimientos de diseño, siendo las fuerzas actuantes mayores a las fuerzas resistentes como se observa en la Tabla 18.

Tabla 18  
Cuadro Resumen de Condición General de Filosofía de Diseño al Cortante del AASHTO LRFD Mencionado en el Capítulo 2.5.1

	$V_{u,ni}$	$V_{n,ni}$	Condición
Estribo Izquierdo	-212.672	182.825	No Cumple
Apoyo	242.740	160.247	No Cumple
Estribo Derecho	188.701	137.631	No Cumple

Fuente: Elaboración Propia

### 6.7.2. Deflexiones.

El manual de diseño AASHTO LRFD 2018 mantiene como deflexión máxima para puentes continuos  $L/1000$  lo cual indicaría una deflexión máxima de 3.22 cm, ante las nuevas solicitaciones en Servicio y con las pérdidas de pretensado que implica el cálculo existente de los tendones adheridos se observó que desde la progresiva 16.01 mts hasta los 49 mts se supera esta deflexión máxima, siendo la mayor deflexión en el apoyo intermedio con 4.48 cm como se observa en la figura N° 35.

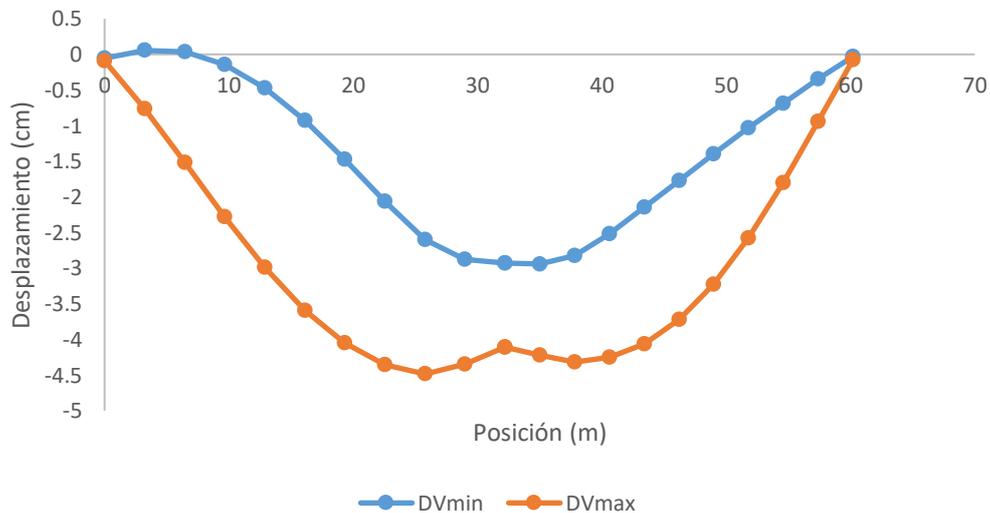


Figura N° 35 Desplazamientos Verticales Máximos y Mínimos en Viga Tipo Cajón Luego de las Pérdidas de Fuerza de Tensado de Tendones Internos ( $t = \infty$ )

Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

### 6.7.3. Esfuerzos.

El AASHTO LRFD asigna los límites de esfuerzos admisibles en compresión y tracción en valores de  $0.45f'_c$  ( $144 \text{ kg/cm}^2$ ) y  $1.6\sqrt{f'_c}$  ( $28.62 \text{ kg/cm}^2$ ) respectivamente. La evaluación del Puente de Intercambio Vial Pucusana nos da como resultado en las fibras superiores esfuerzos de compresión que no supera los límites admisibles (Figura N° 36). No obstante, en las fibras inferiores se observa que las zonas que se encuentran

cercanas al apoyo intermedio están bajo esfuerzos de tracción de 43.61 kg/cm<sup>2</sup> (Figura N° 37) como máximo lo cual excede en un 52% al esfuerzo de tracción admisible.

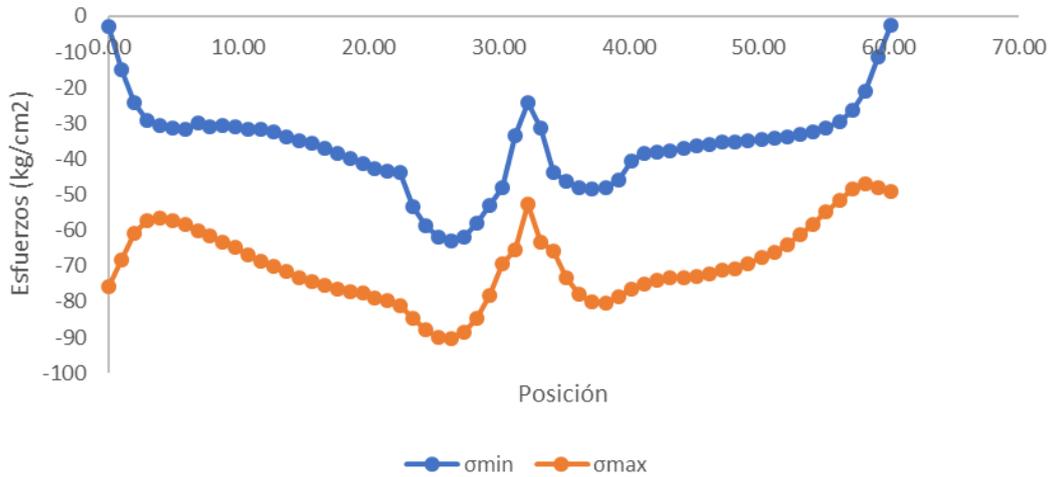


Figura N° 36 Esfuerzos de Fibra Superior Máximos y Mínimos de Vigas Exteriores de Puentes Vial Cajón Luego de Pérdidas de Fuerza de Pretensado de Tendones Internos ( $t = \infty$ )  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puentes de Intercambio Vial Pucusana

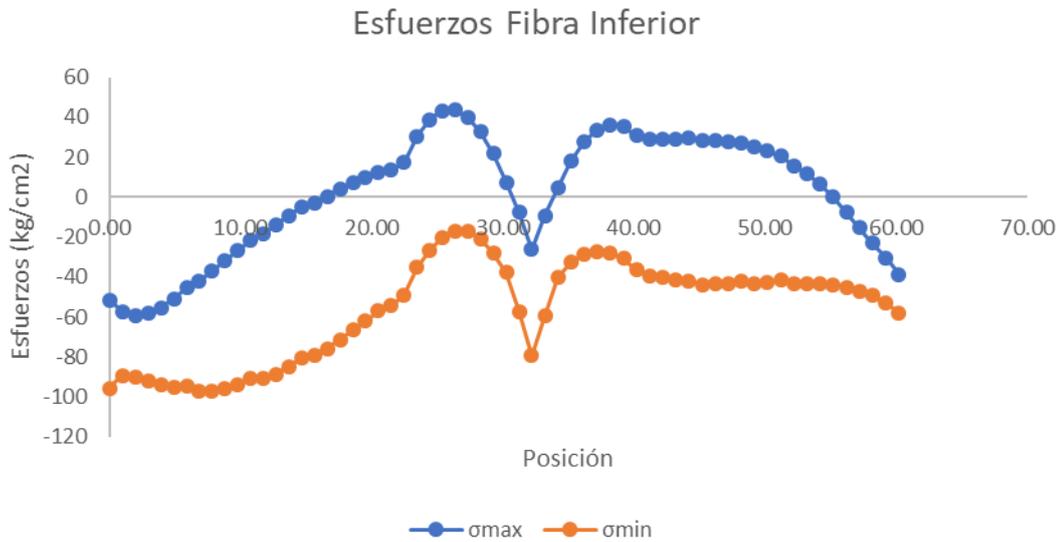


Figura N° 37 Esfuerzos de Fibra Inferior Máximos y Mínimos de Vigas Exteriores de Puentes Vial Cajón Luego de Pérdidas de Fuerza de Pretensado de Tendones Internos ( $t = \infty$ )  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puentes de Intercambio Vial Pucusana

#### 6.7.4. Rating Factor.

La evaluación de rating factor realizado al aplicar el camión de diseño HL-93 dio como resulta que el puente necesita ser reforzado en toda su sección longitudinal. No obstante, hay que tomar como sección crítica a las secciones ubicadas a ambos lados de las caras del apoyo intermedio debido a que su valor de rating factor nos sugiere un remplazo de la estructura en esos tramos como se señala en la Figura N° 38.

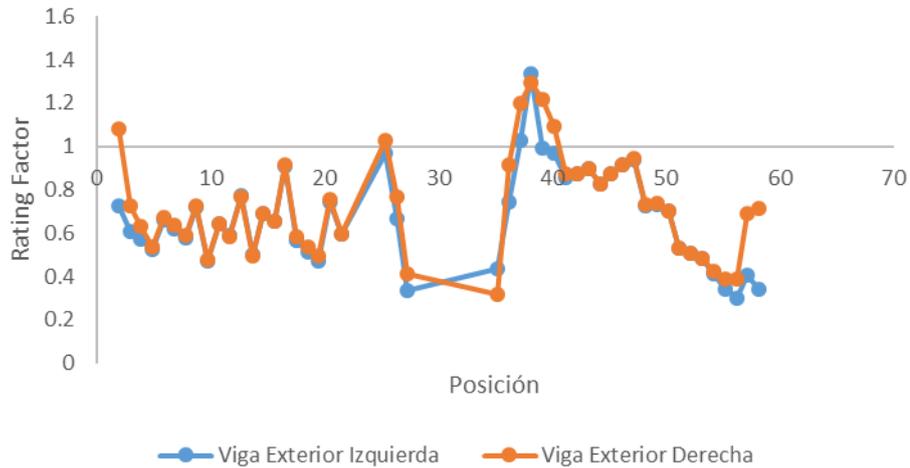


Figura N° 38 Rating Factor de Puente Viga Cajón con Camión de Diseño HL-93 de AASHTO LRFD 2018  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

## 6.8. Análisis de Puente Viga Cajón con Post-tensado Externo Longitudinal.

### 6.8.1. Ancho Efectivo de Ala.

Se debe entender que al momento de aplicar la fuerza de compresión en las secciones de las losas inferior y superior se generará esfuerzos cortantes y debido a este esfuerzo cortante se generarán deformaciones en la sección y los esfuerzos longitudinales no serán uniformes, este fenómeno es conocido como “shear lag”. El cálculo del ancho de ala efectivo (Tabla 19) nos ayudará asumir una distribución de esfuerzos longitudinales uniformes. El AASHTO LRFD 2018 brinda la Figura N° 39 para que de forma gráfica se calcule el ancho de ala.

$$L_1 = 32.20 \text{ m}; 0.8L_1 = 25.76 \text{ m}$$

$$L_2 = 28.00 \text{ m}; 0.8L_1 = 22.40 \text{ m}$$

$$b_1 = 1.34 \text{ m}$$

$$b_2 = 1.34 \text{ m}$$

$$b_3 = 1.34 \text{ m}$$

$$d_0 = 1.65 \text{ m}$$

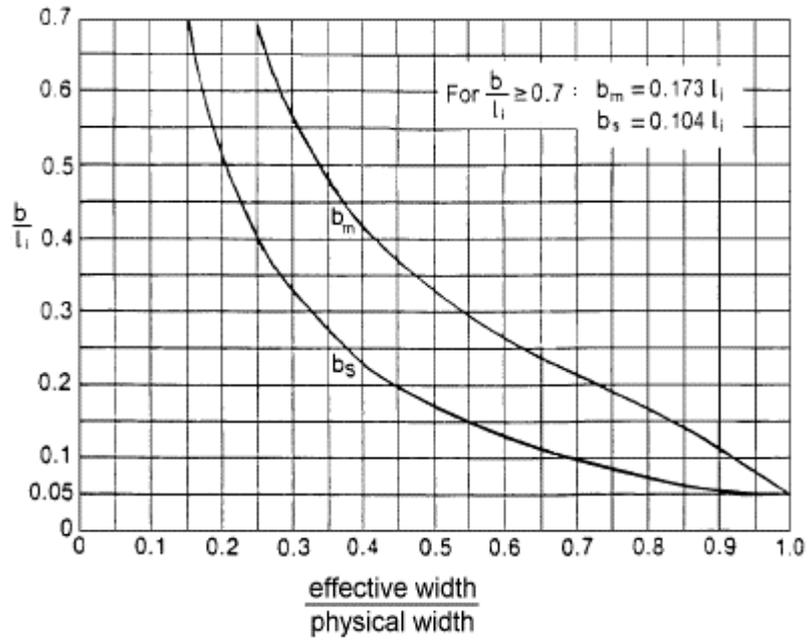


Figura N° 39 Cuadro de Iteración para Cálculo de Ancho Efectivo de Ala  
Fuente: AASHTO LRFD Specification Desing 2018

Tabla 19  
Resumen de Cálculos para la Iteración del Valor del Ancho Efectivo de Ala

	Tamo 1 (32.20 mts)	Tamo 2 (28.00 mts)
$b_1/L_i =$	0.0416	0.0479
$b_2/L_i =$	0.0578	0.0664
$b_3/L_i =$	0.0391	0.0450
$bm_1 =$	1	1
$bm_2 =$	0.9781	0.825
$bm_3 =$	1	1
$be_1 =$	1.34	1.34
$be_2 =$	1.82	1.53
$be_3 =$	1.26	1.26

Fuente: Elaboración Propia

**6.8.1.1. Propiedades Geométricas con Ancho Efectivo: Tramo 1 (32.20 mts).**

La sección transversal del tramo 1 (0.00 – 32.20 mts) con ancho efectivo de ala es mostrada en la Figura N° 40 y sus propiedades geométricas en la Tabla 20.

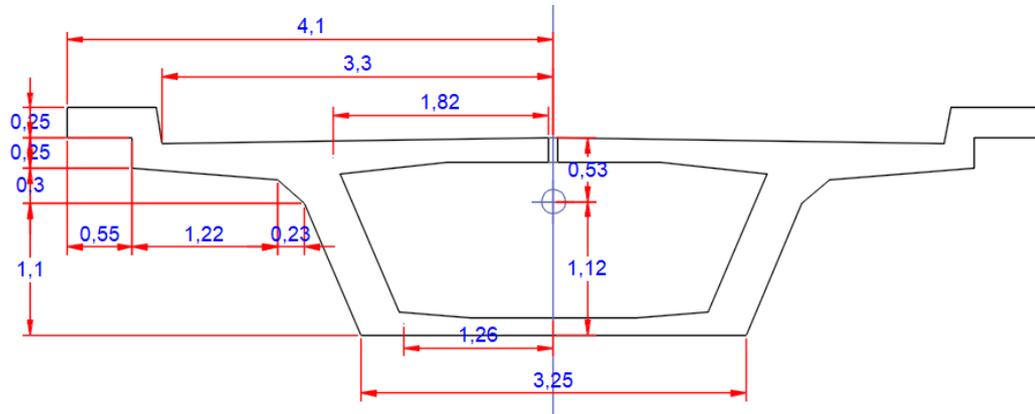


Figura N° 40 Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial Pucusana con Ancho de Ala Efectivo de Tramo 1 (32.20 mts)  
Fuente: Elaboración Propia

Tabla 20  
Propiedades Geométricas de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial con Ancho de Ala Efectivo Tramo 1 (32.20 mts)

Área =	3.184	m <sup>2</sup>
I <sub>x</sub> =	1.051	m <sup>4</sup>
Y <sub>sup</sub> =	0.53	M
Y <sub>inf</sub> =	1.12	M
S <sub>sup</sub> =	1.98	m <sup>3</sup>
S <sub>inf</sub> =	0.94	m <sup>3</sup>

Fuente: Elaboración Propia

**6.8.1.2. Propiedades Geométricas con Ancho Efectivo: Tramo 2 (28.20 mts).**

La sección transversal del tramo 1 (32.20 – 60.20 mts) con ancho efectivo de ala es mostrada en la Figura N° 41 y sus propiedades geométricas en la Tabla 21.

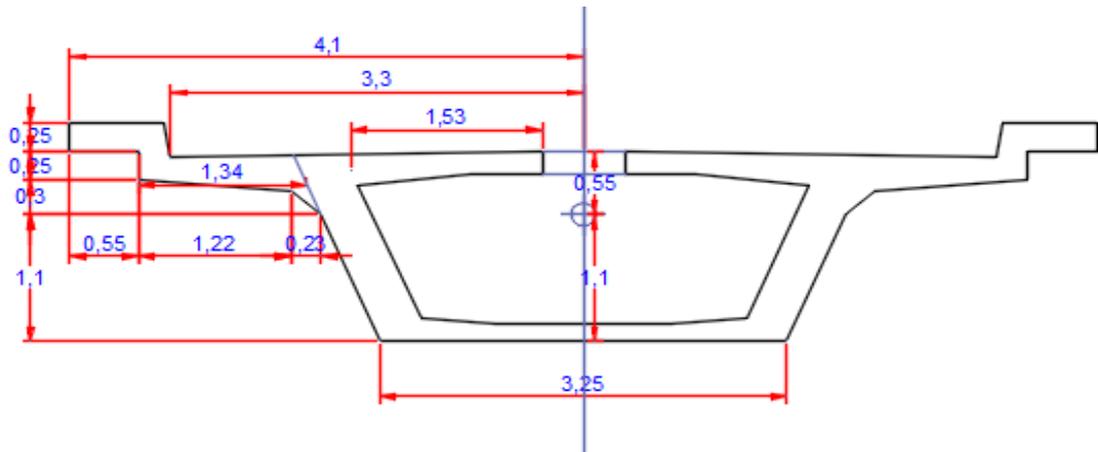


Figura N° 41 Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial Pucusana con Ancho de Ala Efectivo de Tramo 2 (28.20 mts)  
Fuente: Elaboración Propia

Tabla 21  
Propiedades Geométricas de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial con Ancho de Ala Efectivo Tramo 1 (32.20 mts)

Área =	3.07	m <sup>2</sup>
I <sub>x</sub> =	1.02	m <sup>4</sup>
Y <sub>sup</sub> =	0.55	M
Y <sub>inf</sub> =	1.10	M
S <sub>sup</sub> =	1.86	m <sup>3</sup>
S <sub>inf</sub> =	0.93	m <sup>3</sup>

Fuente: Elaboración Propia

### 6.8.2. Diseño de Fuerza de Pretensado de Tendones Externos.

El método aplicado para el presente diseño está basado en el explicado por el ingeniero Carlos Ramiro Vallecilla Bahena en el libro de Puentes en Concreto Postensado, donde se usa el esfuerzo admisible de tracción del concreto para determinar la fuerza de tensado y la de compresión como verificación de estado límite.

#### 6.8.2.1. Definición Gráfica de trayectoria de Tendones Externos.

Los tendones externos de trayectoria longitudinal estarán dispuestos como se señala en la Figura N° 42, los tendones estarán en ambas caras externas del alma de la viga cajón.

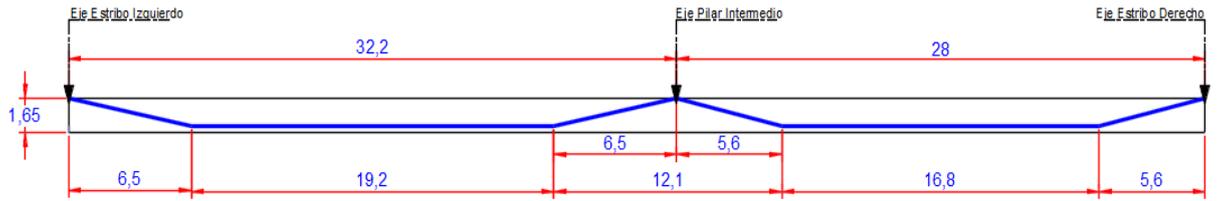


Figura N° 42 Alternativa de Solución de Post-tensado Externo con Forma Poligonal  
Fuente: Elaboración Propia

### 6.8.2.2. Efecto de Carga Unitaria.

#### 6.8.2.2.1. Efecto de Fuerzas Cortantes Producidas por el Tendón Externo.

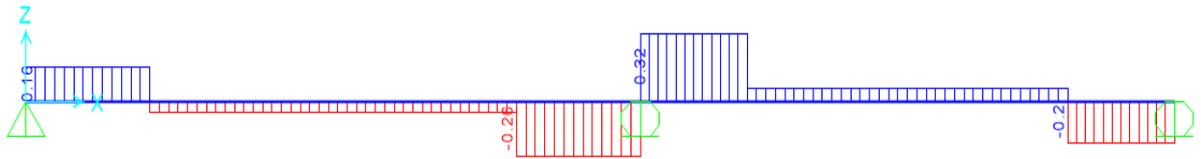


Figura N° 43 Efecto de Fuerzas Cortantes Generadas por Fuerza Unitaria de Tensado Según Forma Poligonal del Tendón Externo  
Fuente: Elaboración Propia

#### 6.8.2.2.2. Efecto de Momento Flector Producido por Tendón Externo.

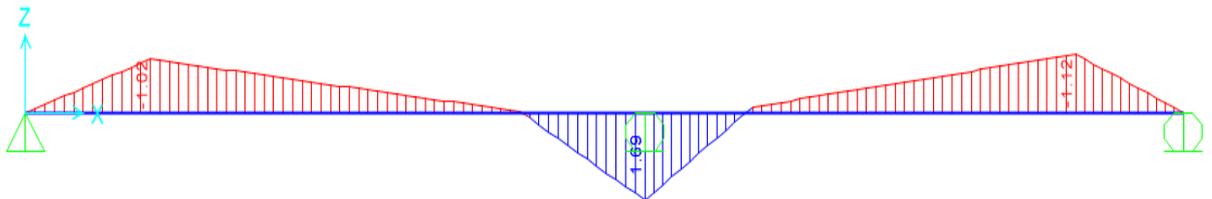


Figura N° 44 Efecto de Momentos Flectores Generadas por Fuerza Unitaria de Tensado Según Forma Poligonal del Tendón Externo  
Fuente: Elaboración Propia

#### 6.8.2.2.3. Efecto de Fuerza Axial Producido por Tendón Externo.

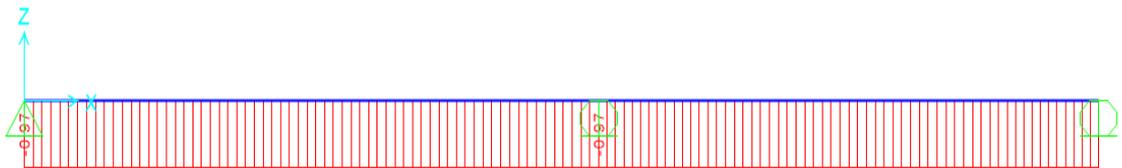


Figura N° 45 Efecto de Fuerza Axial Generado por Fuerza Unitaria de Tensado Según Forma Poligonal del Tendón Externo  
Fuente: Elaboración Propia

### 6.8.2.3. Cálculo de Fuerza de Pretensado.

Se debe cumplir que los esfuerzos cumplan la siguiente condición, la cual fue determinada por el comportamiento de las vigas ante la aplicación de una fuerza de pretensado.

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{S} + \frac{M}{S} \quad \begin{array}{l} \text{fibra} \\ \text{superior} \end{array}$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S} - \frac{M}{S} \quad \begin{array}{l} \text{fibra} \\ \text{inferior} \end{array}$$

$$S = \frac{I}{Y}$$

Se sabe que el  $\sigma_{adm, tracción} = 28.62 \text{ kg/cm}^2$ , basado en eso se realizó los siguientes cálculos para ambos tramos de 32.20 mts (tramo1) y 28 mts (tramo 2). Los resultados obtenidos de fuerza de tensado están resumidos en la Tabla 22.

Tabla 22  
Resumen de Cálculo de Fuerza de Pretensado para Tendón Externo Poligonal

	Tramo 1	Tramo 2	
$\sigma =$	286.22	286.22	tn/m
$A =$	3.18	3.07	m <sup>2</sup>
$S =$	0.94	0.93	m <sup>3</sup>
$M =$	0.59	0.48	tn-m
$Mn =$	986.91	751.92	tn-m
$P =$	2426.53	1601.87	Tn

Fuente: Elaboración Propia

Considerándose una pérdida de 15% de fuerza durante la transferencia se tiene finalmente la Tabla 23:

Tabla 23  
Fuerza de Tensado de Diseño para Tendón Externo Poligonal con Pérdida de Transferencia de 15%

Fuerza de Pretensado(tn) (t=0)		Fuerza Pretensado más pérdida durante transferencia 15%	
Tramo 1	Tramo 2	Tramo 1	Tramo 2
2426.53	1601.87	2854.74	1884.56

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo un rango desde 1884.56 a 2854.75 tnf de fuerza de tensado, se trabaja con 1885 tnf de tensado, se determina que es la fuerza con la mejor trabaja el post-tensado

externo, por ende, la comprobación por compresión realizó con esta fuerza de pretensado (Tabla 24). Se debe de cumplir que:

$$\sigma = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S} - \frac{M}{S} \leq \sigma_{\text{adm,compresión}} = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

Entonces:

Tabla 24  
Resumen de Verificación de Fuerza de Tensado de Diseño Bajo Esfuerzo de Compresión Admisible

$P_{t=0}$ de diseño=	1885.00	Tn
A=	3.07	m <sup>2</sup>
S=	1.86	m <sup>3</sup>
e=	0.53	tn-m
Mn=	751.92	tn-m
$\sigma$ =	-746.87	tn/m
$\sigma_{\text{adm,compresion}}$ =	-1440.00	tn/m
Estado =	Cumple	

Fuente: Elaboración Propia

### 6.8.3. Fuerzas de Corte Actuantes.

El efecto que posee sobre las fuerzas cortantes actuantes en Resistencia I (Figura N°46) el post-tensado externo de trayectoria poligonal se traduce en una reducción de un 60.61% de fuerzas cortantes en el estribo izquierdo (de 212.67 tnf a 83.77 tnf), de un 22.18% en el estribo derecho (de 188.70 tnf a 146.85 tnf) y de un 17.94% en el pilar intermedio (de 242.74 tnf a 199.20 tnf). Cabe resaltar que las fuerzas resistentes a lo largo de la viga aumentan entre un 70% en los estribos y en un 130% en el pilar intermedio.

El análisis de la condición general de diseño por cortante del AASHTO LRFD de la viga cajón con post-tensado externo de trayectoria longitudinal, señala que las fuerzas resistentes son mayores que las fuerzas actuantes como se señala en la Tabla 25.

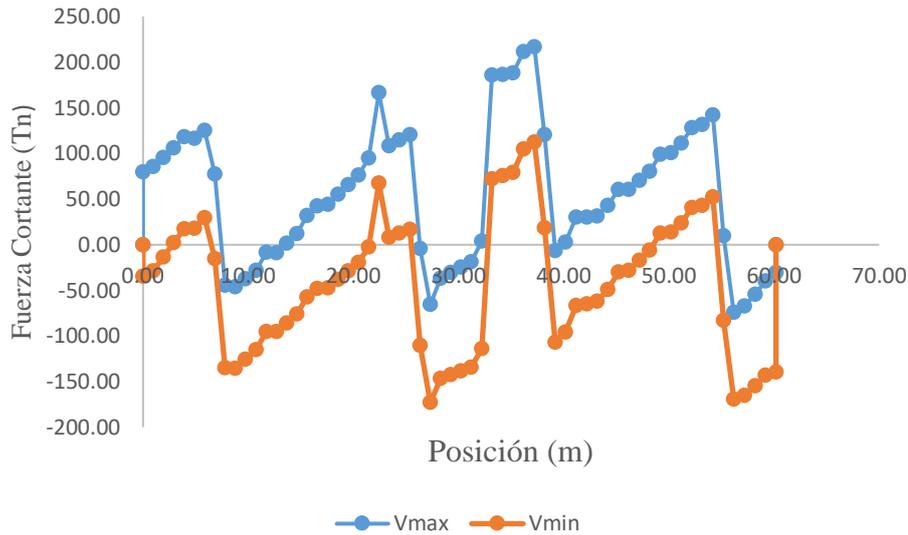


Figura N° 46 Fuerzas Cortantes Actuantes en Resistencia I en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

Tabla 25 Requisito General de Diseño AASHTO LRFD Luego de ser Reforzado con Post-tensado Externo Longitudinal de Trayectoria Poligonal

	$V_{u;ni}$ (tn)	$V_{n;ni}$ (tn)	Condición
Estribo Izquierdo	83.769	316.509	Cumple
Apoyo	199.196	373.744	Cumple
Estribo Derecho	146.853	307.112	Cumple

Fuente: Elaboración Propia

#### 6.8.4. Deflexiones.

Se observa que los desplazamientos verticales (Figura N° 47) en la sección longitudinal del Puente de Intercambio Vial Pucusana disminuyen en un 28.6% (de 4.48 a 3.23 cm) en el apoyo intermedio en el cual se encuentran las mayores deflexiones luego de aplicar la sobrecarga vehicular HL-93. Tanto la deflexión generada en el apoyo como las contra flechas generadas en los tramos adyacentes están dentro del rango admisible de deflexión del AASHTO LRFD.

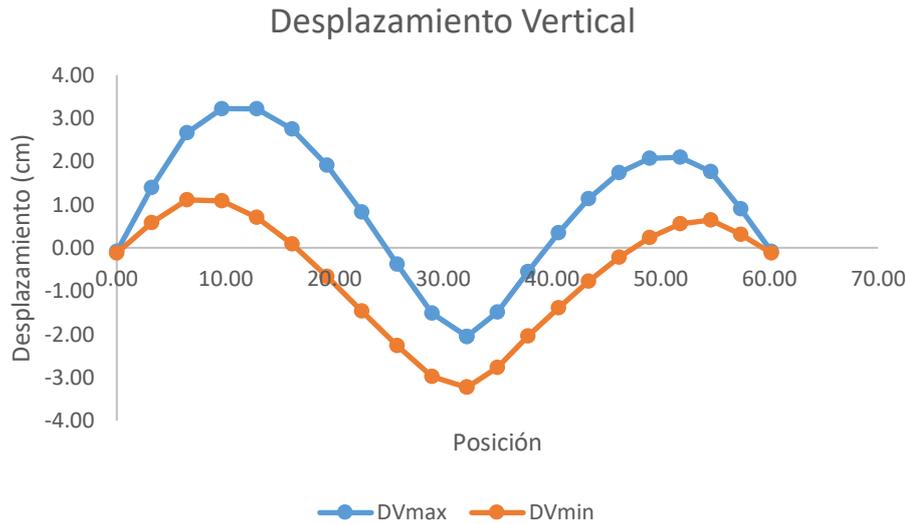


Figura N° 47 Desplazamiento en Servicio 1 en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

### 6.8.5. Esfuerzos.

Los esfuerzos producidos por el post-tensado externo genera grandes fuerzas de compresión en la fibra superior llevando a las zonas ubicadas en el estribo derecho, estribo izquierdo y pilar intermedio a un esfuerzo de compresión (Figura N° 48) de 123.88, 97.42 y 128.15 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente. En la fibra inferior las secciones cercanas al apoyo intermedio están sometidas a un esfuerzo de tracción (Figura N° 49) de 24.88 kg/cm<sup>2</sup> lo cual es una reducción del 57% de esfuerzos de tracción (43.61 kg/cm<sup>2</sup> sin post-tensado externo).

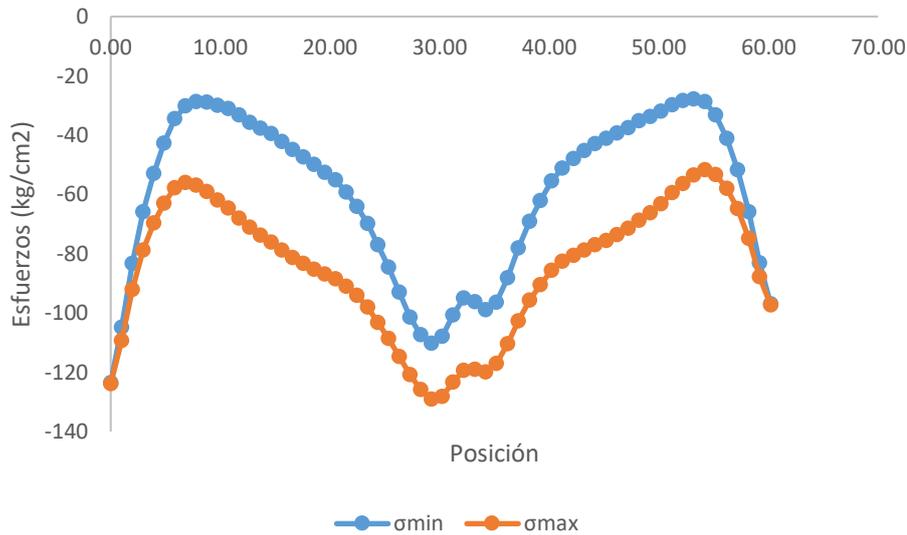


Figura N° 48 Esfuerzos en Fibra Superior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

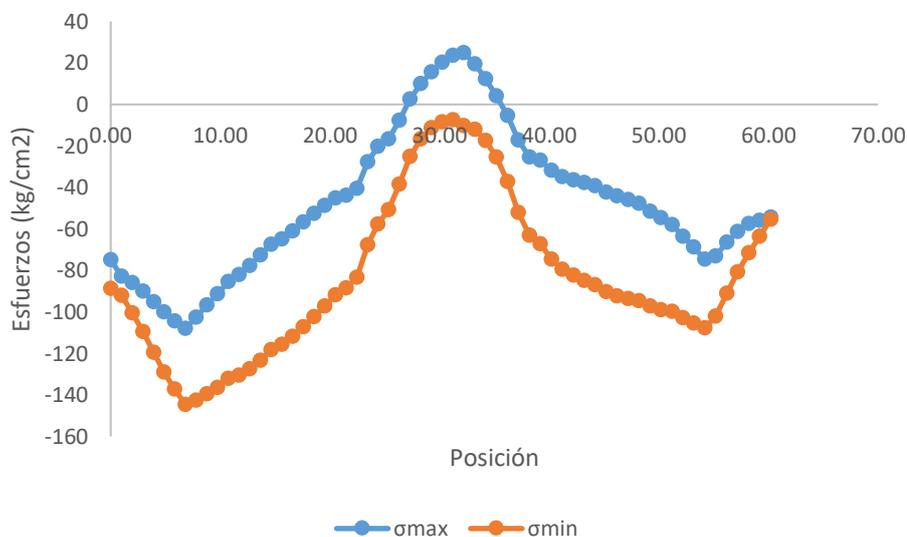


Figura N° 49 Esfuerzos en Fibra Inferior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos de Trayectoria Poligonal  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

### 6.8.6. Rating Factor.

La capacidad de soportar los efectos de fuerzas cortantes que son producidas por el camión de diseño LRFD luego del pretensado puede ser considerado como aceptable debido a que los valores del Rating Factor (Figura N° 50) están como mínimo en 1.50 y como máximo en 5.07. Esto nos indica que el comportamiento del post-tensado externo mantendrá la operabilidad del Puente de Intercambio Vial Pucusana de viga tipo cajón.

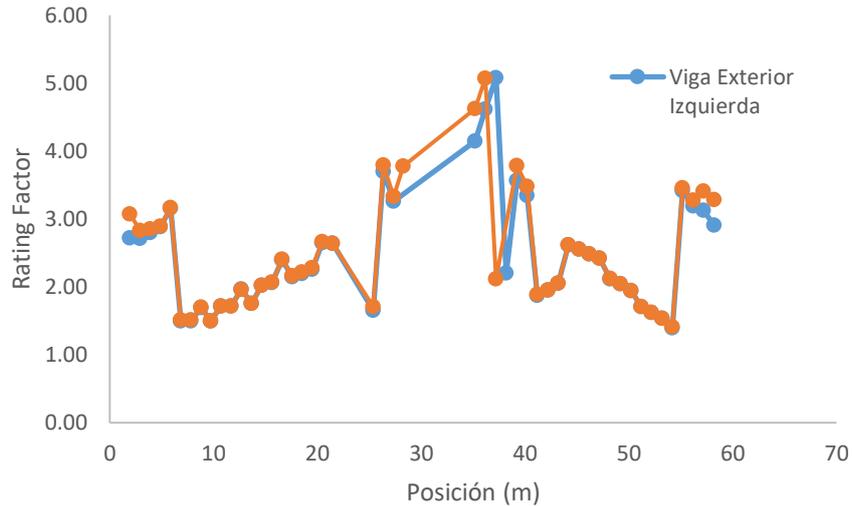


Figura N° 50 Rating Factor en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos con Trayectoria Poligonal y con Camión de Diseño HL-93  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial Pucusana

## 6.9. Análisis de Puente Viga Cajón con Post-tensado Externo Vertical.

El diseño para la fuerza de tensado está basado en la teoría de compresión de la mecánica de materias clásica, para evitar el aplastamiento de la viga a comprimir se usa como límite de fuerza el esfuerzo a compresión del concreto. El espaciamiento y ubicación de los tendones externos verticales fueron determinados a través del análisis al cortante del AASHTO LRFD con los parámetros de regiones que requieren reforzamiento transversal 5.8.2.4-1 y espaciamiento máximo entre estribos en la sección 5.8.2.7.

### 6.9.1. Propiedades Geométricas

La sección transversal del puente de tramo continuo Pucusana (0.00 – 60.20 mts) es mostrada en la Figura N° 51 y sus propiedades geométricas en la Tabla 26.

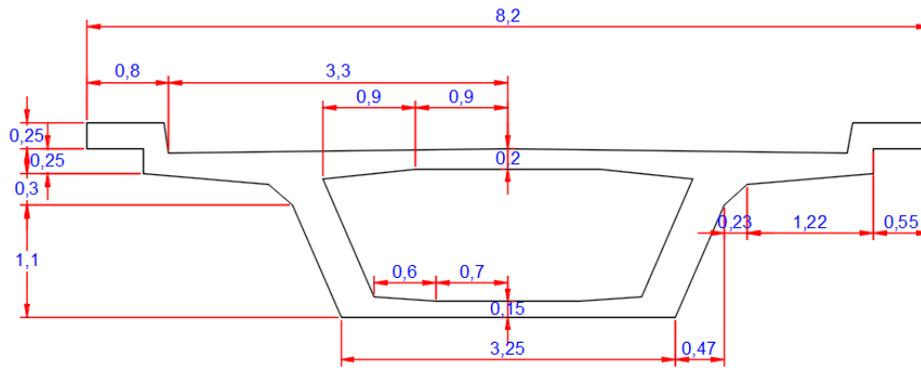


Figura N° 51 Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Vial Pucusana  
Fuente: Elaboración Propia

Tabla 26  
Resumen de Propiedades Geométricas de Sección Transversal de Viga Tipo Cajón de Puente de Intercambio Via Pucusana

A =	3.22	m <sup>2</sup>
I =	1.05465	m <sup>4</sup>
Y <sub>sup</sub> =	0.607	m
Y <sub>inf</sub> =	1.043	m
S <sub>sup</sub> =	1.737	m <sup>3</sup>
S <sub>inf</sub> =	1.011	m <sup>3</sup>

Fuente: Elaboración Propia

### 6.9.2. Definición Gráfica de Tendones Externos Post-Tensados.

Los tendones externos verticales estarán dispuestos como se señala en la Figura N° 52, los tendones estarán en ambas caras externas del alma de la viga cajón.

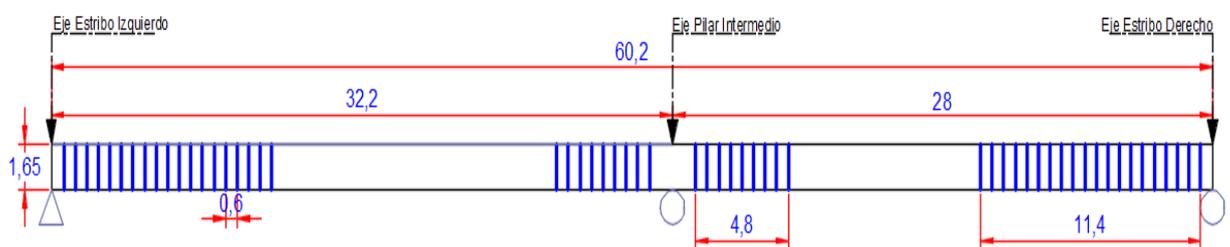


Figura N° 52 Alternativa de Solución de Post-Tensado Externo con Tendones en Posición Vertical  
Fuente: Elaboración Propia

### 6.9.3. Cálculo de Fuerza de Pretensado.

La mecánica de materiales nos dice que un elemento en compresión tiene un esfuerzo igual a  $\sigma = -P/A$ , siguiendo la convención de signos los elementos a compresión están con valor negativo. Se usará el esfuerzo a compresión como restricción de fuerza de pretensado a aplicar debido a que no se desea hacer llegar al

aplastamiento a la sección de viga a aplicar el post-tensado externo y por qué el post-tensado externo vertical no aplicará fuerzas de tracción dentro del elemento a analizar.

$$\sigma = -\frac{P}{A} = -\frac{P}{0.4 * 1.23}$$

$$P = -1440 * 0.4 * 1.23 = -708.48 \text{ Tn}$$

Se trabajó con una fuerza de tensado de 700 tnf para cada sección donde se aplicará el tendón post-tensado externo.

#### **6.9.4. Fuerzas Actuantes.**

El efecto que posee sobre las fuerzas cortantes actuantes en Resistencia I (Figura N° 53) el post-tensado externo vertical obtenido por el software es de una reducción de fuerzas cortantes de un 5% en el estribo izquierdo (212.67 tnf a 206.02 tnf), en el estribo derecho se redujo los esfuerzos cortantes en un 6% (188.70 tnf a 180.95 tnf) e incrementándose las fuerzas cortantes en el pilar central en un 47% (242.74tnf a 357.13 tnf) esto se puede deber a que en el eje del pilar y a una distancia de 1.20 mts de este no existe reforzamiento principalmente por que el pilar central tiene un ancho de 3.75 mts donde 25 cm exceden a la viga cajón lo cual no haría factible la instalación de dichos tendones. La resistencia a la cortante obtenida (Tabla 27) por el concreto en el estribo izquierdo, estribo derecho y apoyo intermedio es de 6.3% (de 182.83tnf a 194.39 tnf), 8.3% (de 137.63 tnf a 150.90 tnf) y 9.6% (de 160.25tnf a 173.51 tnf) respectivamente. Estos resultados no son suficientes para cumplir la condición de la filosofía de diseño del manual de AASHTO LRFD 2018.

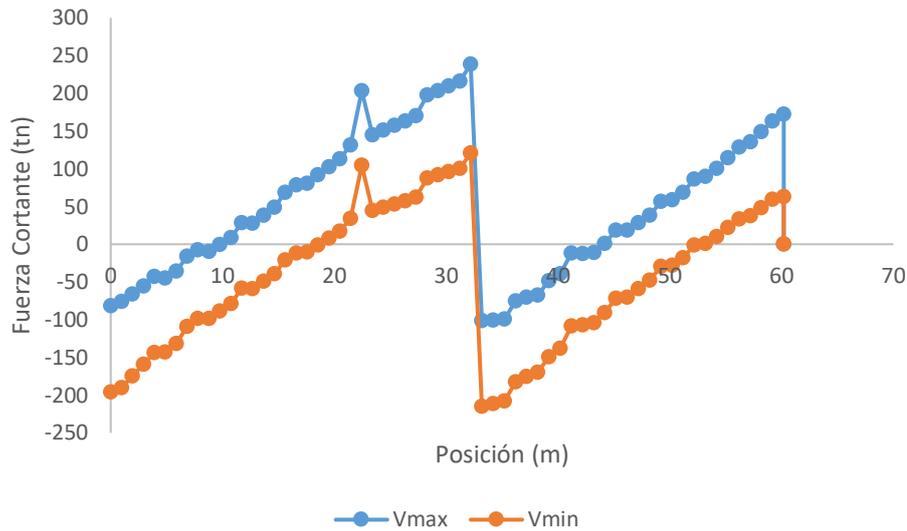


Figura N° 53 Fuerzas Cortantes Actuantes en Resistencia I en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puente de Intercambio Vial

Tabla 27  
Requisito General de Diseño por Cortante del AASHTO LRFD con Post-tensado Externo Vertical

	$V_{u,ni}$	$V_{n,ni}$	Condición
Estribo Izquierdo	206.021	194.390	No Cumple
Apoyo	357.126	173.513	No Cumple
Estribo Derecho	180.947	150.897	No Cumple

Fuente: Elaboración Propia

### 6.9.5. Desplazamientos.

El post-tensado externo vertical al no generar una contra flecha debido a su disposición no realiza aportes significantes en los desplazamientos verticales como se muestra en la Figura N° 54, siendo así una disminución máxima de 12.1% (de 4.48 cm a 3.94 cm) en el apoyo del pilar intermedio. En ningún punto de los desplazamientos máximos se cumple el desplazamiento máximo de 3.22 cm que se obtuvo mediante la condición de  $L/1000$  del AASHTO LRFD 2018.

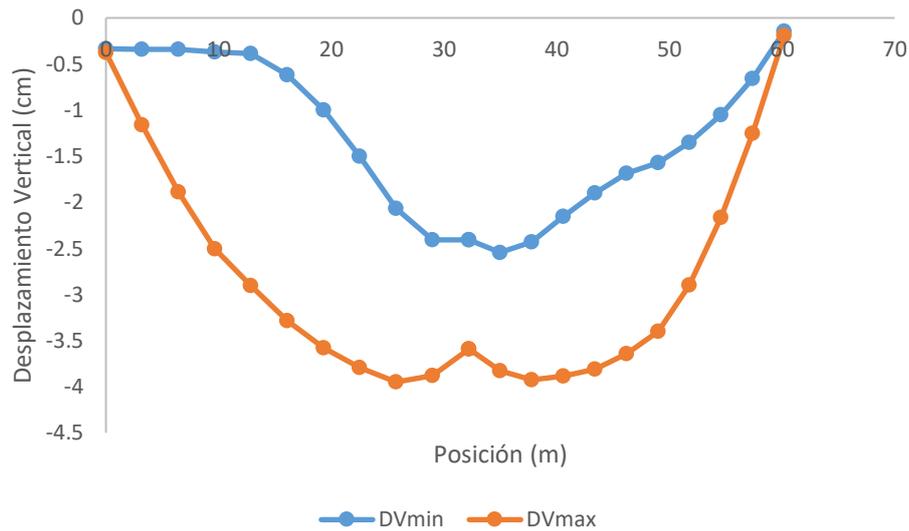


Figura N° 54 Desplazamiento en Servicio 1 en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puento de Intercambio Vial

### 6.9.6. Esfuerzos.

Los esfuerzos generados por el post-tensado externo vertical tienen como función de estribo como la literatura revisada describe debido a que en tanto en la fibra superior e inferior se redistribuyen los esfuerzos de compresión en las fibras superiores siendo así que los valores de esfuerzos de compresión máximos y mínimos (Figura N° 55) están dentro del rango de compresión admisible. En las fibras inferiores el post-tensado externo vertical reduce los esfuerzos de tracción (Figura N° 56) en un 81.8% (de 43.6 kg/cm<sup>2</sup> a 7.92 kg/cm<sup>2</sup>) lo cual asegura controlar los esfuerzos de tracción cuando ocurran las pérdidas de fuerza de prefuerzo.

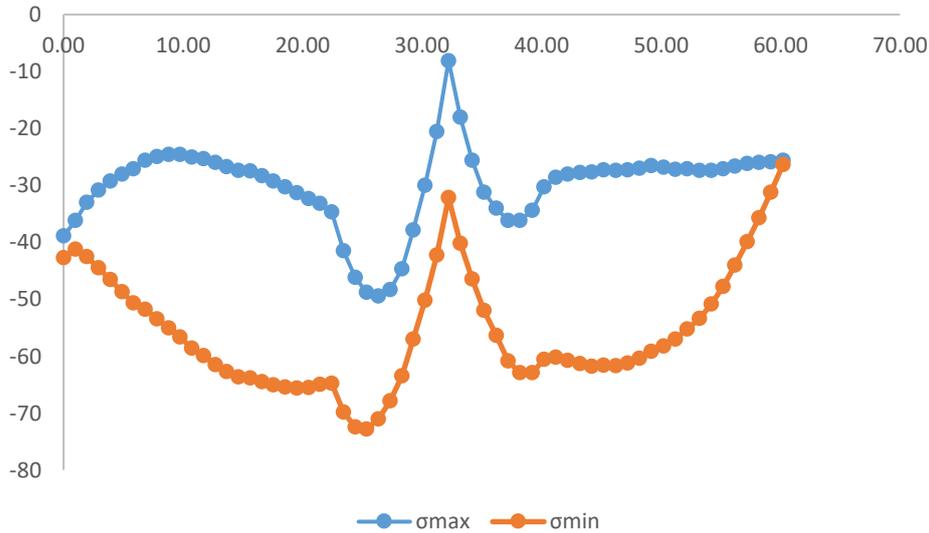


Figura N° 55 Esfuerzos en Fibra Superior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Punte de Intercambio Vial Pucusana

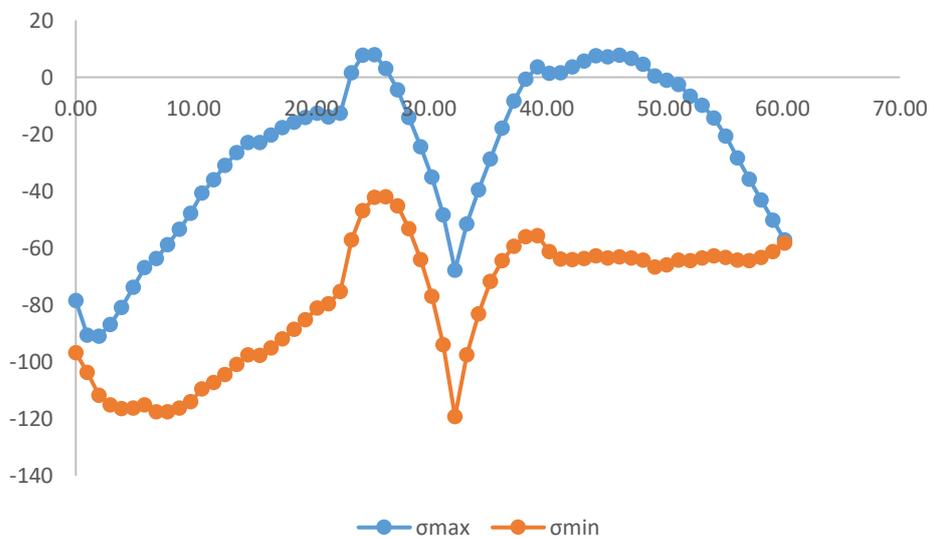


Figura N° 56 Esfuerzos en Fibra Inferior en Servicio 1 para Compresión y Servicio 3 para Tracción en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Punte de Intercambio Vial Pucusana

### 6.9.7. Rating Factor.

La capacidad de soportar las fuerzas cortantes producidas por la sobrecarga vehicular HL-93 del AASHTO LRFD luego de aplicado el pretensado vertical están por debajo del valor aceptable como se observa en la Figura N° 57, obteniendo valores de hasta 0.5 lo cual implica un remplazo de elemento estructural. No obstante, la literatura revisada indica que el post-tensado vertical aumenta la ductilidad de las vigas reforzadas por lo cual para determinar la capacidad de soportar los esfuerzos cortantes de las vigas

reforzadas por este medio requerirían de un ensayo de laboratorio que compruebe dichos resultados.

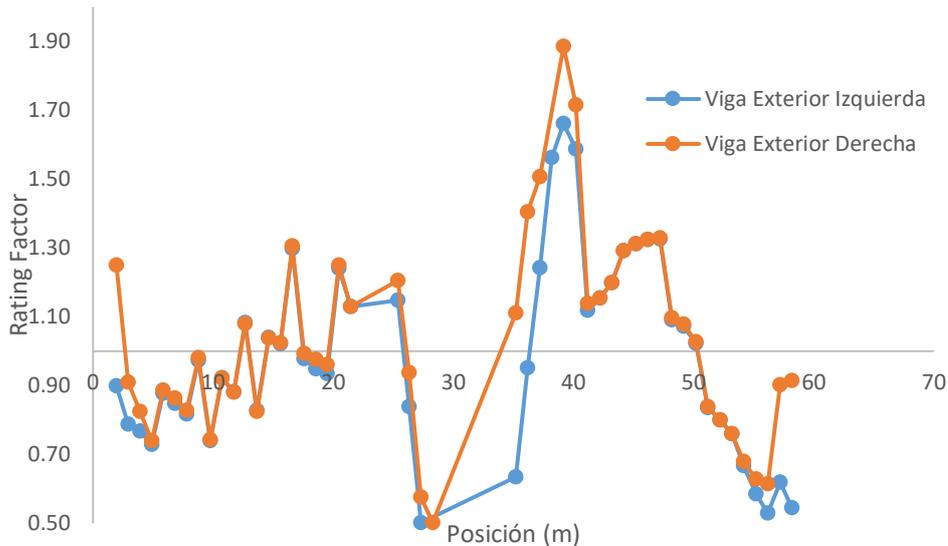


Figura N° 57 Rating Factor en Vigas Exteriores Luego de Aplicado las Fuerzas de Post-Tensado de Tendones Externos Verticales y con Camión de Diseño HL-93  
Fuente: CSI Bridge V.20 Modelamiento de Puentes de Intercambio Vial Pucusana

## 6.10. Resumen e Interpretación de Resultados de Alternativa de Solución con Post-tensado Externo.

### 6.10.1. Deflexiones.

Se puede observar en la Tabla 28 que el diseño original del puente que la deflexión máxima se encontraba dentro del rango admisible no obstante el aumento de la sobrecarga vehicular sobrepasa la deflexión admisible establecida por el AASHTO Standard (4.03 cm) y la del AASHTO LRFD (3.22 cm). Ante la aplicación de post-tensado externo de trayectoria longitudinal esta deflexión disminuye en un 27.90% cumpliendo con el estándar del AASHTO LRFD. No obstante, el post-tensado externo vertical no logra tal objetivo no obstante reduce en un 12.1% la deflexión máxima.

Tabla 28

Resumen de Contraste entre Deflexiones Admisibles y Deflexiones Máximas Obtenidas Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20

	Diseño Original C-30	HL-93	HL-93 con Post-tensado Externo Longitudinal	HL-93 con Post-tensado Externo Vertical
Deflexión admisible (cm)	4.03	3.22	3.22	3.22
Deflexión máxima (cm)	3.41	4.48	3.23	3.94
% de Variación		+31.37	-27.90	-12.1

Fuente: Elaboración Propia

### 6.10.2. Esfuerzos.

El análisis realizado a compresión (Tabla 29) nos muestra una reducción de esfuerzo de compresión admisible no obstante el puente cumple está por debajo de este valor ante el incremento de la sobrecarga vehicular. Esto se debe principalmente por que el AASHTO Standard y el AASHTO LRFD consideran que la resistencia a la compresión del diseño de concreto debe ser como mínimo 320 kg/cm<sup>2</sup>. Por otro lado, el post-tensado externo de trayectoria longitudinal genera compresión en la fibra superior y el post-tensado externo reduce la compresión en las fibras superiores.

Tabla 29

Resumen de Contraste entre Esfuerzos de Compresión Admisibles y Esfuerzos de Compresión Máximas Obtenidas Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20

	Diseño Original C-30	HL-93	HL-93 con Post-tensado Externo Longitudinal	HL-93 con Post-tensado Externo Vertical
Esfuerzo de Compresión admisible (kg/cm <sup>2</sup> )	-191.98	-144.00	-144.00	-144.00
Esfuerzo de Compresión máxima (kg/cm <sup>2</sup> )	-94.06	-89.91	-129.12	-72.84
% de Variación			+43.61	-20.10

Fuente: Elaboración Propia

Los esfuerzos a tracción (Tabla 30) en las fibras inferiores por otro lado si se ven afectadas ante el incremento de la sobrecarga vehicular aumentando en un 59.63% y al contrario de los esfuerzos de compresión admisible los esfuerzos de tracción aumentan en el AASHTO LRFD. El postensado externo de trayectoria longitudinal ayuda en reducir los esfuerzos de tracción en un 44.07% pero el post-tensado externo vertical reduce los esfuerzos de tracción en un 81.84% lo cual ratifica su función como estribo como lo señala la literatura revisada.

Tabla 30  
Resumen de Contraste entre Esfuerzos de Tracción Admisibles y Esfuerzos de Tracción Máximas Obtenidas Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20

	Diseño Original C-30	HL-93	HL-93 con Post-tensado Externo Longitudinal	HL-93 con Post-tensado Externo Vertical
Esfuerzo de Tracción admisible (kg/cm <sup>2</sup> )	24.46	28.62	28.62	28.62
Esfuerzo de Tracción máxima (kg/cm <sup>2</sup> )	27.32	43.61	24.38	7.92
% de Variación		+59.63	-44.07	-81.84

Fuente: Elaboración Propia

### 6.10.3. Rating Factor.

#### 6.10.3.1 Estribo Izquierda.

Se puede observar que el post-tensado de trayectoria longitudinal asegura la capacidad de transportar las fuerzas cortantes generadas por la sobrecarga vehicular no obstante el post-tensado vertical no asegura lo mismo al tener un valor menor que 1 en la viga izquierda. La variación del Rating Factor en el estribo izquierdo antes y después de ser reforzado es mostrado en la Tabla 31.

Tabla 31  
Resumen de Contraste entre Valores de Rating Factor en Estribo Izquierdo Obtenidos Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20

	Diseño Original C-30	HL-93	HL-93 con Post-tensado Externo Longitudinal	HL-93 con Post-tensado Externo Vertical
Viga Derecha	2.59	1.1	3.07	1.25
Viga Izquierda	4.91	0.75	2.72	0.90

Fuente: Elaboración Propia

### 6.10.3.2. Apoyo Intermedio.

Se puede observar que el post-tensado de trayectoria longitudinal asegura la capacidad de transportar las fuerzas cortantes generadas por la sobrecarga vehicular no obstante el post-tensado vertical no asegura lo mismo al tener un valor menor que 1 en la viga derecha. La variación del Rating Factor en el apoyo intermedio antes y después de ser reforzado es mostrado en la Tabla 32.

Tabla 32  
Resumen de Contraste entre Valores de Rating Factor en Apoyo Intermedio Obtenidos Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20

	Diseño Original C-30	HL-93	HL-93 con Post-tensado Externo Longitudinal	HL-93 con Post-tensado Externo Vertical
Viga Derecha	1.39	0.39	4.15	0.95
Viga Izquierda	1.89	0.26	4.62	1.11

Fuente: Elaboración Propia

### 6.10.3.3 Estribo Derecha.

Se puede observar que en el estribo que se encuentra a la derecha el post-tensado externo vertical no es capaz de asegurar la capacidad de transportar las fuerzas de corte debido a la sobrecarga vehicular por otro lado el post-tensado de trayectoria longitudinal asegura un comportamiento adecuado de ambas vigas del puente de viga tipo cajón. La variación del Rating Factor en el estribo derecho antes y después de ser reforzado es mostrado en la Tabla 33.

Tabla 33  
 Resumen de Contraste entre Valores de Rating Factor en Estribo Derecho Obtenidos Antes y Después de Aplicar el Reforzamiento de Post-tensado Externo mediante CSI Bridge V.20

	Diseño Original C-30	HL-93	HL-93 con Post-tensado Externo Longitudinal	HL-93 con Post-tensado Externo Vertical
Viga Derecha	2.20	0.70	3.28	0.91
Viga Izquierda	4.56	0.23	2.91	0.55

Fuente: Elaboración Propia

## DISCUSIONES

- 1) La presente tesis se partió con la hipótesis de que el post-tensado externo es el método más factible para reforzamiento de puentes de concreto debido a su poca interferencia con el flujo vehicular y su mayor versatilidad de uso y mediante el análisis realizado en el **Capítulo IV** de la presente investigación se obtuvo que si bien el post-tensado externo es un método con un alto ratio de costo-beneficio, métodos como incorporar elementos de acero y el uso de elementos compuestos como la fibra de carbono ofrecen mejores resultados en el comportamiento del elemento reforzado además de mantener la estética del puente intacta lo cual no logra el post-tensado externo.
- 2) También se planteó la hipótesis de que el puente de viga tipo cajón cumple con los parámetros de diseño por cortante del AASHTO LRFD Bridge Design Specification 2018 para ello se realizó un contraste entre los parámetros de diseño original del Puente Pucusana, realizado con el AASHTO Standard en el **Capítulo V**, del cual se obtuvo que parámetros como reforzamiento de interface de corte (sectores propensos a generarse grietas diagonales) y reforzamiento longitudinal para cortante no es evaluada en el AASHTO Standard. Según los comentarios del AASHTO LRFD 2018 el no analizar estos dos factores implica una reducción en la ductilidad de la viga en fallas por cortante debido a flexión. Además, el AASHTO LRFD 2018 en sus comentarios afirma que uno de las principales variables entre el AASHTO Standard es que la condición general y la resistencia aportada por el concreto no está basada en la resistencia a la compresión del concreto si no a la tracción y la relación de la misma con su refuerzo. Estas diferencias hacen que al aplicar una sobrecarga vehicular de mayor peso y al analizarse con los parámetros actuales el puente Pucusana no cumple con la mayoría de ellos siendo la más importante el rating factor y la condición general de diseño.
- 3) Finalmente se planteó la hipótesis de que la viga tipo cajón tendrá deflexiones y esfuerzos de tracción mayores a las admisibles ante la aplicación de la sobre carga vehicular por otro lado la viga tipo viga cajón con post-tensado externo tendrá deflexiones y esfuerzos de tracción menores a las admisibles. Se obtuvo en el **Capítulo VI** que la deflexión obtenida luego de aplicar la sobrecarga vehicular HL-93 sobrepasaba la deflexión admisible, así como también los esfuerzos de

tracción en las fibras inferiores. Por otro lado, el comportamiento final la viga reforzada con post-tensado externo de trayectoria longitudinal y vertical es distinta. El post-tensado externo de trayectoria longitudinal asegura un correcto funcionamiento de la viga reduciendo los esfuerzos de tracción y deflexiones hasta dentro del rango admisible por otro lado, el post-tensado externo vertical demostró trabajar como un estribo no obstante no logró reducir las deflexiones hasta un rango admisible. No obstante, los resultados obtenidos son puestas en discusión principalmente porque el comportamiento de la viga reforzada depende de los esfuerzos que se generen en los tendones externos y condiciones en la cual se encuentra la viga. Breankus et. al. en su investigación de “Flexural strenght and hinge behavior of internally post-tensioned members with mixed bonded and unbonded tendos” y de Suntharavadivel et. al, enfatizan en que la presencia de grietas en una viga afecta seriamente en el comportamiento de las vigas reforzadas con post-tensado externo. La presencia de grietas aumenta la tensión en los tendones externos lo cual genera que el reforzamiento no tenga el efecto de aumentar la capacidad de carga, por otro lado, Breankus et. al. considera, bajo los ensayos de laboratorio realizados, que la formula estipulada por el AASHTO LRFD 2016 para el cálculo de esfuerzos resistentes de tendones externos está sobredimensionada con los obtenidos mediante los ensayos.

## CONCLUSIONES

- 1) Los métodos desarrollados hasta la actualidad y que han tenido un uso señalados de forma general son 5: cambio de sistema estructural, aumentar la sección transversal, incorporar elementos de acero, uso de elementos compuestos y post-tensado externo. No obstante, el uso de estos sistemas no es universal debido a las ventajas y desventajas que presenta cada uno (en el **Capítulo IV**, sección 4.3) y en el cual el propietario tendrá que hacer un análisis de viabilidad técnica, económica, ecológica, estética y que su interferencia con el flujo vehicular no afecte el desarrollo comercial de los pueblos o comunidades que estos puentes conecten.
- 2) Si bien el post-tensado externo es un método reconocido con una gran viabilidad técnica, económica, medioambiental y que no afecta para nada el flujo vehicular es rechazada mayormente porque afecta la estética de puente debido a que no se relaciona con el ambiente y al ser visible el reforzamiento genera un sentimiento de inseguridad por aquellos que usan el puente.
- 3) El diseño original realizado cumple con las solicitudes de diseño por cortante en vigas del manual del AASHTO Standard Specification for Highway Bridges. No obstante, la condición general del AASHTO LRFD 2018 muestra que el puente Pucusana no cumple con el diseño por cortante esto significa que la resistencia aportada por el acero transversal y del concreto calculada por el AASHTO Standard es insuficiente. La reevaluación realizada mediante el AASHTO LRFD Bridge Specification 2018 (**Anexo 2**), determinó que la viga tipo cajón requiere de estribos en la zona de los apoyos extremos e intermedio de la viga. Además, no cumple con el reforzamiento mínimo transversal y longitudinal lo cual compromete la ductilidad del puente y una posible falla de cortante por flexión.
- 4) El puente de intercambio vial Pucusana tiene como proceso constructivo vaciada in situ por tramos, esto implica la existencia de zonas de interface. El

reforzamiento que posee para las zonas de interface es insuficiente lo cual es una fuente potencial en el surgimiento de grietas diagonales en el puente.

- 5) El puente Pucusana de viga tipo cajón con sobrecarga vehicular muestra una deflexión de 4.48 cm, mayor a la deflexión admisible; además, la tracción en su fibra inferior sobrepasa la tracción admisible en un 59.63% ( $43.61 \text{ kg/cm}^2$ ). Por otro lado, los valores de rating factor nos muestran que el puente no posee la capacidad de carga para soportar las fuerzas cortantes de la sobrecarga vehicular HL-93 teniendo valores menores de 1, esto implica un reforzamiento necesario para el puente especialmente la secciones que se encuentran cerca al apoyo intermedio donde se tienen valores cercanos a 0.2 que implica un remplazo de elemento estructural.
- 6) El post-tensado exterior de trayectoria poligonal aumenta la capacidad de carga de la viga, al igual que disminuye las deflexiones en un 28% y reduce los esfuerzos a tracción en un 57%, aumenta las fuerzas resistentes al corte de un 18% – 32% y disminuye las fuerzas de corte actuantes. El post-tensado externo vertical tiene una función similar al de un estribo generando compresión en la fibra superior e inferior de la viga. De esta forma el post-tensado vertical reduce la tracción en las fibras inferiores en un 81% no obstante solo disminuye las deflexiones en un 12.1%. Las fuerzas actuantes de corte en los estribos disminuyen en un 5-6% pero, en el pilar intermedio aumentan un 47%.

## RECOMENDACIONES

- 1) Los resultados señalados en las conclusiones 6 y 7 de la presente tesis se tomó como resistencia a la compresión el señalado en el diseño original, tomando este valor de compresión como el más desfavorable, no obstante, se podrían tener resultados más objetivos con respecto a las deflexiones y esfuerzos del Puente Pucusana realizando pruebas no destructivas para obtener la resistencia a la compresión adquirida por el concreto hasta la actualidad.
- 2) Los resultados obtenidos requieren de realizar un estudio más completo del comportamiento estructural del elemento reforzado con post-tensado externo ante efectos sísmicos y su comportamiento con la subestructura debido a que: “el post-tensado externo el comportamiento global del puente” (Suntharavadivel y Aravinthan, 2005, p.7). La presente tesis se enfoca en el comportamiento estructural de la superestructura y no se enfatiza en los efectos en la subestructura generado por los efectos del post-tensado externo en los apoyos.
- 3) Otro aspecto importante va dirigido a futuros investigadores, es el análisis de ductilidad y rigidez obtenido por la viga continua mediante el post-tensado externo vertical. Esto debido a que no se encontraron estudios referentes o ensayos de laboratorio donde se especifiquen los pros u otra especificación de comportamiento estructural de este tipo de reforzamiento. Al mismo si bien existen estudios sobre el post-tensado externo

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Benaim, R. (2007). *The Desing of Prestressed Concrete Bridges*. Abingdon: Taylor & Francis e-Library.
- Corven, J. (2016). *Post-Tensioned Box Girder Design Manual*. New Jercoy: U.S Department of Transportation Federal Highway Administration.
- Dayly, A. F., & Witarnawan, W. (1997). *Strenghtening of bridges using external post-tensioning*. Seoul.
- Decheng, K. (2009). *Strengthening of RC Girders and Frames by External Prestressing*. Singapore: National University of Singapore.
- Dolan, C. W., & Cronin Jr, H. (1998). *Corrosión y reparación de cables monocordón no adherentes*. Estados Unidos: American Concrete Institute.
- Dolatabad, Y., & Maghsoudi, A. (2018). Ultimate stress increase in unbonded tendons in post-tensioned indeterminate I-beans cast with high strength normal and self compacting concrete. *Engineering Scince and Technology - Internacional Journal*, 495-506.
- Dunker, K. F. (1985). *Strengthening of simple span composite bridges by post-tensioning*. Iowa: Iowa State University.
- Ferrer Narvaez, J. (1998). Vigas Preforzadas con Refuerzo Externo. *Revista Ingeniería e Investigación*, 5.
- Frederic Dunker, K. (1985). *Strengthening of simple span composite bridges by*. Iowa State University.
- Harmesn, T. E. (202). *Diseño de Estructuras de Concreto Armado*. Lima: Pontifica Universidad Católica del Perú.
- Kiang Hwee, T., & DeCheng, K. (2009). A direct desing approach for strengthening simple-spab girders with external post-tensioning. *PCI Journal*, 25.
- Klaiber, F., & Wipf, T. (2000). *Strengthening and Rehabilitation*. Iowa: Iowa State University.
- Massicotte, B., Picard, A., Gaumond, Y., & Ouellet, C. (1994). Strengthening of a Long Span Prestressed Segmental Box Girder Bridge. *PCI JOURNAL*, 52-65.
- Methods of Strengthening Existing HighWay Bridges. (1987). *National Cooperative Highway Research Program Report*, 1-124.
- Muthukumar, R., & Balasundaram, N. (2017). Rehabilitation of Distressed Concrete Girders Using External Prestressing - Experimental Study. *International Journal of Applied Engineering Research*, 4806-4810.
- Muthukumar, R., & Balasundaram, N. (2017). Rehabilitation of Distressed Concrete Girders Using External Prestressing – Experimental Study. *International Journal of Applied Engineering Research*, 1-5.

- Nassif, H., Ozkul, O., & Harajli, M. (2003). Flexural Behavior of Girder Prestressed with Bonded and Unbonded Tendons. *PTI Journal*, 60-71.
- Natassia, R., Hamilton, H., & Potter, W. (2017). Flexural Strength and Hinge Behavior of Intrnally Post-tensioned Members with Mixed Bonded and Unbonded Tendons. *PTI Journal*, 1-15.
- Nilimaa, J. (2013). *Upgrading Concrete Bridges - Post-tensioning for Higher Loads*. Luleå: Luleå University of Technology.
- Officials, A. A. (2014). *AASHTO LRFD Design Specifications*. Washintong.
- Officials, A. A. (2016). *AASHTO LRFD Design Specifications*. Washintong.
- Officials, A. A. (2018). *AASHTO LRFD Design Specifications*. Washintong.
- Officials, A. A. (1973). *AASHTO Standard Specification for Highway Bridges*. Washintong.
- Petrangeli, M. P. (1996). External Prestressing for Bridge Rehabilitation in Italy. 1-6. Barcelona: University of Rome "La Sapienza".
- Posada, C. (2018). *Aumento Continuo del Parque Automotor, Un Problema que Urge Solucionar*. Lima: Cámara del Comercio Exterior.
- Post-Tensioned Concrete Girders*. (2015). California: California Departament of Transportation.
- Ravindra Suryawanshi, Y., & Bhise, M. (2013). Study of Parameters Which Affect the Strength of Concrete by External Prestressing. *International Journal of Engineering and Science*, 31-36.
- Ravindra, S. Y., & Bhise, M. (2013). Study of Parameters Which Affect the Strength of Concrete by External Prestressing. *International Journal of Engineering and Science*, 31-36.
- Rodriguez, C. Y., & Hernández, A. N. (201). *Manual báisco para el diseño y revisión de vigas de hormigón pretensado*. Cuba.
- Rolando, C. (2010). Uso de Polímeros Reforzados con Fibras (FRP) como Refuerzo Externo de Elementos de Concreto de Puentes en Costa Rica. *Programa de Ingenierpia en Infraestructura del Transporte*.
- Serquen , A. R. (2016). *Puentes con AASHTO LRFD 2014*. Lima.
- Sudhir, P., & Keshav, K. (2017). Shear and flexural behavior of prestressed and non-prestressed plain and SFRC concrete girders. *Journal of King Soud University - Engineering Sciences*, 321-328.
- Sulina, V. (2011). *Usage of Post-tensioned Structures in Saint-Petersburg*. Lapeenranta.
- Suntharavadivel, T., & Aravinthan, T. (2005). Overview of External Post-Tensioning in Bridges. *Southern Engineering Conference* (págs. 1-10). Toowoomba: Faculty of Engineering and Surveying.
- Suntharavadivet, T. G., & Aravinthan, T. (2015). Shear Strnghtening of Cracked RC Girder Using External Postensing. 1-6.

Torres, R., Díaz, M. L., & Marcial, D. (2018). Propuesta de Reforzamiento y Corrección de Patologías de Puentes de Concreto Mediante Técnicas de Pretensión Exterior. *Jornadas de Investigación y Encuentro Académico Industrial* (págs. 1-8). Venezuela: JIFI2018.

Vallecilla Bahena, C. (2009). *Puentes en Concreto Postensado*. Bogotá: Bauen.

VSL International. (1992). *External Post-tensioning*. Switzerland: VSL INTERNATIONAL LTD.

## **ANEXOS**

Anexo 1: Diseño de Vigas por Corte mediante AASHTO Standard.

Anexo 2: Diseño de Vigas por Corte mediante AASHTO LRFD.

Anexo 3: Resultados de Reforzado con Post-tensado Externo de Trayectoria Poligonal.

Anexo 4: Resultados de Reforzado con Post-tensado Externo Vertical.

## **Anexo 1**

### **Diseño de Vigas por Corte mediante AASHTO Standard**

## 1.1 Camión de Diseño C-30

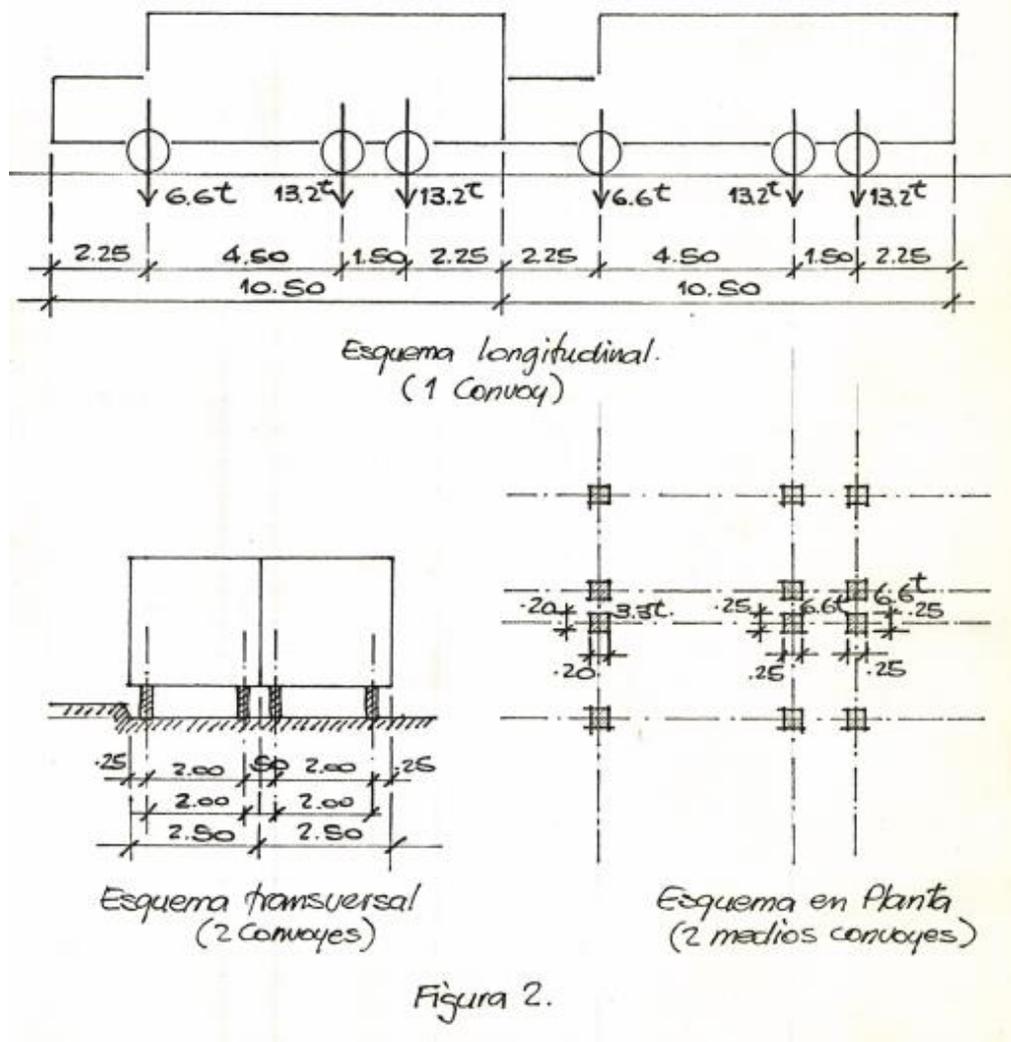


Figura 2.

## 1.2 Materiales estructurales

Concreto	$f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{compresión}$	$\sigma_{tracción}$
Cimentacion	210	94.5	23.19
Pilar	210	94.5	23.19
Estribos	210	94.5	23.19
Barandas	280	126	26.77
Sardineles	280	126	26.77
Tablero	320	144	28.62

Acero	Especificaciones	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	E
Refuerzo	G60	4200	2038901.9
Pretensor	ASTM A416-68 G270	17232.237	2003748.4

Suelo de fundación	$q_a =$	2.8	kg/cm <sup>2</sup>
--------------------	---------	-----	--------------------

### 1.3 Análisis longitudinal de tablero

#### 1.3.1 Reacción en los apoyos en Resistencia AASHTO STANDARD

Tramo	$R_A$ (Tn)	$R_B$ (Tn)
Tramo 1	179.79	179.79
Apoyo	644.79	
Tramo 2	161.3	161.3

#### 1.3.3 Esfuerzos (Servicio 1)

Viga Izquierda y Derecha Exterior

Posicion	Fibra Superior		Fibra Inferior		Condición a tracción	Condición a compresión
	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$		
0.00	-5.59	-75.33	-55.52	-88.49	ok	ok
0.98	-15.41	-65.7	-62.91	-87.22	ok	ok
1.95	-25.07	-55.81	-69.25	-88.28	ok	ok
2.93	-30.47	-49.83	-71.3	-90.23	ok	ok
3.90	-32.22	-47.22	-70.93	-92.8	ok	ok
4.88	-32.56	-46.41	-70.58	-95.16	ok	ok
5.85	-32.7	-46.08	-69.52	-96.46	ok	ok
6.83	-31.7	-46.12	-69.28	-98.7	ok	ok
7.81	-31.38	-46.95	-68.93	-100.29	ok	ok
8.78	-31.52	-47.64	-67.74	-100.4	ok	ok
9.76	-31.88	-48.4	-66.16	-99.63	ok	ok
10.73	-32.84	-49.07	-63.86	-97.43	ok	ok
11.71	-32.78	-50.21	-62.81	-96.83	ok	ok
12.68	-33.54	-51.63	-61.14	-95.22	ok	ok
13.66	-34.9	-52.87	-58.74	-92.25	ok	ok
14.64	-36.78	-54	-55.86	-88.17	ok	ok

15.61	-37.42	-55.51	-53.39	-86	ok	ok
16.59	-39.04	-57.34	-49.86	-82.69	ok	ok
17.56	-41.19	-59.05	-45.67	-78.15	ok	ok
18.54	-43.42	-60.85	-41.39	-73.28	ok	ok
19.52	-45.65	-62.79	-36.97	-68.13	ok	ok
20.49	-47.87	-64.94	-32.01	-62.23	ok	ok
21.47	-48.48	-68.23	-27.53	-57.86	ok	ok
22.44	-49.51	-72.59	-20.61	-52.33	ok	ok
23.42	-61.95	-78.02	-1.99	-36.39	ok	ok
24.39	-69.54	-84.3	11.82	-25.62	ok	ok
25.37	-74.39	-89.44	21.9	-17.8	ok	ok
26.35	-77.24	-92.79	28.02	-12.67	ok	ok
27.32	-78.4	-94.06	30.07	-10.11	no cuple	ok
28.30	-77.34	-92.98	27.51	-10.71	ok	ok
29.27	-75.65	-89.08	20.84	-13.69	ok	ok
30.25	-74.45	-81.49	9.62	-18.7	ok	ok
31.22	-65.47	-77.99	-2.84	-26.81	ok	ok
32.20	-58.42	-67.36	-19.85	-40.16	ok	ok
33.20	-62.7	-76.49	-4.68	-29.92	ok	ok
34.20	-69.77	-78.92	6.1	-23.67	ok	ok
35.20	-70.03	-85.16	15.72	-19.62	ok	ok
36.20	-70.22	-87.48	20.39	-18.05	ok	ok
37.20	-69.24	-86.83	20.29	-19.23	ok	ok
38.20	-67.02	-84.12	16.25	-22.77	ok	ok
39.20	-62.91	-79.81	8.61	-28.74	ok	ok
40.20	-54.43	-74.3	-3.24	-38.34	ok	ok
41.20	-50.39	-70.09	-11.43	-44.48	ok	ok
42.20	-48.66	-66.88	-16.57	-47.99	ok	ok
43.20	-46.88	-64.3	-20.66	-51.41	ok	ok
44.20	-45.28	-62.18	-24.11	-54.99	ok	ok
45.20	-42.6	-60.41	-28.31	-59.65	ok	ok
46.20	-41.54	-59.02	-30.96	-62.12	ok	ok
47.20	-40.64	-57.69	-32.98	-63.88	ok	ok
48.20	-40.01	-56.34	-34.61	-64.81	ok	ok
49.20	-38.63	-55.35	-37.21	-66.96	ok	ok
50.20	-38.31	-54.44	-39.02	-67.76	ok	ok
51.20	-38.18	-53.14	-40.48	-67.69	ok	ok
52.20	-36.88	-52.08	-43.4	-69.42	ok	ok
53.20	-36.61	-51.07	-45.64	-69.85	ok	ok
54.20	-36.37	-49.78	-47.82	-69.69	ok	ok
55.20	-35.66	-48.67	-50.49	-70.04	ok	ok
56.20	-34.26	-47.96	-53.14	-70.64	ok	ok
57.20	-31.59	-48.48	-54.92	-71.25	ok	ok
58.20	-25.7	-51.92	-55.13	-72.4	ok	ok

59.20	-14.99	-59.34	-53.55	-74.79	ok	ok
60.20	-4.28	-66.42	-52.57	-77.47	ok	ok

### 1.3.4 Requisito General AASHTO STANDARD

Tipo de Resistencia	Factor de Reducción $\phi$	AASHTO STANDARD FACTORES DE MODIFICACIÓN 1.5.19
Flexión	0.9	
Corte	0.85	
Compresión	0.7	

#### 1.3.4.1 Fuerza Cortante Actuante

$$V_n = 1.3 * (V_{dc} + 1.67V_{i+u}) + V_p \quad \text{AASHTO STANDARD 1.5.17}$$

$$V_{n_{\max}} = 175.5868 \quad \text{Tn}$$

$$V_{n_{\min}} = 159.1985 \quad \text{Tn}$$

$$\phi V_{n_{\max}} = 149.249 \quad \text{Tn}$$

$$\phi V_{n_{\min}} = 135.319 \quad \text{Tn}$$

#### 1.3.4.2 Condición de AASHTO STANDARD

$$v_u = v_{uc} + v_{us} \leq 10\phi\sqrt{f'c} \quad \text{AASHTO STANDARD 1.5.21 -C}$$

donde:

$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

$$v_{u_{\max}} = 313.55 \quad \text{tn/m}^2$$

$$v_{u_{\min}} = 284.28 \quad \text{tn/m}^2$$

#### 1.3.4.3 Restricciones de Esfuerzo al Cortante

**a. Esfuerzo admisible al cortante del concreto ( $v_{uc}$ )**

$$\sigma_{adm,cortante} = 2\phi\sqrt{f'c} \quad \text{AASHTO STANDARD 1.5.21}$$

$\sigma_{adm,cortate} = 90.874 \quad \text{kg/cm}^2$

**b. Esfuerzo admisible con respecto al cortante nominal**

$$V_u = V_{uc} + V_{us} \leq 10\phi\sqrt{f'c}$$

$\sigma_{adm,cortate \text{ ultimo}} = 2271.845 \quad \text{Tn/m}^2$

$V_{u_{max}} = 313.55 \quad \text{Tn/m}^2$

$V_{u_{min}} = 284.28 \quad \text{Tn/m}^2$

Condición = OK

## 1.4 Rating Factor - CSI Bridge V.20

### 1.4.1 Viga Exterior Derecha

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tnf	Tnf	Tnf	Tnf	Tnf	Unitless
1.95	1	1	0.9	-67.73	-6.53	86.78	-33.28	76.48	2.67
2.93	1	1	0.9	-61.95	-5.99	79.60	-31.71	76.48	2.78
3.90	1	1	0.9	-56.18	-5.46	72.25	-30.18	56.88	2.24
4.88	1	1	0.9	-50.42	-4.93	62.24	-28.70	56.88	2.22
5.85	1	1	0.9	-44.55	-4.39	51.04	-27.23	56.88	2.17
6.83	1	1	0.9	-38.81	-3.86	51.04	-25.86	56.88	2.52
7.81	1	1	0.9	-33.15	-3.33	40.46	-24.56	57.51	2.50
8.78	1	1	0.9	-27.42	-2.80	29.48	-23.26	58.06	2.46
9.76	1	1	0.9	-21.68	-2.27	18.43	-22.01	58.49	2.41
10.73	1	1	0.9	-15.92	-1.74	7.33	-20.84	58.80	2.33
11.71	1	1	0.9	-10.18	-1.21	7.33	-19.76	58.99	2.78
12.68	1	1	0.9	-4.51	-0.69	-3.48	-18.74	59.06	2.69
13.66	1	1	0.9	1.20	-0.16	-13.89	-17.75	78.62	3.71
14.64	1	1	0.9	6.88	0.37	-23.32	-16.91	58.87	2.53
15.61	1	1	0.9	12.62	0.90	-23.32	-16.07	58.60	3.04
16.59	1	1	0.9	18.38	1.43	-32.92	-15.25	58.23	2.96
17.56	1	1	0.9	24.11	1.96	-42.39	-14.46	57.74	2.87
18.54	1	1	0.9	29.84	2.49	-51.83	-13.68	57.14	2.75
19.52	1	1	0.9	35.58	3.02	-61.23	-12.94	56.88	2.65
20.49	1	1	0.9	41.23	3.54	-70.32	-12.23	56.88	2.56

21.47	1	1	0.9	46.97	4.07	-70.32	23.74	56.88	3.21
22.44	1	1	0.9	52.86	4.62	-83.29	-10.82	56.88	2.87
25.37	1	1	0.9	70.16	6.21	-129.32	-8.93	76.48	2.64
26.35	1	1	0.9	75.94	6.75	-114.06	29.86	76.48	3.61
27.32	1	1	0.9	81.70	7.28	-98.88	30.97	76.48	2.79
28.30	1	1	0.9	87.38	7.81	-78.95	32.00	56.88	1.27
29.27	1	1	0.9	93.17	8.34	-63.57	33.08	76.48	1.16
35.20	1	1	0.9	-82.72	-7.91	49.10	-32.23	96.07	1.69
36.20	1	1	0.9	-76.84	-7.37	67.08	-31.01	115.67	3.18
37.20	1	1	0.9	-70.90	-6.82	84.82	-29.72	115.67	4.13
38.20	1	1	0.9	-65.03	-6.28	98.06	-28.40	115.67	5.01
39.20	1	1	0.9	-59.18	-5.74	111.40	-27.04	115.67	6.00
40.20	1	1	0.9	-53.25	-5.19	133.00	10.06	96.07	2.14
41.20	1	1	0.9	-47.36	-4.64	99.98	10.79	76.48	2.64
42.20	1	1	0.9	-41.47	-4.10	75.45	11.57	56.88	2.33
43.20	1	1	0.9	-35.56	-3.55	65.43	12.37	56.88	2.47
44.20	1	1	0.9	-29.65	-3.01	55.47	13.21	56.88	2.58
45.20	1	1	0.9	-23.75	-2.46	52.99	14.08	56.88	2.14
46.20	1	1	0.9	-17.90	-1.92	40.83	14.95	56.88	2.40
47.20	1	1	0.9	-12.02	-1.38	28.63	15.86	56.88	2.63
48.20	1	1	0.9	-6.13	-0.83	16.48	16.80	56.88	2.82
49.20	1	1	0.9	-0.25	-0.29	16.48	17.76	56.88	2.31
50.20	1	1	0.9	5.62	0.25	5.87	18.79	56.88	2.40
51.20	1	1	0.9	11.48	0.79	-3.04	19.93	56.88	2.39
52.20	1	1	0.9	17.36	1.34	-3.04	21.16	56.88	1.95
53.20	1	1	0.9	23.27	1.88	-12.03	22.51	56.88	1.94

54.20	1	1	0.9	29.14	2.43	-20.87	23.93	56.88	1.93
55.20	1	1	0.9	35.03	2.97	-26.18	25.40	56.88	1.77
56.20	1	1	0.9	40.92	3.51	-31.47	26.89	56.88	1.63
57.20	1	1	0.9	46.82	4.06	-38.53	28.40	56.88	1.57
58.20	1	1	0.9	52.73	4.61	-45.49	30.03	77.10	2.17

#### 1.4.2 Viga Exterior Izquierda

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tnf	Tnf	Tnf	Tnf	Tnf	Unitless
1.95	1.00	1.00	0.90	-67.73	-6.53	86.78	-33.28	130.74	4.30
2.93	1.00	1.00	0.90	-61.95	-5.99	79.60	-31.71	117.04	4.06
3.90	1.00	1.00	0.90	-56.18	-5.46	72.25	-30.18	70.21	2.68
4.88	1.00	1.00	0.90	-50.42	-4.93	62.24	-28.70	65.63	2.53
5.85	1.00	1.00	0.90	-44.55	-4.39	51.04	-27.23	63.37	2.40
6.83	1.00	1.00	0.90	-38.81	-3.86	51.04	-25.86	62.12	2.73
7.81	1.00	1.00	0.90	-33.15	-3.33	40.46	-24.56	61.02	2.65
8.78	1.00	1.00	0.90	-27.42	-2.80	29.48	-23.26	60.08	2.55
9.76	1.00	1.00	0.90	-21.68	-2.27	18.43	-22.01	59.35	2.45
10.73	1.00	1.00	0.90	-15.92	-1.74	7.33	-20.84	58.78	2.32
11.71	1.00	1.00	0.90	-10.18	-1.21	7.33	-19.76	58.88	2.77
12.68	1.00	1.00	0.90	-4.51	-0.69	-3.48	-18.74	58.91	2.68
13.66	1.00	1.00	0.90	1.20	-0.16	-13.89	-17.75	78.49	3.70
14.64	1.00	1.00	0.90	6.88	0.37	-23.32	-16.91	58.81	2.53
15.61	1.00	1.00	0.90	12.62	0.90	-23.32	-16.07	58.68	3.04
16.59	1.00	1.00	0.90	18.38	1.43	-32.92	-15.25	58.49	2.98

17.56	1.00	1.00	0.90	24.11	1.96	-42.39	-14.46	58.24	2.90
18.54	1.00	1.00	0.90	29.84	2.49	-51.83	-13.68	57.93	2.81
19.52	1.00	1.00	0.90	35.58	3.02	-61.23	-12.94	57.57	2.70
20.49	1.00	1.00	0.90	41.23	3.54	-70.32	-12.23	57.16	2.58
21.47	1.00	1.00	0.90	46.97	4.07	-70.32	23.74	57.89	3.25
22.44	1.00	1.00	0.90	52.86	4.62	-83.29	-10.82	59.47	3.11
25.37	1.00	1.00	0.90	70.16	6.21	-129.32	28.71	104.86	5.50
26.35	1.00	1.00	0.90	75.94	6.75	-114.06	29.86	111.64	4.79
27.32	1.00	1.00	0.90	81.70	7.28	-98.88	30.97	111.30	3.91
28.30	1.00	1.00	0.90	87.38	7.81	-78.95	32.00	116.46	3.13
29.27	1.00	1.00	0.90	93.17	8.34	-63.57	33.08	123.70	2.59
30.25	1.00	1.00	0.90	98.93	8.87	-48.70	34.27	116.85	1.69
34.20	1.00	1.00	0.90	-88.62	-8.46	35.59	-33.39	116.46	1.65
35.20	1.00	1.00	0.90	-82.72	-7.91	49.10	-32.23	142.58	3.14
36.20	1.00	1.00	0.90	-76.84	-7.37	67.08	-31.01	197.96	5.83
37.20	1.00	1.00	0.90	-70.90	-6.82	84.82	-29.72	172.93	6.06
38.20	1.00	1.00	0.90	-65.03	-6.28	98.06	-28.40	175.37	7.12
39.20	1.00	1.00	0.90	-59.18	-5.74	111.40	-27.04	147.91	7.19
40.20	1.00	1.00	0.90	-53.25	-5.19	133.00	10.06	123.15	4.83
41.20	1.00	1.00	0.90	-47.36	-4.64	99.98	10.79	82.87	3.23
42.20	1.00	1.00	0.90	-41.47	-4.10	75.45	11.57	62.29	2.80
43.20	1.00	1.00	0.90	-35.56	-3.55	65.43	12.37	60.94	2.80
44.20	1.00	1.00	0.90	-29.65	-3.01	55.47	13.21	60.06	2.82
45.20	1.00	1.00	0.90	-23.75	-2.46	52.99	14.08	59.36	2.32
46.20	1.00	1.00	0.90	-17.90	-1.92	40.83	14.95	58.97	2.54
47.20	1.00	1.00	0.90	-12.02	-1.38	28.63	15.86	59.20	2.77

48.20	1.00	1.00	0.90	-6.13	-0.83	16.48	16.80	59.57	2.98
49.20	1.00	1.00	0.90	-0.25	-0.29	16.48	17.76	59.69	2.46
50.20	1.00	1.00	0.90	5.62	0.25	5.87	18.79	60.16	2.58
51.20	1.00	1.00	0.90	11.48	0.79	-3.04	19.93	60.80	2.59
52.20	1.00	1.00	0.90	17.36	1.34	-3.04	21.16	61.46	2.16
53.20	1.00	1.00	0.90	23.27	1.88	-12.03	22.51	62.97	2.22
54.20	1.00	1.00	0.90	29.14	2.43	-20.87	23.93	84.90	3.10
55.20	1.00	1.00	0.90	35.03	2.97	-26.18	25.40	68.48	2.23
56.20	1.00	1.00	0.90	40.92	3.51	-31.47	26.89	73.13	2.24
57.20	1.00	1.00	0.90	46.82	4.06	-38.53	28.40	99.77	3.08
58.20	1.00	1.00	0.90	52.73	4.61	-45.49	30.03	132.46	4.02

---

## **Anexo 2**

### **Diseño de Vigas por Corte mediante AASHTO LRFD**

## 1.1 Análisis al Cortante AASHTO LRFD 2018

### 1.1.1 Regiones que Requieren Reforzamiento Transversal

$$V_u > 0.5\phi(V_c + V_p)$$

Estación (m)	Vu (tn)	Vc (tn)	Vp (tn)	Condición
1.95	-61.16	19.66	-93.21	Necesita Reforzamiento Transversal
2.93	-51.93	19.66	-81.93	Necesita Reforzamiento Transversal
3.90	-41.76	19.66	-70.49	Necesita Reforzamiento Transversal
4.88	-45.93	19.66	-70.48	Necesita Reforzamiento Transversal
5.85	-39.45	19.66	-59.04	Necesita Reforzamiento Transversal
6.83	-22.07	19.66	-48.05	Necesita Reforzamiento Transversal
7.81	-14.17	20.35	-37.06	Necesita Reforzamiento Transversal
8.78	-16.36	20.96	-37.05	Necesita Reforzamiento Transversal
9.76	-7.11	21.44	-26.28	Necesita Reforzamiento Transversal
10.73	2.28	21.79	-15.66	Necesita Reforzamiento Transversal
11.71	22.09	22.00	-5.29	Cumple
12.68	21.18	22.08	-5.29	Cumple
13.66	31.81	22.04	4.53	Cumple
14.64	42.45	21.86	13.38	Cumple
15.61	61.87	21.57	22.16	Cumple
16.59	72.38	21.15	30.75	Cumple
17.56	74.47	20.61	30.74	Cumple
18.54	85.15	19.94	39.21	Cumple
19.52	95.83	19.66	47.53	Cumple
20.49	106.49	19.66	55.63	Cumple
21.47	124.88	19.66	63.52	Cumple
22.44	196.83	19.66	135.63	Cumple
23.42	138.40	19.66	135.60	Cumple
24.39	144.90	19.66	116.08	Cumple
25.37	150.81	19.66	97.26	Cumple
26.35	156.76	19.66	78.73	Cumple
27.32	163.00	19.66	60.65	Cumple

28.30	191.03	19.66	60.71	Cumple
29.27	197.32	19.66	43.00	Cumple
30.25	203.35	19.66	25.71	Cumple
34.20	-75.59	19.66	-28.77	Necesita Reforzamiento Transversal
35.20	-76.36	19.66	-47.21	Necesita Reforzamiento Transversal
36.20	-55.03	19.66	-47.22	Necesita Reforzamiento Transversal
37.20	-52.03	19.66	-65.25	Necesita Reforzamiento Transversal
38.20	-52.39	19.66	-82.89	Necesita Reforzamiento Transversal
39.20	-35.02	19.66	-82.89	Necesita Reforzamiento Transversal
40.20	-28.21	19.66	-99.93	Cumple
41.20	-3.24	19.66	-54.68	Cumple
42.20	-4.82	19.66	-44.29	Cumple
43.20	-3.60	19.66	-44.28	Cumple
44.20	8.09	19.66	-34.12	Cumple
45.20	25.77	19.66	-24.17	Cumple
46.20	25.68	19.66	-14.38	Cumple
47.20	35.63	19.66	-14.38	Cumple
48.20	45.66	19.66	-4.77	Cumple
49.20	64.08	19.66	3.54	Cumple
50.20	65.95	19.66	3.54	Cumple
51.20	76.20	19.66	10.43	Cumple
52.20	93.28	19.66	17.23	Cumple
53.20	96.85	19.66	23.87	Cumple
54.20	107.64	19.66	23.86	Cumple
55.20	121.85	19.66	30.38	Cumple
56.20	136.10	19.66	36.81	Cumple
57.20	142.86	19.66	36.81	Cumple
58.20	156.10	19.66	43.02	Cumple

### 1.1.2 Reforzamiento Transversal mínimo

$$A_v = 0.0316\sqrt{f'c} \frac{b_v s}{f_y}$$

Artículo 5.8.2.5  
AASHTO LRFD  
2014

f'c =	320	kg/cm2 =	4.55	ksi
bv =	40	cm =	15.75	in
s =	30	cm =	11.81	in

$$\begin{array}{lclcl}
 f_y = & 4200 & \text{kg/cm}^2 = & 59.72 & \text{ksi} \\
 A_v = & 0.2099 & \text{in}^2 & & \\
 A_v = & 1.3544 & \text{cm}^2 & & 
 \end{array}$$

### 1.1.3 Máximo Espaciamiento de Reforzamiento Transversal

		Artículo 5.8.2.7-1 AASHTO LRFD 2014
Si:	$v_u < 0.125f'c$	
Entonces:	$s_{max} = 0.8d_v \leq 24.0 \text{ in}$	
	$v_u \geq 0.125f'c$	Artículo 5.8.2.7-2 AASHTO LRFD 2014
Si:		
Entonces:	$s_{max} = 0.4d_v \leq 24.0 \text{ in}$	

$v_u$ (ksi)	0.125f'c	Condición	dv (m)	smax (m)
0.075	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.072	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.072	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.058	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.045	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.070	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.064	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.23	0.61
0.056	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.27	0.61
0.055	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.30	0.61
0.054	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.32	0.61
0.089	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.33	0.61
0.086	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.33	0.61

0.092	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.33	0.61
0.101	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.32	0.61
0.139	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.30	0.61
0.148	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.28	0.61
0.155	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.25	0.61
0.166	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.21	0.61
0.176	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.187	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.225	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.248	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.054	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.134	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.210	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.285	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.360	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.453	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.527	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.598	0.569	Artículo 5.8.2.7-2	1.19	0.48
0.165	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.112	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.042	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.022	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61

0.074	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.131	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.205	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.153	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.116	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.120	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.129	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.158	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.128	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.161	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.166	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.202	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.208	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.222	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.258	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.250	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.286	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.314	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.342	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.364	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61
0.390	0.569	Artículo 5.8.7.2.-1	1.19	0.61

---

### 1.1.4 Esfuerzo de Cortante en el concreto

AASHTO 5.8.2.9  
2014

$$v_u = \frac{|V_u - \phi V_p|}{\phi b_v d_v}$$

donde: 
$$d_v = \frac{M_n}{A_s f_y + A_{ps} f_{ps}}$$

ademas: 
$$d_v < 0.72h \text{ o } < 0.9d_e = \frac{A_{ps} f_{ps} d_p + A_s f_y d_s}{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}$$

Es =	2038901.9	kg/cm <sup>2</sup>
As =	1.267	cm <sup>2</sup>
Ep =	2003748.4	kg/cm <sup>2</sup>
Aps =	8.867	cm <sup>2</sup>
fpo =	132880.16	tn/m <sup>2</sup>
fy =	4200	kg/cm <sup>2</sup>
fps =	17232.237	kg/cm <sup>2</sup>
dp =	1	m
ds =	1.5592	m
de =	1.019	m
0.9de =	0.917	m

$$d_v < 1.19 \text{ o } < 0.917$$

Finalmente:

Estación	Vu (tn)	ΦVp (tn)	bv (m)	dv (m)	vu (tn/m)	vu (kg/cm)
1.95	-61.16	-83.89	0.40	1.19	53.05	5.31
2.93	-51.93	-73.73	0.40	1.19	50.91	5.09
3.90	-41.76	-63.44	0.40	1.19	50.61	5.06
4.88	-45.93	-63.43	0.40	1.19	40.85	4.09
5.85	-39.45	-53.14	0.40	1.19	31.94	3.19
6.83	-22.07	-43.25	0.40	1.19	49.45	4.94
7.81	-14.17	-33.36	0.40	1.19	44.78	4.48
8.78	-16.36	-33.35	0.40	1.19	39.65	3.96
9.76	-7.11	-23.65	0.40	1.19	38.63	3.86
10.73	2.28	-14.09	0.40	1.19	38.23	3.82
11.71	22.09	-4.76	0.40	1.19	62.67	6.27
12.68	21.18	-4.76	0.40	1.19	60.55	6.05
13.66	31.81	4.08	0.40	1.19	64.72	6.47
14.64	42.45	12.05	0.40	1.19	70.98	7.10
15.61	61.87	19.94	0.40	1.19	97.87	9.79

16.59	72.38	27.68	0.40	1.19	104.36	10.44
17.56	74.47	27.67	0.40	1.19	109.25	10.93
18.54	85.15	35.29	0.40	1.19	116.39	11.64
19.52	95.83	42.78	0.40	1.19	123.83	12.38
20.49	106.49	50.07	0.40	1.19	131.71	13.17
21.47	124.88	57.17	0.40	1.19	158.06	15.81
22.44	196.83	122.07	0.40	1.19	174.52	17.45
23.42	138.40	122.04	0.40	1.19	38.18	3.82
24.39	144.90	104.48	0.40	1.19	94.36	9.44
25.37	150.81	87.54	0.40	1.19	147.69	14.77
26.35	156.76	70.86	0.40	1.19	200.53	20.05
27.32	163.00	54.59	0.40	1.19	253.07	25.31
28.30	191.03	54.64	0.40	1.19	318.37	31.84
29.27	197.32	38.70	0.40	1.19	370.27	37.03
30.25	203.35	23.14	0.40	1.19	420.67	42.07
34.20	-75.59	-25.89	0.40	1.19	116.01	11.60
35.20	-76.36	-42.49	0.40	1.19	79.05	7.91
36.20	-55.03	-42.49	0.40	1.19	29.26	2.93
37.20	-52.03	-58.73	0.40	1.19	15.63	1.56
38.20	-52.39	-74.60	0.40	1.19	51.85	5.19
39.20	-35.02	-74.60	0.40	1.19	92.40	9.24
40.20	-28.21	-89.94	0.40	1.19	144.08	14.41
41.20	-3.24	-49.21	0.40	1.19	107.31	10.73
42.20	-4.82	-39.86	0.40	1.19	81.80	8.18
43.20	-3.60	-39.85	0.40	1.19	84.62	8.46
44.20	8.09	-30.71	0.40	1.19	90.57	9.06
45.20	25.77	-21.76	0.40	1.19	110.93	11.09
46.20	25.68	-12.94	0.40	1.19	90.16	9.02
47.20	35.63	-12.94	0.40	1.19	113.37	11.34
48.20	45.66	-4.29	0.40	1.19	116.60	11.66
49.20	64.08	3.19	0.40	1.19	142.15	14.21
50.20	65.95	3.18	0.40	1.19	146.50	14.65
51.20	76.20	9.39	0.40	1.19	155.95	15.60
52.20	93.28	15.51	0.40	1.19	181.55	18.15
53.20	96.85	21.48	0.40	1.19	175.95	17.59
54.20	107.64	21.47	0.40	1.19	201.13	20.11
55.20	121.85	27.34	0.40	1.19	220.61	22.06
56.20	136.10	33.13	0.40	1.19	240.35	24.03
57.20	142.86	33.13	0.40	1.19	256.15	25.61
58.20	156.10	38.72	0.40	1.19	274.00	27.40

---

### 1.1.5 Resistencia Nominal a la Cortante

$$V_n = V_c + V_s + V_p$$

#### 1.1.5.1 Resistencia Nominal al Cortante Aportado por el Concreto

##### 1.1.5.1.1 Procedimiento General

Si contiene el refuerzo mínimo:  $\beta = \frac{4.8}{(1 + 750\varepsilon_s)}$  AASTHO LRFD 2018 5.8.3.4.2-1

Si no contiene el refuerzo mínimo:  $\beta = \frac{4.8}{(1 + 750\varepsilon_s)} \frac{51}{(39 + s_{xe})}$  AASTHO LRFD 2018 5.8.3.4.2-2

Para ambos casos:  $\theta = 29 + 3500\varepsilon_s$  AASTHO LRFD 2018 5.8.3.4.2-3

donde:  $\varepsilon_s = \frac{\frac{|M_u|}{d_v} + 0.5N_u + |V_u - V_p| - A_{ps}f_{po}}{E_s A_s + E_p A_{ps}}$  AASTHO LRFD 2018 5.8.3.4.2-4  
Esfuerzo de tensión Longitudinal

$$s_{xe} = s_x \frac{1.38}{a_g + 0.63}$$
 AASTHO LRFD 2018 5.8.3.4.2-5

donde:  $12.0 \text{ in} \leq s_{xe} \leq 80.0 \text{ in}$

Finalmente:  $V_c = 0.0316\beta\sqrt{f'}cb_vd_v$

#### a. Cálculo de Tensión Longitudinal

$E_s =$	2038901.9	kg/cm <sup>2</sup>
$A_s =$	1.267	cm <sup>2</sup> 1/2"
$E_p =$	2003748.4	kg/cm <sup>2</sup>
$A_{ps} =$	8.867	cm <sup>2</sup>
$f_{po} =$	132880.16	tn/m <sup>2</sup>

#### b. Parámetro de espaciamiento de agrietamiento

$s_x =$	12.00	in
$a_g =$	0.50	in
$s_{xe} =$	14.65	in

*Viga Externa Izquierda*

<b>Estación</b>	<b>Vu (tn)</b>	<b>Un (tn)</b>	<b>Mu (tn-m)</b>	<b>Vp (tn)</b>	<b>dv (m)</b>	<b><math>\epsilon_s</math></b>	<b>dv (m)</b>	<b>bv (m)</b>	<b><math>\beta</math></b>	<b>Vc (ksi)</b>	<b>Vc (tn)</b>
1.95	-71.67	29.82	323.70	-93.21	1.19	0.0094	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
2.93	-147.03	-23.87	232.55	-81.93	1.19	0.0064	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
3.90	-136.21	-20.94	299.28	-70.49	1.19	0.0093	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
4.88	-137.69	-7.93	363.28	-70.48	1.19	0.0123	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
5.85	-116.46	-16.90	413.37	-59.04	1.19	0.0137	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
6.83	-106.75	-15.44	460.98	-48.05	1.19	0.0158	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
7.81	-97.62	-13.99	502.40	-37.06	1.19	0.0176	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
8.78	-99.51	-4.64	542.01	-37.05	1.19	0.0195	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
9.76	-90.58	-1.65	570.98	-26.28	1.19	0.0209	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
10.73	-71.27	-11.80	589.74	-15.66	1.19	0.0210	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
11.71	-62.66	-11.18	606.57	-5.29	1.19	0.0218	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
12.68	-63.95	-1.89	623.20	-5.29	1.19	0.0228	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
13.66	-54.52	-1.53	627.45	4.53	1.19	0.0230	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
14.64	-37.27	-10.61	620.28	13.38	1.19	0.0221	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
15.61	-28.94	-10.80	612.59	22.16	1.19	0.0218	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
16.59	-20.67	-10.96	598.77	30.75	1.19	0.0212	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
17.56	-20.96	-3.58	583.83	30.74	1.19	0.0208	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
18.54	-12.68	-3.35	555.78	39.21	1.19	0.0196	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
19.52	-4.40	-2.10	522.89	47.53	1.19	0.0183	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
20.49	11.71	-11.60	482.20	55.63	1.19	0.0160	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
21.47	16.49	-10.93	438.19	63.52	1.19	0.0143	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
22.44	27.48	-12.21	387.12	135.63	1.19	0.0152	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
23.42	50.69	-5.33	332.37	135.60	1.19	0.0120	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97

24.39	53.07	-9.98	268.05	116.08	1.19	0.0081	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
25.37	146.48	17.26	595.82	97.26	1.19	0.0217	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
26.35	150.82	16.50	481.29	78.73	1.19	0.0180	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
27.32	65.55	-17.56	39.15	60.65	1.19	0.0040	1.19	0.4	1.4038	69.82	153.95
28.30	182.22	24.98	236.07	60.71	1.19	0.0105	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
29.27	186.51	24.10	113.69	43.00	1.19	0.0065	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
30.25	190.94	23.47	196.30	25.71	1.19	0.0110	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
34.20	-68.79	23.27	47.55	-28.77	1.19	0.0040	1.19	0.4	1.1406	56.73	125.08
35.20	-64.77	20.29	101.67	-47.21	1.19	0.0040	1.19	0.4	1.1406	56.73	125.08
36.20	-42.58	27.69	218.81	-47.22	1.19	0.0042	1.19	0.4	1.1086	55.13	121.58
37.20	-42.11	22.88	337.00	-65.25	1.19	0.0098	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
38.20	-41.14	17.76	445.79	-82.89	1.19	0.0151	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
39.20	-16.04	28.71	544.42	-82.89	1.19	0.0207	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
40.20	-52.04	19.75	631.99	-99.93	1.19	0.0231	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
41.20	-18.71	16.81	709.02	-54.68	1.19	0.0257	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
42.20	-88.28	-14.38	236.60	-44.29	1.19	0.0058	1.19	0.4	0.8542	42.48	93.67
43.20	-86.59	-7.89	280.73	-44.28	1.19	0.0077	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
44.20	-68.64	-12.70	313.28	-34.12	1.19	0.0085	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
45.20	-58.81	-11.88	341.96	-24.17	1.19	0.0097	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
46.20	-48.98	-11.07	364.20	-14.38	1.19	0.0107	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
47.20	-48.75	-2.62	381.22	-14.38	1.19	0.0116	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
48.20	-30.37	-9.63	389.37	-4.77	1.19	0.0113	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
49.20	-21.71	-9.13	392.29	3.54	1.19	0.0114	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
50.20	-19.99	-1.00	392.21	3.54	1.19	0.0115	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
51.20	-4.58	-8.42	378.81	10.43	1.19	0.0104	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
52.20	3.60	-8.32	362.39	17.23	1.19	0.0096	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
53.20	11.58	-8.39	339.52	23.87	1.19	0.0086	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97

54.20	15.60	-4.49	312.09	23.86	1.19	0.0074	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
55.20	26.22	-7.47	274.97	30.38	1.19	0.0056	1.19	0.4	0.8793	43.73	96.42
56.20	119.56	8.92	519.49	36.81	1.19	0.0199	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
57.20	125.04	14.76	413.36	36.81	1.19	0.0160	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
58.20	138.22	11.44	290.81	43.02	1.19	0.0112	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97

***Viga Externa Derecha***

<b>Estación</b>	<b>Vu (tn)</b>	<b>Un (tn)</b>	<b>Mu (tn-m)</b>	<b>Vp (tn)</b>	<b>dv (m)</b>	<b><math>\xi_s</math></b>	<b>dv (m)</b>	<b>bv (m)</b>	<b><math>\beta</math></b>	<b>Vc (ksi)</b>	<b>Vc (tn)</b>
1.95	-160.71	29.82	323.70	-93.24	1.19	0.0116	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
2.93	-147.03	24.79	458.95	-81.93	1.19	0.0170	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
3.90	-136.21	20.94	583.83	-70.49	1.19	0.0221	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
4.88	-137.69	29.16	700.27	-70.48	1.19	0.0272	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
5.85	-116.46	16.90	800.55	-59.04	1.19	0.0306	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
6.83	-29.08	15.44	891.62	-47.99	1.19	0.0324	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
7.81	-21.40	13.99	970.98	-37.04	1.19	0.0355	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
8.78	-24.08	20.95	1042.56	-37.05	1.19	0.0385	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
9.76	-15.73	23.13	1097.87	-26.28	1.19	0.0407	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
10.73	3.14	11.80	1142.71	-15.65	1.19	0.0427	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
11.71	11.42	11.18	1178.70	-5.30	1.19	0.0441	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
12.68	10.85	19.24	1208.98	-5.30	1.19	0.0455	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
13.66	21.10	19.58	1219.95	4.54	1.19	0.0460	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
14.64	39.26	10.61	1219.95	13.42	1.19	0.0462	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
15.61	48.58	10.80	1214.30	22.19	1.19	0.0460	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
16.59	57.89	10.96	1198.06	30.79	1.19	0.0454	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97

17.56	58.72	18.59	1176.67	30.80	1.19	0.0447	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
18.54	68.19	19.10	1137.86	39.28	1.19	0.0432	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
19.52	77.68	20.45	1088.68	47.62	1.19	0.0412	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
20.49	95.09	11.60	1030.02	55.77	1.19	0.0390	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
21.47	101.24	12.91	962.92	63.58	1.19	0.0362	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
22.44	113.64	12.21	884.99	135.77	1.19	0.0322	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
23.42	50.69	20.18	800.10	135.60	1.19	0.0320	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
24.39	53.07	17.88	702.02	116.08	1.19	0.0268	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
25.37	146.48	17.26	595.82	97.26	1.19	0.0217	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
26.35	150.82	16.50	481.29	78.73	1.19	0.0181	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
27.32	159.54	17.56	361.01	60.73	1.19	0.0144	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
28.30	182.22	24.98	236.07	60.71	1.19	0.0106	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
29.27	186.51	24.10	190.69	43.00	1.19	0.0097	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
30.25	190.94	23.47	219.54	25.71	1.19	0.0120	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
34.20	-162.19	23.27	177.27	-28.77	1.19	0.0087	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
35.20	-156.27	20.29	144.91	-47.21	1.19	0.0061	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
36.20	-132.17	27.69	218.81	-47.20	1.19	0.0081	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
37.20	-130.03	22.88	337.00	-65.32	1.19	0.0119	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
38.20	-127.33	17.76	445.79	-82.90	1.19	0.0153	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
39.20	-16.04	28.71	544.42	-82.89	1.19	0.0207	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
40.20	-52.04	19.75	631.99	-99.93	1.19	0.0232	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
41.20	-100.17	16.81	709.02	-54.71	1.19	0.0262	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
42.20	-8.26	14.38	775.10	-44.24	1.19	0.0284	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
43.20	-7.96	19.02	832.64	-44.25	1.19	0.0309	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
44.20	8.72	12.70	874.46	-34.08	1.19	0.0328	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
45.20	17.33	11.88	906.79	-24.15	1.19	0.0340	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
46.20	26.02	11.07	928.03	-14.37	1.19	0.0349	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97

47.20	25.18	17.96	939.75	-14.37	1.19	0.0355	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
48.20	43.60	9.63	940.06	-4.77	1.19	0.0357	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
49.20	52.49	9.13	929.28	3.54	1.19	0.0353	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
50.20	54.54	16.11	908.95	3.54	1.19	0.0347	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
51.20	70.43	8.42	871.12	10.44	1.19	0.0334	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
52.20	79.47	8.32	825.26	17.24	1.19	0.0316	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
53.20	88.88	8.39	767.98	23.90	1.19	0.0294	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
54.20	95.08	12.70	700.06	23.90	1.19	0.0270	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
55.20	107.95	10.23	615.85	30.42	1.19	0.0237	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
56.20	119.56	8.92	519.49	36.81	1.19	0.0200	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
57.20	125.04	14.76	413.36	36.81	1.19	0.0160	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97
58.20	138.22	11.44	290.81	43.02	1.19	0.0112	1.19	0.4	0.8295	41.25	90.97

---

### 1.1.5.1 Resistencia Nominal al Cortante Aportado por el Acero de Refuerzo

$$V_s = \frac{A_v f_y d_v \cot \theta}{s}$$

AASTHO LRFD 2018 C5.8.3.4.3-1

#### *Viga Exterior Izquierda y Derecha*

Estación	dv (m)	Θ	s (m)	Vs (tnf)
1.95	1.19	50.00	0.3	18.93
2.93	1.19	50.00	0.3	18.93
3.90	1.19	50.00	0.3	18.93
4.88	1.19	50.00	0.3	18.93
5.85	1.19	50.00	0.3	18.93
6.83	1.19	50.00	0.3	18.93
7.81	1.19	50.00	0.3	18.93
8.78	1.19	50.00	0.3	18.93
9.76	1.19	50.00	0.3	18.93
10.73	1.19	50.00	0.3	18.93
11.71	1.19	50.00	0.3	18.93
12.68	1.19	50.00	0.3	18.93
13.66	1.19	50.00	0.3	18.93
14.64	1.19	50.00	0.3	18.93
15.61	1.19	50.00	0.3	18.93
16.59	1.19	50.00	0.3	18.93
17.56	1.19	50.00	0.3	18.93
18.54	1.19	50.00	0.3	18.93
19.52	1.19	50.00	0.3	18.93
20.49	1.19	50.00	0.3	18.93
21.47	1.19	50.00	0.3	18.93
22.44	1.19	50.00	0.3	18.93
23.42	1.19	50.00	0.3	18.93
24.39	1.19	50.00	0.3	18.93
25.37	1.19	50.00	0.3	18.93
26.35	1.19	50.00	0.3	18.93
27.32	1.19	43.00	0.3	24.20
28.30	1.19	50.00	0.3	18.93
29.27	1.19	50.00	0.3	18.93
30.25	1.19	50.00	0.3	18.93
34.20	1.19	43.00	0.3	24.20
35.20	1.19	43.00	0.3	24.20
36.20	1.19	43.54	0.3	23.75
37.20	1.19	50.00	0.3	18.93

38.20	1.19	50.00	0.3	18.93
39.20	1.19	50.00	0.3	18.93
40.20	1.19	50.00	0.3	18.93
41.20	1.19	50.00	0.3	18.93
42.20	1.19	49.26	0.3	19.44
43.20	1.19	50.00	0.3	18.93
44.20	1.19	50.00	0.3	18.93
45.20	1.19	50.00	0.3	18.93
46.20	1.19	50.00	0.3	18.93
47.20	1.19	50.00	0.3	18.93
48.20	1.19	50.00	0.3	18.93
49.20	1.19	50.00	0.3	18.93
50.20	1.19	50.00	0.3	18.93
51.20	1.19	50.00	0.3	18.93
52.20	1.19	50.00	0.3	18.93
53.20	1.19	50.00	0.3	18.93
54.20	1.19	50.00	0.3	18.93
55.20	1.19	48.55	0.3	19.93
56.20	1.19	50.00	0.3	18.93
57.20	1.19	50.00	0.3	18.93
58.20	1.19	50.00	0.3	18.93

### 1.5.1.3 Cálculo de Cortante Resistente

$$V_n = V_c + V_s + V_p$$

Viga General

Estación	Vc	Vs	Vp	Vn
1.95	90.97	18.93	-93.24	203.14
2.93	90.97	18.93	-81.93	191.83
3.90	90.97	18.93	-70.49	180.39
4.88	90.97	18.93	-70.48	180.38
5.85	90.97	18.93	-59.04	168.94
6.83	90.97	18.93	-47.99	157.89
7.81	90.97	18.93	-37.04	146.94
8.78	90.97	18.93	-37.05	146.95
9.76	90.97	18.93	-26.28	136.18
10.73	90.97	18.93	-15.65	125.56
11.71	90.97	18.93	-5.30	115.20
12.68	90.97	18.93	-5.30	115.20
13.66	90.97	18.93	4.54	114.44

14.64	90.97	18.93	13.42	123.32
15.61	90.97	18.93	22.19	132.09
16.59	90.97	18.93	30.79	140.70
17.56	90.97	18.93	30.80	140.70
18.54	90.97	18.93	39.28	149.18
19.52	90.97	18.93	47.62	157.52
20.49	90.97	18.93	55.77	165.67
21.47	90.97	18.93	63.58	173.48
22.44	90.97	18.93	135.77	245.67
23.42	90.97	18.93	135.60	245.51
24.39	90.97	18.93	116.08	225.99
25.37	90.97	18.93	97.26	207.17
26.35	90.97	18.93	78.73	188.63
27.32	153.95	24.20	60.73	238.87
28.30	90.97	18.93	60.71	170.61
29.27	90.97	18.93	43.00	152.90
30.25	90.97	18.93	25.71	135.61
34.20	125.08	24.20	-28.77	178.05
35.20	125.08	24.20	-47.21	196.49
36.20	121.58	23.75	-47.20	192.52
37.20	90.97	18.93	-65.32	175.22
38.20	90.97	18.93	-82.90	192.81
39.20	90.97	18.93	-82.89	192.80
40.20	90.97	18.93	-99.93	209.83
41.20	90.97	18.93	-54.71	164.61
42.20	93.67	19.44	-44.24	157.35
43.20	90.97	18.93	-44.25	154.15
44.20	90.97	18.93	-34.08	143.98
45.20	90.97	18.93	-24.15	134.06
46.20	90.97	18.93	-14.37	124.27
47.20	90.97	18.93	-14.37	124.27
48.20	90.97	18.93	-4.77	114.67
49.20	90.97	18.93	3.54	113.44
50.20	90.97	18.93	3.54	113.44
51.20	90.97	18.93	10.44	120.35
52.20	90.97	18.93	17.24	127.14
53.20	90.97	18.93	23.90	133.80
54.20	90.97	18.93	23.90	133.80
55.20	96.42	19.93	30.42	146.77
56.20	90.97	18.93	36.81	146.71
57.20	90.97	18.93	36.81	146.71
58.20	90.97	18.93	43.02	152.92

---

### 1.1.6 Reforzamiento Longitudinal

$$A_{ps}f_{ps} + A_s f_y \geq \frac{|M_u|}{d_v \Phi_f} + 0.5 \frac{N_u}{\Phi_c} + \left( \left| \frac{V_u}{\Phi_v} - V_p \right| - 0.5 V_s \right) \cot \theta \quad \text{AASHTO LRFD 2018 5.8.3.5-1}$$

$$A_{ps}f_{ps} + A_s f_y \geq \left( \frac{V_u}{\Phi_v} - 0.5 V_s - V_p \right) \cot \theta \quad \text{AASHTO LRFD 2018 5.8.3.5-2}$$

Es =	2038901.9	kg/cm2
As =	1.267	cm2
Ep =	2003748.4	kg/cm2
Aps =	8.867	cm2
fpo =	132880.16	tn/m2
fy =	4200	kg/cm2
fps =	17232.237	kg/cm2
Aps*fps+As*fy =	158.118674	tn
Φ <sub>f</sub> =	0.9	
Φ <sub>v</sub> =	0.75	
Φ <sub>c</sub> =	0	

Estación	Vu (tn)	Un (tn)	Mu (tn-m)	Vs	dv (m)	cotθ	Condición 1	
							AASHTO LRFD 5.8.3.5-1	Estado
Mu <sub>max</sub> extramo1 =	-38.29	16.21395	238.228848	18.93	1.19	0.84	260.99	No Cumple
Mu <sub>max</sub> extramo2 =	-83.84	16.175325	245.904741	18.93	1.19	0.84	310.61	No Cumple

Estación	Vu (tn)	Un (tn)	Mu (tn-m)	Vs	dv (m)	cotθ	Condición 2	
							AASHTO LRFD 5.8.3.5-2	Estado
Mu <sub>centrodeluz</sub> antes =	183.01563	15.01545	199.002789	18.93	1.19	0.84	141.12	Cumple
Mu <sub>centro de luz</sub> despues =	-83.83626	16.175325	245.904741	18.93	1.19	0.84	-61.96	Cumple

### 1.1.7 Interface de Transferencia de Corte - Cortante por Fricción

$$\phi V_{ni} \geq V_{ui} \quad \text{AASTHO LRFD 2018 5.8.4.1-2}$$

#### 1.1.7.1 Resistencia Nominal del plano de interface

$$V_{ni} = cA_{cv} + \mu(A_{vf}f_y + P_c) \quad \text{AASTHO LRFD 2018 5.8.4.1-3}$$

donde:  $A_{cv} = b_{vi}L_{vi}$  AASTHO LRFD 2018 5.8.4.1-6

Factores de Cohesión y Fricción para Losas Vaciadas In Situ AASTHO LRFD 2018 5.8.4.3

c	0.28	ksi
$\mu$	1	
K1=	0.3	
k2=	1.8	

Entonces:

c =	0.28	ksi
$A_{cv}$ =	188.98	in <sup>2</sup> /ft
$\mu$ =	1	
$A_{vf}$ =	0.11	in <sup>2</sup> /ft
$f_y$ =	59.74	ksi
$P_c$ =	0	Kip
$V_{ni}$ =	59.51	kip
$V_{ni}$ =	26.99	tn

La resistencia nominal al cortante  $V_{ni}$ , no debe ser mayor al menor de:

$$V_{ni} \leq K_1 f' c A_{cv} \quad \text{AASTHO LRFD 2018 5.8.4.1-4}$$

$$V_{ni} \leq K_2 A_{cv} \quad \text{AASTHO LRFD 2018 5.8.4.1-5}$$

$$V_{ni} \leq K_1 f' c A_{cv} = 0.3 * 4.52 * 188.98 = 257.98 \quad \text{kip}$$

$$V_{ni} \leq K_2 A_{cv} = 1.8 * 188.98 = 340.16 \quad \text{kip}$$

### 1.1.7.2 Resistencia Factorada del plano de interface

$$v_{ui} = \frac{V_u}{b_{vi}d_v} \quad \text{AASHTO LRFD 2018 5.8.4.2-1}$$

$$V_{ui} = v_{ui}A_{cv} = v_{ui}12b_{vi} \quad \text{AASHTO LRFD 2018 5.8.4.2-2}$$

	Vu (tn)	bvi (m)	dv (m)	vui (ksi)	Vui (tn)
Max	232.1808	0.4	1.19	690.73788	84.21
Min	-213.5457	0.4	1.19	-635.2985	-77.46

### 1.1.7.3 Área Mínima de Reforzamiento de Interface de Corte

$$A_{vf} \geq \frac{0.05A_{cv}}{f_y} = \quad \text{AASHTO LRFD 2018 5.8.4.4-1}$$

$$A_{vf} \geq \quad 0.158 \quad \text{No Cumple}$$

## 2.1 Condición General AASHTO LRFD 2018

### 2.1.1 Modificadores de Estados Limite

AASHTO LRFD 2018 1.3.2.23

Modificador	Servicio	Resistencia I	Fatiga
Ductilidad	1	0.95	1
Redundancia	1	1.05	1
Importancia	1	1.05	1
$\eta_i$	1	1.05	1

### 2.1.2 Factores de Reducción

AASHTO LRFD 2018 5.5.4.2.1

Tipo de Resistencia	Factor de Reducción $\phi$
Flexión	0.9
Corte	0.9
Compresión	0.75

### 2.1.3 Fuerza Cortante Último

$$V_u = \eta_i * (1.25V_{dc} + 1.50V_{dc} + 1.75V_{il+u})$$

Cortante	Estribo Izquierdo	Apoyo	Estribo Derecho
$V_{u_{max}} =$	-202.54	231.18	179.72
$V_{u_{max;ni}} =$	-212.67	242.74	188.70

#### 2.1.4 Fuerza Cortante Nominal

Cortante	Estribo Izquierdo	Apoyo	Estribo Derecho
$V_{n_{max}} =$	203.14	178.05	152.92
$\phi V_{n_{max}} =$	182.83	160.25	137.63

#### 2.1.5 Resumen

$$\sum \eta_i V_i Q_i \leq \phi R_n = R_r$$

	$V_{u;ni}$	$V_{n;ni}$	Condición
Estribo Izquierdo	-212.672	182.825	No Cumple
Apoyo	242.740	160.247	No Cumple
Estribo Derecho	188.701	137.631	No Cumple

#### 2.1.6 Desplazamientos con Camión de Diseño HL-93

Posición	DVmax	DVmin	Dvmax	Condición	Condición
0	-0.052121	-0.088786	3.2	cumple	cumple
3.22	0.055477	-0.764024	3.2	cumple	cumple
6.44	0.033223	-1.517806	3.2	cumple	cumple
9.66	-0.142369	-2.28012	3.2	cumple	cumple
12.88	-0.470421	-2.990577	3.2	cumple	cumple
16.1	-0.926181	-3.59039	3.2	cumple	no cumple
19.32	-1.472856	-4.051175	3.2	cumple	no cumple
22.54	-2.059984	-4.351567	3.2	cumple	no cumple
25.76	-2.598837	-4.483918	3.2	cumple	no cumple
28.98	-2.873984	-4.348621	3.2	cumple	no cumple
32.2	-2.926879	-4.109582	3.2	cumple	no cumple

32.2	-2.926879	-4.109582	3.2	cumple	no cumple
35	-2.940361	-4.222211	3.2	cumple	no cumple
37.8	-2.822504	-4.315439	3.2	cumple	no cumple
40.6	-2.516486	-4.251347	3.2	cumple	no cumple
43.4	-2.146949	-4.059762	3.2	cumple	no cumple
46.2	-1.766904	-3.721809	3.2	cumple	no cumple
49	-1.396048	-3.227739	3.2	cumple	no cumple
51.8	-1.034936	-2.578485	3.2	cumple	cumple
54.6	-0.684604	-1.80216	3.2	cumple	cumple
57.4	-0.347582	-0.939201	3.2	cumple	cumple
60.2	-0.029884	-0.075306	3.2	cumple	cumple

### 2.1.7 Esfuerzos con Camión de Diseño HL-93

Estación	Fibra Superior		Fibra Inferior	
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{\min}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{\max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{\min}$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00	-2.85	-75.75	-51.6	-95.66
0.98	-14.91	-68.46	-57.36	-89.28
1.95	-24.16	-61.02	-59.08	-90.3
2.93	-29.24	-57.27	-58.27	-91.91
3.90	-30.74	-56.61	-55.23	-93.96
4.88	-31.18	-57.31	-50.66	-94.96
5.85	-31.57	-58.33	-45.24	-94.65
6.83	-29.95	-60.26	-41.88	-97.21
7.81	-30.9	-61.61	-36.95	-97.06
8.78	-30.72	-63.3	-31.75	-95.7
9.76	-31.03	-64.83	-26.72	-93.9
10.73	-31.59	-67.01	-21.43	-90.89
11.71	-31.75	-68.72	-18.26	-90.73
12.68	-32.54	-70.17	-13.86	-88.42
13.66	-33.8	-71.47	-9.32	-84.78
14.64	-34.8	-73.22	-5.09	-80.42
15.61	-35.75	-74.45	-3.05	-79.09
16.59	-37.16	-75.44	0.51	-75.65
17.56	-38.5	-76.34	4.11	-71.17
18.54	-39.83	-77.06	7.23	-66.65
19.52	-41.29	-77.57	9.99	-62.01
20.49	-42.71	-78.85	12.55	-56.95
21.47	-43.33	-79.81	13.64	-54.36

22.44	-43.79	-80.97	17.26	-48.96
23.42	-53.22	-84.65	30.62	-35.14
24.39	-58.76	-88.01	38.92	-26.39
25.37	-61.77	-90.06	43.28	-20.55
26.35	-62.85	-90.26	43.61	-17.32
27.32	-61.99	-88.46	40.23	-16.78
28.30	-58	-84.64	32.82	-20.85
29.27	-53.1	-78.25	21.82	-28.12
30.25	-47.95	-69.56	7.43	-37.66
31.22	-33.46	-65.48	-7.52	-57.23
32.20	-24.26	-52.84	-26.26	-79.42
33.20	-31.26	-63.36	-9.23	-59.43
34.20	-43.83	-65.66	4.45	-40.37
35.20	-46.27	-73.29	17.96	-32.43
36.20	-47.89	-77.93	27.81	-28.4
37.20	-48.57	-80.09	33.83	-27.06
38.20	-48.17	-80.27	36.24	-27.83
39.20	-46.05	-78.59	35.36	-30.66
40.20	-40.54	-76.63	30.84	-36.3
41.20	-38.44	-75.08	28.81	-39.33
42.20	-38.19	-74.06	28.81	-40.32
43.20	-37.76	-73.46	29.17	-41.21
44.20	-37.13	-73.28	29.45	-41.69
45.20	-36.47	-72.78	28.32	-43.71
46.20	-35.8	-72.09	28.33	-43.54
47.20	-35.2	-71.19	28.01	-42.99
48.20	-35.25	-70.68	27.42	-42.06
49.20	-34.86	-69.42	25.02	-43.15
50.20	-34.66	-67.73	23.25	-42.54
51.20	-34.34	-66.24	20.63	-41.62
52.20	-33.82	-63.94	15.82	-43.14
53.20	-33.17	-61.16	11.65	-43.1
54.20	-32.46	-58.26	6.53	-43
55.20	-31.3	-54.98	-5.39E-02	-43.88
56.20	-29.48	-51.45	-7.56	-45.26
57.20	-26.47	-48.32	-15.36	-46.87
58.20	-20.84	-46.98	-22.92	-49.23
59.20	-11.33	-47.99	-30.2	-53.03
60.20	-2.51	-49.24	-38.69	-57.8

---

## 5.1 Rating Factor con Camión de Diseño HL-93

$$RF = \frac{\phi_c \phi_s \phi_R - \gamma_{DC} DC - \gamma_{DW} DW \pm \gamma_P P}{\gamma_{LL} (LL + IM)}$$

### 5.1.1 Viga Exterior Izquierda

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Unitless
1.95	1	1	0.9	-67.69	-5.99	80.74	-74.52	47.09	0.73
2.93	1	1	0.9	-61.92	-5.46	72.90	-70.62	37.29	0.61
3.90	1	1	0.9	-56.16	-4.93	62.21	-66.84	37.29	0.57
4.88	1	1	0.9	-50.29	-4.39	50.54	-63.07	37.29	0.53
5.85	1	1	0.9	-44.55	-3.86	50.54	-59.55	37.29	0.66
6.83	1	1	0.9	-38.89	-3.33	39.73	-56.21	37.29	0.62
7.81	1	1	0.9	-33.16	-2.80	28.81	-53.41	37.91	0.58
8.78	1	1	0.9	-27.42	-2.27	18.06	-50.82	48.26	0.72
9.76	1	1	0.9	-21.66	-1.74	7.42	-48.31	38.89	0.47
10.73	1	1	0.9	-15.92	-1.21	7.42	-45.91	39.20	0.64
11.71	1	1	0.9	-10.25	-0.69	-2.82	-43.62	39.40	0.59
12.68	1	1	0.9	-4.54	-0.16	-12.58	-41.39	49.27	0.77
13.66	1	1	0.9	1.14	0.37	-21.30	-39.25	39.43	0.50
14.64	1	1	0.9	6.88	0.90	-21.30	-37.12	39.27	0.69
15.61	1	1	0.9	12.64	1.43	-30.09	-35.07	39.01	0.66
16.59	1	1	0.9	18.37	1.96	-38.65	-33.10	48.43	0.91

17.56	1	1	0.9	24.10	2.49	-47.09	-31.20	38.14	0.57
18.54	1	1	0.9	29.84	3.02	-55.39	-29.35	37.54	0.51
19.52	1	1	0.9	35.49	3.54	-63.33	-27.63	37.29	0.47
20.49	1	1	0.9	41.23	4.07	-63.33	-25.90	37.29	0.74
21.47	1	1	0.9	47.12	4.62	-74.56	-24.20	37.29	0.60
25.37	1	1	0.9	70.20	6.75	-100.10	72.37	47.09	0.97
26.35	1	1	0.9	75.96	7.28	-86.40	75.26	47.09	0.67
27.32	1	1	0.9	81.63	7.81	-68.65	78.02	47.09	0.34
35.20	1	1	0.9	-82.72	-7.37	56.45	-75.43	66.68	0.44
36.20	1	1	0.9	-76.79	-6.82	70.85	-72.21	66.68	0.75
37.20	1	1	0.9	-70.91	-6.28	81.48	-69.00	66.68	1.03
38.20	1	1	0.9	-65.06	-5.74	92.15	-65.78	66.68	1.34
39.20	1	1	0.9	-59.13	-5.19	109.11	22.06	66.68	0.99
40.20	1	1	0.9	-53.24	-4.64	81.96	23.81	47.09	0.97
41.20	1	1	0.9	-47.35	-4.10	61.76	-55.77	37.29	0.85
42.20	1	1	0.9	-41.44	-3.55	53.40	-52.40	37.29	0.87
43.20	1	1	0.9	-35.53	-3.01	45.23	-49.00	37.29	0.90
44.20	1	1	0.9	-29.64	-2.46	43.19	31.70	37.29	0.83
45.20	1	1	0.9	-23.78	-1.92	33.35	33.84	37.29	0.88
46.20	1	1	0.9	-17.90	-1.38	23.59	36.08	37.29	0.91
47.20	1	1	0.9	-12.02	-0.83	14.01	38.40	37.29	0.94
48.20	1	1	0.9	-6.13	-0.29	14.01	40.79	37.29	0.73
49.20	1	1	0.9	-0.27	0.25	5.75	43.22	37.29	0.73
50.20	1	1	0.9	5.59	0.79	-1.09	45.71	37.29	0.70
51.20	1	1	0.9	11.48	1.34	-1.09	48.26	37.29	0.53
52.20	1	1	0.9	17.38	1.88	-7.91	50.87	37.29	0.51

53.20	1	1	0.9	23.26	2.43	-14.51	53.81	37.29	0.49
54.20	1	1	0.9	29.15	2.97	-18.42	57.48	37.29	0.41
55.20	1	1	0.9	35.04	3.51	-22.31	61.27	37.29	0.34
56.20	1	1	0.9	40.94	4.06	-27.44	65.18	37.29	0.30
57.20	1	1	0.9	46.85	4.61	-32.43	69.20	47.09	0.41
58.20	1	1	0.9	52.75	5.15	-36.05	73.34	47.09	0.34

### 5.1.2 Viga Exterior Derecha

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Unitless
1.95152	1	1	0.9	-67.69	-5.99	80.74	-74.52	73.29	1.08
2.92727	1	1	0.9	-61.92	-5.46	72.90	-70.62	45.86	0.73
3.90303	1	1	0.9	-56.16	-4.93	62.21	-66.84	41.14	0.63
4.87879	1	1	0.9	-50.29	-4.39	50.54	-63.07	37.94	0.54
5.85455	1	1	0.9	-44.55	-3.86	50.54	-59.55	37.79	0.67
6.8303	1	1	0.9	-38.89	-3.33	39.73	-56.21	38.19	0.64
7.80606	1	1	0.9	-33.16	-2.80	28.81	-53.41	38.53	0.59
8.78182	1	1	0.9	-27.42	-2.27	18.06	-50.82	48.60	0.73
9.75758	1	1	0.9	-21.66	-1.74	7.42	-48.31	39.02	0.48
10.73333	1	1	0.9	-15.92	-1.21	7.42	-45.91	39.18	0.64
11.70909	1	1	0.9	-10.25	-0.69	-2.82	-43.62	39.28	0.59
12.68485	1	1	0.9	-4.54	-0.16	-12.58	-41.39	49.12	0.77
13.66061	1	1	0.9	1.14	0.37	-21.30	-39.25	39.30	0.50
14.63636	1	1	0.9	6.88	0.90	-21.30	-37.12	39.22	0.69

15.61212	1	1	0.9	12.64	1.43	-30.09	-35.07	39.08	0.66
16.58788	1	1	0.9	18.37	1.96	-38.65	-33.10	48.69	0.92
17.56364	1	1	0.9	24.10	2.49	-47.09	-31.20	38.64	0.58
18.53939	1	1	0.9	29.84	3.02	-55.39	-29.35	38.34	0.54
19.51515	1	1	0.9	35.49	3.54	-63.33	-27.63	37.98	0.50
20.49091	1	1	0.9	41.23	4.07	-63.33	-25.90	37.56	0.75
21.46667	1	1	0.9	47.12	4.62	-74.56	-24.20	37.29	0.60
25.3697	1	1	0.9	70.20	6.75	-100.10	72.37	51.25	1.03
26.34545	1	1	0.9	75.96	7.28	-86.40	75.26	54.51	0.77
27.32121	1	1	0.9	81.63	7.81	-68.65	78.02	52.85	0.41
28.29697	1	1	0.9	87.43	8.34	-55.10	80.85	66.46	0.32
35.2	1	1	0.9	-82.72	-7.37	56.45	-75.43	102.69	0.92
36.2	1	1	0.9	-76.79	-6.82	70.85	-72.21	99.42	1.20
37.2	1	1	0.9	-70.91	-6.28	81.48	-69.00	84.91	1.29
39.2	1	1	0.9	-59.13	-5.19	109.11	22.06	71.63	1.22
40.2	1	1	0.9	-53.24	-4.64	81.96	23.81	50.14	1.09
41.2	1	1	0.9	-47.35	-4.10	61.76	-55.77	38.43	0.87
42.2	1	1	0.9	-41.44	-3.55	53.40	-52.40	37.29	0.87
43.2	1	1	0.9	-35.53	-3.01	45.23	-49.00	37.29	0.90
44.2	1	1	0.9	-29.64	-2.46	43.19	31.70	37.29	0.83
45.2	1	1	0.9	-23.78	-1.92	33.35	33.84	37.29	0.88
46.2	1	1	0.9	-17.90	-1.38	23.59	36.08	37.29	0.91
47.2	1	1	0.9	-12.02	-0.83	14.01	38.40	37.43	0.94
48.2	1	1	0.9	-6.13	-0.29	14.01	40.79	37.53	0.73
49.2	1	1	0.9	-0.27	0.25	5.75	43.22	37.55	0.74
50.2	1	1	0.9	5.59	0.79	-1.09	45.71	37.51	0.70

51.2	1	1	0.9	11.48	1.34	-1.09	48.26	37.42	0.53
52.2	1	1	0.9	17.38	1.88	-7.91	50.87	37.29	0.51
53.2	1	1	0.9	23.26	2.43	-14.51	53.81	37.29	0.49
54.2	1	1	0.9	29.15	2.97	-18.42	57.48	37.98	0.42
55.2	1	1	0.9	35.04	3.51	-22.31	61.27	39.96	0.39
56.2	1	1	0.9	40.94	4.06	-27.44	65.18	42.88	0.39
57.2	1	1	0.9	46.85	4.61	-32.43	69.20	66.62	0.69
58.2	1	1	0.9	52.75	5.15	-36.05	73.34	74.17	0.71

---

### **Anexo 3**

#### **Resultados de Reforzado con Post-tensado Externo de Trayectoria Poligonal**

## 1.1 Desplazamientos

Posición	Dvmax	Dvmin
0.00	-0.09	-0.13
3.22	1.39	0.57
6.44	2.66	1.11
9.66	3.22	1.08
12.88	3.22	0.70
16.10	2.75	0.08
19.32	1.91	-0.66
22.54	0.82	-1.47
25.76	-0.38	-2.27
28.98	-1.51	-2.99
32.20	-2.05	-3.23
32.20	-2.05	-3.23
35.00	-1.49	-2.77
37.80	-0.55	-2.04
40.60	0.35	-1.39
43.40	1.14	-0.78
46.20	1.74	-0.22
49.00	2.07	0.24
51.80	2.10	0.55
54.60	1.76	0.64
57.40	0.90	0.31
60.20	-0.08	-0.13

## 1.2 Esfuerzos

Posición	Fibra Superior		Fibra Inferior	
	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$
0.00	-123.57	-123.88	-74.94	-88.68
0.98	-104.91	-109.31	-82.85	-92.25
1.95	-83.27	-92.11	-86.07	-100.59
2.93	-65.9	-78.91	-90.18	-109.6
3.90	-52.95	-69.76	-95.13	-119.48
4.88	-42.82	-63.01	-100.04	-128.95
5.85	-34.55	-57.83	-104.49	-137.35
6.83	-30.11	-56.05	-108.09	-144.71
7.81	-28.77	-57	-102.55	-142.56
8.78	-28.85	-59.11	-96.84	-139.63
9.76	-29.91	-61.89	-91.42	-136.51
10.73	-31.05	-64.57	-85.42	-132.21
11.71	-33.3	-67.99	-82.07	-130.52
12.68	-35.71	-71.16	-77.7	-127.65
13.66	-37.77	-73.82	-72.67	-123.36
14.64	-39.6	-76.12	-67.44	-118.19

15.61	-42.23	-78.86	-64.82	-115.68
16.59	-44.96	-81.3	-61	-111.99
17.56	-47.42	-83.34	-56.64	-107.17
18.54	-49.99	-85.22	-52.63	-102.29
19.52	-52.62	-86.91	-48.9	-97.32
20.49	-55.22	-88.45	-45.21	-91.81
21.47	-59.27	-91.12	-43.81	-88.46
22.44	-64.05	-94.17	-40.65	-83.3
23.42	-69.8	-98.11	-27.75	-67.85
24.39	-77.05	-103.33	-20.4	-57.69
25.37	-84.6	-108.66	-16.59	-50.77
26.35	-93.03	-114.71	-7.7	-38.53
27.32	-101.43	-120.91	2.61	-25.12
28.30	-107.39	-125.94	10.09	-16.58
29.27	-110.23	-129.12	15.73	-11.41
30.25	-107.95	-128.15	20.23	-8.43
31.22	-100.79	-123.4	23.58	-7.59
32.20	-94.99	-119.36	24.88	-10.39
33.20	-96.23	-119.12	19.48	-12.1
34.20	-98.93	-119.91	12.26	-17.51
35.20	-96.43	-117.02	4.07	-25.35
36.20	-88.19	-110.51	-5.41	-37.16
37.20	-78.09	-102.65	-17.17	-51.99
38.20	-69.13	-95.79	-25.35	-63.11
39.20	-62.08	-90.59	-26.87	-67.26
40.20	-55.5	-85.69	-31.92	-74.57
41.20	-51.11	-82.68	-34.94	-79.51
42.20	-47.92	-80.6	-36.37	-82.49
43.20	-45.25	-78.78	-37.71	-84.96
44.20	-42.93	-77.08	-39.17	-87.08
45.20	-41.11	-75.54	-42.24	-90.42
46.20	-39.37	-73.71	-44.13	-92.34
47.20	-37.45	-71.47	-46.04	-93.77
48.20	-35.24	-68.76	-47.79	-94.61
49.20	-33.71	-66.31	-51.66	-97.31
50.20	-32	-63.24	-54.77	-98.98
51.20	-29.74	-59.53	-57.91	-99.83
52.20	-28.42	-56.34	-63.56	-102.93
53.20	-27.88	-53.49	-68.77	-105.39
54.20	-28.71	-51.81	-74.69	-107.79
55.20	-33.24	-53.39	-73.06	-102.15
56.20	-41.15	-57.99	-66.57	-91.12
57.20	-51.78	-64.87	-61.32	-80.83
58.20	-65.83	-74.83	-57.61	-71.54
59.20	-83.17	-87.78	-55.94	-63.55
60.20	-96.93	-97.42	-54.52	-55.44

---

### 1.3 Fuerzas Actuantes

Posición	Vmax	Vmin	$\eta_i \cdot V_{\max}$	$\eta_i \cdot V_{\min}$
0.00	79.78	-34.81	83.77	-36.55
0.98	85.54	-29.05	89.81	-30.51
1.95	95.29	-13.71	100.05	-14.39
2.93	105.87	1.94	111.16	2.03
3.90	118.33	17.24	124.24	18.11
4.88	116.48	18.17	122.30	19.08
5.85	125.20	29.58	131.46	31.06
6.83	77.53	-15.49	81.41	-16.26
7.81	-44.47	-135.09	-46.69	-141.85
8.78	-46.55	-135.48	-48.88	-142.25
9.76	-37.29	-125.30	-39.16	-131.57
10.73	-27.90	-115.24	-29.30	-121.01
11.71	-8.25	-95.06	-8.66	-99.81
12.68	-9.01	-95.43	-9.46	-100.21
13.66	1.62	-85.66	1.70	-89.94
14.64	12.27	-75.97	12.88	-79.77
15.61	31.70	-57.58	33.28	-60.45
16.59	42.17	-48.26	44.28	-50.67
17.56	44.28	-47.38	46.50	-49.74
18.54	54.97	-38.00	57.71	-39.90
19.52	65.64	-28.69	68.92	-30.13
20.49	76.31	-19.47	80.12	-20.44
21.47	94.92	-2.24	99.66	-2.36
22.44	166.32	67.41	174.64	70.78
23.42	108.21	7.70	113.62	8.08
24.39	114.74	12.53	120.48	13.16
25.37	120.66	16.68	126.70	17.52
26.35	-4.32	-110.15	-4.54	-115.66
27.32	-65.29	-173.08	-68.56	-181.74
28.30	-37.09	-146.75	-38.94	-154.08
29.27	-30.73	-142.36	-32.27	-149.47
30.25	-24.73	-138.39	-25.97	-145.31
31.22	-18.59	-134.33	-19.51	-141.04
32.20	4.07	-113.69	4.27	-119.37
33.20	185.64	72.11	194.92	75.72
34.20	186.66	75.38	195.99	79.15
35.20	188.03	79.08	197.43	83.03
36.20	211.56	104.81	222.14	110.05
37.20	216.88	112.27	227.73	117.88

38.20	120.68	18.17	126.71	19.08
39.20	-6.49	-107.05	-6.82	-112.40
40.20	2.75	-95.89	2.88	-100.69
41.20	30.14	-66.66	31.65	-70.00
42.20	29.88	-65.18	31.38	-68.44
43.20	31.12	-62.24	32.67	-65.35
44.20	42.81	-48.95	44.96	-51.40
45.20	60.31	-29.93	63.32	-31.43
46.20	60.40	-28.43	63.41	-29.85
47.20	70.34	-17.15	73.86	-18.01
48.20	80.38	-5.88	84.39	-6.18
49.20	98.71	12.40	103.64	13.02
50.20	100.66	14.09	105.69	14.79
51.20	110.91	23.95	116.46	25.14
52.20	128.01	40.52	134.41	42.54
53.20	131.57	43.05	138.15	45.20
54.20	142.35	52.17	149.47	54.77
55.20	9.52	-83.19	9.99	-87.35
56.20	-74.22	-169.55	-77.93	-178.02
57.20	-67.47	-165.40	-70.85	-173.67
58.20	-54.24	-154.53	-56.96	-162.25
59.20	-39.81	-143.31	-41.80	-150.48
60.20	-30.62	-139.87	-32.15	-146.86

#### 1.4 Fuerzas Resistentes al Cortante

Estación	Vc	Vs	Vp	Vp2	Vn
1.95	90.97	18.93	-93.24	148.54	351.68
2.93	90.97	18.93	-81.93	148.54	340.37
3.90	90.97	18.93	-70.49	148.54	328.93
4.88	90.97	18.93	-70.48	148.54	328.92
5.85	90.97	18.93	-59.04	148.54	317.48
6.83	90.97	18.93	-47.99	-49.39	207.28
7.81	90.97	18.93	-37.04	-49.39	196.33
8.78	90.97	18.93	-37.05	-49.39	196.34
9.76	90.97	18.93	-26.28	-49.39	185.57
10.73	90.97	18.93	-15.65	-49.39	174.94
11.71	90.97	18.93	-5.30	-49.39	164.59
12.68	90.97	18.93	-5.30	-49.39	164.59
13.66	90.97	18.93	4.54	-49.39	163.83
14.64	90.97	18.93	13.42	-49.39	172.71
15.61	90.97	18.93	22.19	-49.39	181.48
16.59	90.97	18.93	30.79	-49.39	190.08
17.56	90.97	18.93	30.80	-49.39	190.09

18.54	90.97	18.93	39.28	-49.39	198.57
19.52	90.97	18.93	47.62	-49.39	206.90
20.49	90.97	18.93	55.77	-49.39	215.06
21.47	90.97	18.93	63.58	-49.39	222.87
22.44	90.97	18.93	135.77	-49.39	295.06
23.42	90.97	18.93	135.60	-49.39	294.89
24.39	90.97	18.93	116.08	-49.39	275.37
25.37	90.97	18.93	97.26	-49.39	256.55
26.35	90.97	18.93	78.73	-227.88	416.51
27.32	153.95	24.20	60.73	-227.88	466.75
28.30	90.97	18.93	60.71	279.66	450.27
29.27	90.97	18.93	43.00	279.66	432.56
30.25	90.97	18.93	25.71	279.66	415.27
34.20	125.08	24.20	-28.77	279.66	457.71
35.20	125.08	24.20	-47.21	279.66	476.15
36.20	121.58	23.75	-47.20	279.66	472.18
37.20	90.97	18.93	-65.32	279.66	454.88
38.20	90.97	18.93	-82.90	56.74	249.54
39.20	90.97	18.93	-82.89	56.74	249.54
40.20	90.97	18.93	-99.93	56.74	266.57
41.20	90.97	18.93	-54.71	56.74	221.35
42.20	93.67	19.44	-44.24	56.74	214.09
43.20	90.97	18.93	-44.25	56.74	210.89
44.20	90.97	18.93	-34.08	56.74	200.72
45.20	90.97	18.93	-24.15	56.74	190.79
46.20	90.97	18.93	-14.37	56.74	181.01
47.20	90.97	18.93	-14.37	56.74	181.01
48.20	90.97	18.93	-4.77	56.74	171.41
49.20	90.97	18.93	3.54	56.74	170.18
50.20	90.97	18.93	3.54	56.74	170.18
51.20	90.97	18.93	10.44	56.74	177.09
52.20	90.97	18.93	17.24	56.74	183.88
53.20	90.97	18.93	23.90	56.74	190.54
54.20	90.97	18.93	23.90	56.74	190.54
55.20	96.42	19.93	30.42	-188.31	335.09
56.20	90.97	18.93	36.81	-188.31	335.03
57.20	90.97	18.93	36.81	-188.31	335.02
58.20	90.97	18.93	43.02	-188.31	341.24
Vnmax =					245.67
Vnmin =					113.44

### 1.5 Rating Factor

### 1.5.1 Viga Exterior Izquierda

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	Vpnuevo	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Unitless
1.95	1.00	1.00	0.90	-67.69	-5.99	80.74	148.54	-74.52	47.09	2.72
2.93	1.00	1.00	0.90	-61.92	-5.46	72.90	148.54	-70.62	37.29	2.71
3.90	1.00	1.00	0.90	-56.16	-4.93	62.21	148.54	-66.84	37.29	2.80
4.88	1.00	1.00	0.90	-50.29	-4.39	50.54	148.54	-63.07	37.29	2.88
5.85	1.00	1.00	0.90	-44.55	-3.86	50.54	148.54	-59.55	37.29	3.16
6.83	1.00	1.00	0.90	-38.89	-3.33	39.73	-49.39	-56.21	37.29	1.50
7.81	1.00	1.00	0.90	-33.16	-2.80	28.81	-49.39	-53.41	37.91	1.50
8.78	1.00	1.00	0.90	-27.42	-2.27	18.06	-49.39	-50.82	48.26	1.69
9.76	1.00	1.00	0.90	-21.66	-1.74	7.42	-49.39	-48.31	38.89	1.50
10.73	1.00	1.00	0.90	-15.92	-1.21	7.42	-49.39	-45.91	39.20	1.72
11.71	1.00	1.00	0.90	-10.25	-0.69	-2.82	-49.39	-43.62	39.40	1.72
12.68	1.00	1.00	0.90	-4.54	-0.16	-12.58	-49.39	-41.39	49.27	1.97
13.66	1.00	1.00	0.90	1.14	0.37	-21.30	-49.39	-39.25	39.43	1.76
14.64	1.00	1.00	0.90	6.88	0.90	-21.30	-49.39	-37.12	39.27	2.02
15.61	1.00	1.00	0.90	12.64	1.43	-30.09	-49.39	-35.07	39.01	2.06
16.59	1.00	1.00	0.90	18.37	1.96	-38.65	-49.39	-33.10	48.43	2.40
17.56	1.00	1.00	0.90	24.10	2.49	-47.09	-49.39	-31.20	38.14	2.15
18.54	1.00	1.00	0.90	29.84	3.02	-55.39	-49.39	-29.35	37.54	2.19
19.52	1.00	1.00	0.90	35.49	3.54	-63.33	-49.39	-27.63	37.29	2.26
20.49	1.00	1.00	0.90	41.23	4.07	-63.33	-49.39	-25.90	37.29	2.65
21.47	1.00	1.00	0.90	47.12	4.62	-74.56	-49.39	-24.20	37.29	2.64
25.37	1.00	1.00	0.90	70.20	6.75	-100.10	-49.39	72.37	47.09	1.65
26.35	1.00	1.00	0.90	75.96	7.28	-86.40	-227.88	75.26	47.09	3.70

27.32	1.00	1.00	0.90	81.63	7.81	-68.65	-227.88	78.02	47.09	3.26
35.20	1.00	1.00	0.90	-82.72	-7.37	56.45	279.66	-75.43	66.68	4.15
36.20	1.00	1.00	0.90	-76.79	-6.82	70.85	279.66	-72.21	66.68	4.62
37.20	1.00	1.00	0.90	-70.91	-6.28	81.48	279.66	-69.00	66.68	5.08
38.20	1.00	1.00	0.90	-65.06	-5.74	92.15	56.74	-65.78	66.68	2.20
39.20	1.00	1.00	0.90	-59.13	-5.19	109.11	56.74	22.06	66.68	3.56
40.20	1.00	1.00	0.90	-53.24	-4.64	81.96	56.74	23.81	47.09	3.35
41.20	1.00	1.00	0.90	-47.35	-4.10	61.76	56.74	-55.77	37.29	1.87
42.20	1.00	1.00	0.90	-41.44	-3.55	53.40	56.74	-52.40	37.29	1.95
43.20	1.00	1.00	0.90	-35.53	-3.01	45.23	56.74	-49.00	37.29	2.06
44.20	1.00	1.00	0.90	-29.64	-2.46	43.19	56.74	31.70	37.29	2.62
45.20	1.00	1.00	0.90	-23.78	-1.92	33.35	56.74	33.84	37.29	2.55
46.20	1.00	1.00	0.90	-17.90	-1.38	23.59	56.74	36.08	37.29	2.49
47.20	1.00	1.00	0.90	-12.02	-0.83	14.01	56.74	38.40	37.29	2.42
48.20	1.00	1.00	0.90	-6.13	-0.29	14.01	56.74	40.79	37.29	2.12
49.20	1.00	1.00	0.90	-0.27	0.25	5.75	56.74	43.22	37.29	2.04
50.20	1.00	1.00	0.90	5.59	0.79	-1.09	56.74	45.71	37.29	1.94
51.20	1.00	1.00	0.90	11.48	1.34	-1.09	56.74	48.26	37.29	1.71
52.20	1.00	1.00	0.90	17.38	1.88	-7.91	56.74	50.87	37.29	1.62
53.20	1.00	1.00	0.90	23.26	2.43	-14.51	56.74	53.81	37.29	1.54
54.20	1.00	1.00	0.90	29.15	2.97	-18.42	56.74	57.48	37.29	1.40
55.20	1.00	1.00	0.90	35.04	3.51	-22.31	-188.31	61.27	37.29	3.42
56.20	1.00	1.00	0.90	40.94	4.06	-27.44	-188.31	65.18	37.29	3.19
57.20	1.00	1.00	0.90	46.85	4.61	-32.43	-188.31	69.20	47.09	3.13
58.20	1.00	1.00	0.90	52.75	5.15	-36.05	-188.31	73.34	47.09	2.91

### 1.5.2 Viga Exterior Derecha

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	Vpnuevo	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Unitless
1.95	1.00	1.00	0.90	-67.69	-5.99	80.74	148.54	-74.52	73.29	3.07
2.93	1.00	1.00	0.90	-61.92	-5.46	72.90	148.54	-70.62	45.86	2.83
3.90	1.00	1.00	0.90	-56.16	-4.93	62.21	148.54	-66.84	41.14	2.85
4.88	1.00	1.00	0.90	-50.29	-4.39	50.54	148.54	-63.07	37.94	2.89
5.85	1.00	1.00	0.90	-44.55	-3.86	50.54	148.54	-59.55	37.79	3.16
6.83	1.00	1.00	0.90	-38.89	-3.33	39.73	-49.39	-56.21	38.19	1.51
7.81	1.00	1.00	0.90	-33.16	-2.80	28.81	-49.39	-53.41	38.53	1.51
8.78	1.00	1.00	0.90	-27.42	-2.27	18.06	-49.39	-50.82	48.60	1.70
9.76	1.00	1.00	0.90	-21.66	-1.74	7.42	-49.39	-48.31	39.02	1.50
10.73	1.00	1.00	0.90	-15.92	-1.21	7.42	-49.39	-45.91	39.18	1.72
11.71	1.00	1.00	0.90	-10.25	-0.69	-2.82	-49.39	-43.62	39.28	1.72
12.68	1.00	1.00	0.90	-4.54	-0.16	-12.58	-49.39	-41.39	49.12	1.96
13.66	1.00	1.00	0.90	1.14	0.37	-21.30	-49.39	-39.25	39.30	1.76
14.64	1.00	1.00	0.90	6.88	0.90	-21.30	-49.39	-37.12	39.22	2.02
15.61	1.00	1.00	0.90	12.64	1.43	-30.09	-49.39	-35.07	39.08	2.07
16.59	1.00	1.00	0.90	18.37	1.96	-38.65	-49.39	-33.10	48.69	2.41
17.56	1.00	1.00	0.90	24.10	2.49	-47.09	-49.39	-31.20	38.64	2.16
18.54	1.00	1.00	0.90	29.84	3.02	-55.39	-49.39	-29.35	38.34	2.22
19.52	1.00	1.00	0.90	35.49	3.54	-63.33	-49.39	-27.63	37.98	2.28
20.49	1.00	1.00	0.90	41.23	4.07	-63.33	-49.39	-25.90	37.56	2.66
21.47	1.00	1.00	0.90	47.12	4.62	-74.56	-49.39	-24.20	37.29	2.64
25.37	1.00	1.00	0.90	70.20	6.75	-100.10	-49.39	72.37	51.25	1.71
26.35	1.00	1.00	0.90	75.96	7.28	-86.40	-227.88	75.26	54.51	3.79
27.32	1.00	1.00	0.90	81.63	7.81	-68.65	-227.88	78.02	52.85	3.33

28.30	1.00	1.00	0.90	87.43	8.34	-55.10	279.66	80.85	66.46	3.78
35.20	1.00	1.00	0.90	-82.72	-7.37	56.45	279.66	-75.43	102.69	4.62
36.20	1.00	1.00	0.90	-76.79	-6.82	70.85	279.66	-72.21	99.42	5.07
37.20	1.00	1.00	0.90	-70.91	-6.28	81.48	56.74	-69.00	84.91	2.12
39.20	1.00	1.00	0.90	-59.13	-5.19	109.11	56.74	22.06	71.63	3.79
40.20	1.00	1.00	0.90	-53.24	-4.64	81.96	56.74	23.81	50.14	3.48
41.20	1.00	1.00	0.90	-47.35	-4.10	61.76	56.74	-55.77	38.43	1.89
42.20	1.00	1.00	0.90	-41.44	-3.55	53.40	56.74	-52.40	37.29	1.95
43.20	1.00	1.00	0.90	-35.53	-3.01	45.23	56.74	-49.00	37.29	2.06
44.20	1.00	1.00	0.90	-29.64	-2.46	43.19	56.74	31.70	37.29	2.62
45.20	1.00	1.00	0.90	-23.78	-1.92	33.35	56.74	33.84	37.29	2.55
46.20	1.00	1.00	0.90	-17.90	-1.38	23.59	56.74	36.08	37.29	2.49
47.20	1.00	1.00	0.90	-12.02	-0.83	14.01	56.74	38.40	37.43	2.42
48.20	1.00	1.00	0.90	-6.13	-0.29	14.01	56.74	40.79	37.53	2.13
49.20	1.00	1.00	0.90	-0.27	0.25	5.75	56.74	43.22	37.55	2.05
50.20	1.00	1.00	0.90	5.59	0.79	-1.09	56.74	45.71	37.51	1.95
51.20	1.00	1.00	0.90	11.48	1.34	-1.09	56.74	48.26	37.42	1.71
52.2	1.00	1.00	0.90	17.38	1.88	-7.91	56.74	50.87	37.29	1.62
53.2	1.00	1.00	0.90	23.26	2.43	-14.51	56.74	53.81	37.29	1.54
54.2	1.00	1.00	0.90	29.15	2.97	-18.42	56.74	57.48	37.98	1.41
55.2	1.00	1.00	0.90	35.04	3.51	-22.31	-188.31	61.27	39.96	3.46
56.2	1.00	1.00	0.90	40.94	4.06	-27.44	-188.31	65.18	42.88	3.28
57.2	1.00	1.00	0.90	46.85	4.61	-32.43	-188.31	69.20	66.62	3.41
58.2	1.00	1.00	0.90	52.75	5.15	-36.05	-188.31	73.34	74.17	3.28

## 1.6 Regiones que Requieren Reforzamiento Transversal con Post-tensado Externo

$$V_u > 0.5\phi(V_c + V_p)$$

Estación (m)	Vu (tn)	Vc (tn)	Vp (tn)	Vp2 (tn)	Condición
1.95	-61.16	19.6595	-93.209	148.54	Cumple
2.93	-51.93	19.6595	-81.9268	148.54	Cumple
3.90	-41.76	19.6595	-70.4885	148.54	Cumple
4.88	-45.93	19.6595	-70.478	148.54	Cumple
5.85	-39.45	19.6595	-59.0394	148.54	Cumple
6.83	-22.07	19.6595	-48.0548	-49.39	Cumple
7.81	-14.17	20.3538	-37.063	-49.39	Cumple
8.78	-16.36	20.9638	-37.0546	-49.39	Cumple
9.76	-7.11	21.4417	-26.2826	-49.39	Cumple
10.73	2.28	21.7875	-15.6608	-49.39	Cumple
11.71	22.09	22.0011	-5.2911	-49.39	Cumple
12.68	21.18	22.0827	-5.2895	-49.39	Cumple
13.66	31.81	22.0353	4.5321	-49.39	Cumple
14.64	42.45	21.8641	13.3846	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
15.61	61.87	21.5692	22.1574	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
16.59	72.38	21.1505	30.7515	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
17.56	74.47	20.608	30.7415	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
18.54	85.15	19.9417	39.2112	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
19.52	95.83	19.6595	47.533	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
20.49	106.49	19.6595	55.6292	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
21.47	124.88	19.6595	63.5207	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal

22.44	196.83	19.6595	135.6325	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
23.42	138.40	19.6595	135.6031	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
24.39	144.90	19.6595	116.0839	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
25.37	150.81	19.6595	97.2635	-49.39	Necesita Reforzamiento Transversal
26.35	156.76	19.6595	78.7288	-227.88	Necesita Reforzamiento Transversal
27.32	163.00	19.6595	60.6524	-227.88	Necesita Reforzamiento Transversal
28.30	191.03	19.6595	60.7069	279.66	Necesita Reforzamiento Transversal
29.27	197.32	19.6595	42.9995	279.66	Necesita Reforzamiento Transversal
30.25	203.35	19.6595	25.7078	279.66	Necesita Reforzamiento Transversal
34.20	-75.59	19.6595	-28.7722	279.66	Cumple
35.20	-76.36	19.6595	-47.2148	279.66	Cumple
36.20	-55.03	19.6595	-47.2153	279.66	Cumple
37.20	-52.03	19.6595	-65.2547	279.66	Cumple
38.20	-52.39	19.6595	-82.8879	56.74	Cumple
39.20	-35.02	19.6595	-82.8937	56.74	Cumple
40.20	-28.21	19.6595	-99.9278	56.74	Cumple
41.20	-3.24	19.6595	-54.676	56.74	Cumple
42.20	-4.82	19.6595	-44.287	56.74	Cumple
43.20	-3.60	19.6595	-44.2776	56.74	Cumple
44.20	8.09	19.6595	-34.1167	56.74	Cumple
45.20	25.77	19.6595	-24.1731	56.74	Cumple
46.20	25.68	19.6595	-14.3811	56.74	Cumple
47.20	35.63	19.6595	-14.3766	56.74	Cumple
48.20	45.66	19.6595	-4.7671	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal
49.20	64.08	19.6595	3.5393	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal
50.20	65.95	19.6595	3.5383	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal
51.20	76.20	19.6595	10.428	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal
52.20	93.28	19.6595	17.2289	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal

53.20	96.85	19.6595	23.8653	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal
54.20	107.64	19.6595	23.8574	56.74	Necesita Reforzamiento Transversal
55.20	121.85	19.6595	30.3772	-188.31	Necesita Reforzamiento Transversal
56.20	136.10	19.6595	36.812	-188.31	Necesita Reforzamiento Transversal
57.20	142.86	19.6595	36.8105	-188.31	Necesita Reforzamiento Transversal
58.20	156.10	19.6595	43.0209	-188.31	Necesita Reforzamiento Transversal

### 1.7 Reforzamiento Longitudinal

$$A_{ps}f_{ps} + A_s f_y \geq \frac{|M_u|}{d_v \phi_f} + 0.5 \frac{N_u}{\phi_c} + \left( \left| \frac{V_u}{\phi_v} - V_p \right| - 0.5 V_s \right) \cot \theta$$

AASTHO LRFD 2014 5.8.3.5-1

$$A_{ps}f_{ps} + A_s f_y \geq \left( \frac{V_u}{\phi_v} - 0.5 V_s - V_p \right) \cot \theta$$

AASTHO LRFD 2014 5.8.3.5-2

Es =	2038901.9	kg/cm2
As =	1.267	cm2
Ep =	2003748.4	kg/cm2
Aps =	8.867	cm2
fpo =	132880.16	tn/m2
fy =	4200	kg/cm2
fps =	17232.237	kg/cm2
Aps*fps+As*fy =	158.118674	tn
Φ <sub>f</sub> =	0.9	
Φ <sub>v</sub> =	0.9	
Φ <sub>c</sub> =	0.75	
Aps2 =	174.6	cm2
fpo2 =	132880.16	tn/m2
Aps*fps+As*fy+Aps2*fpo2 =	3166.867254	

Estación	Vu (tn)	Un (tn)	Mu (tn-m)	Vs	dv (m)	cot $\Theta$	Condición	Estado
							1 AASHTO LRFD 5.8.3.5-1	
Mu <sub>ma extramo1</sub> =	-38.285	16.214	238.228	18.93	1.19	0.839	260.997	Cumple
Mu <sub>ma extramo2</sub> =	-83.836	16.175	245.905	18.93	1.19	0.839	310.608	Cumple
Estación	Vu (tn)	Un (tn)	Mu (tn-m)	Vs	dv (m)	cot $\Theta$	Condición	Estado
							2 AASHTO LRFD 5.8.3.5-2	
Mu <sub>centrodeluz antes</sub> =	183.01563	15.01545	199.002789	18.93	1.19	0.839	-93.544	Cumple
Mu <sub>centro de luz despues</sub> =	-83.83626	16.175325	245.904741	18.93	1.19	0.839	-296.625	Cumple

## **Anexo 4**

### **Resultados de Reforzado con Post-tensado Externo Vertical**

## 1.1 Deflexiones

Posición	Dvmin	Dvmax
0.00	-0.34	-0.37
3.22	-0.34	-1.16
6.44	-0.34	-1.89
9.66	-0.37	-2.50
12.88	-0.39	-2.91
16.10	-0.62	-3.28
19.32	-1.00	-3.58
22.54	-1.50	-3.79
25.76	-2.06	-3.95
28.98	-2.41	-3.88
32.20	-2.41	-3.59
32.20	-2.41	-3.59
35.00	-2.54	-3.83
37.80	-2.43	-3.93
40.60	-2.15	-3.89
43.40	-1.90	-3.81
46.20	-1.69	-3.64
49.00	-1.57	-3.40
51.80	-1.35	-2.90
54.60	-1.05	-2.17
57.40	-0.66	-1.25
60.20	-0.14	-0.19

## 1.2 Esfuerzos

Posición	Fibra Superior		Fibra Inferior	
	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$
0.00	-38.91	-42.7	-78.5	-96.77
0.98	-36.17	-41.25	-90.7	-103.8
1.95	-33.01	-42.56	-90.95	-111.79
2.93	-30.89	-44.47	-86.82	-115.14
3.90	-29.26	-46.52	-80.82	-116.42
4.88	-28.07	-48.68	-73.83	-116.21
5.85	-27.07	-50.66	-66.83	-115.14
6.83	-25.61	-51.83	-63.66	-117.48
7.81	-24.99	-53.51	-58.76	-117.52
8.78	-24.63	-55.09	-53.42	-116.26
9.76	-24.6	-56.7	-47.72	-113.94
10.73	-25.07	-58.58	-40.73	-109.52
11.71	-25.33	-59.98	-36.04	-107.26
12.68	-26.04	-61.57	-31.02	-104.37

13.66	-26.72	-62.78	-26.55	-100.99
14.64	-27.4	-63.7	-22.97	-97.57
15.61	-27.48	-63.82	-22.91	-97.65
16.59	-28.3	-64.52	-20.32	-95.2
17.56	-29.25	-65.1	-17.73	-91.93
18.54	-30.25	-65.46	-15.74	-88.65
19.52	-31.31	-65.62	-14.08	-85.14
20.49	-32.39	-65.55	-12.67	-81.12
21.47	-33.23	-65	-13.92	-79.51
22.44	-34.69	-64.84	-12.68	-75.24
23.42	-41.53	-69.85	1.6	-57.21
24.39	-46.22	-72.5	7.8	-46.87
25.37	-48.78	-72.84	7.92	-42.18
26.35	-49.42	-71.09	3.12	-42.05
27.32	-48.34	-67.84	-4.5	-45.12
28.30	-44.73	-63.51	-14.19	-53.25
29.27	-37.91	-57	-24.36	-64.06
30.25	-30.06	-50.2	-35.05	-77.04
31.22	-20.53	-42.3	-48.39	-93.93
32.20	-8.09	-32.12	-67.8	-119.27
33.20	-18.06	-40.16	-51.5	-97.61
34.20	-25.59	-46.51	-39.55	-83.16
35.20	-31.24	-51.97	-28.72	-71.78
36.20	-33.99	-56.4	-17.86	-64.4
37.20	-36.2	-60.83	-8.3	-59.38
38.20	-36.21	-62.93	-0.61	-56.01
39.20	-34.37	-62.95	3.58	-55.68
40.20	-30.33	-60.55	1.4	-61.2
41.20	-28.57	-60.17	1.49	-63.94
42.20	-28.07	-60.79	3.56	-64.14
43.20	-27.75	-61.3	5.74	-63.64
44.20	-27.69	-61.77	7.59	-62.78
45.20	-27.28	-61.6	7.22	-63.56
46.20	-27.43	-61.73	7.76	-63.06
47.20	-27.29	-61.24	6.59	-63.52
48.20	-26.98	-60.39	4.58	-64.22
49.20	-26.58	-59.16	0.43	-66.66
50.20	-26.87	-58.28	-1.03	-65.94
51.20	-27.19	-57.08	-2.63	-64.22
52.20	-27.14	-55.22	-6.67	-64.51
53.20	-27.4	-53.38	-9.84	-63.58
54.20	-27.39	-50.89	-14.26	-62.84
55.20	-27.12	-47.76	-20.62	-63.3
56.20	-26.65	-44.02	-28.26	-64.25
57.20	-26.21	-39.97	-35.88	-64.45
58.20	-26.01	-35.76	-43.07	-63.38

59.20	-25.93	-31.22	-50.2	-61.25
60.20	-25.64	-26.39	-57.07	-58.36

### 1.3 Fuerzas Resistentes

Estación	Vc	Vs	Vp	Vp2	Vn
1.95	90.97	18.93	-93.24	12.85	215.99
2.93	90.97	18.93	-81.93	12.85	204.68
3.90	90.97	18.93	-70.49	12.85	193.24
4.88	90.97	18.93	-70.48	12.85	193.23
5.85	90.97	18.93	-59.04	12.85	181.79
6.83	90.97	18.93	-47.99	12.85	170.74
7.81	90.97	18.93	-37.04	12.85	159.79
8.78	90.97	18.93	-37.05	12.85	159.80
9.76	90.97	18.93	-26.28	12.85	149.03
10.73	90.97	18.93	-15.65	12.85	138.41
11.71	90.97	18.93	-5.30	12.85	128.05
12.68	90.97	18.93	-5.30	12.85	128.05
13.66	90.97	18.93	4.54	12.85	127.29
14.64	90.97	18.93	13.42	12.85	136.17
15.61	90.97	18.93	22.19	12.85	144.94
16.59	90.97	18.93	30.79	12.85	153.55
17.56	90.97	18.93	30.80	12.85	153.55
18.54	90.97	18.93	39.28	12.85	162.03
19.52	90.97	18.93	47.62	12.85	170.37
20.49	90.97	18.93	55.77	12.85	178.52
21.47	90.97	18.93	63.58	12.85	186.33
22.44	90.97	18.93	135.77	12.85	258.52
23.42	90.97	18.93	135.60	12.85	258.36
24.39	90.97	18.93	116.08	12.85	238.84
25.37	90.97	18.93	97.26	12.85	220.02
26.35	90.97	18.93	78.73	12.85	201.48
27.32	153.95	24.20	60.73	12.85	251.72
28.30	90.97	18.93	60.71	12.85	183.46
29.27	90.97	18.93	43.00	12.85	165.75
30.25	90.97	18.93	25.71	12.85	148.46
34.20	125.08	24.20	-28.77	14.74	192.79
35.20	125.08	24.20	-47.21	14.74	211.23
36.20	121.58	23.75	-47.20	14.74	207.26
37.20	90.97	18.93	-65.32	14.74	189.96
38.20	90.97	18.93	-82.90	14.74	207.55
39.20	90.97	18.93	-82.89	14.74	207.54
40.20	90.97	18.93	-99.93	14.74	224.57
41.20	90.97	18.93	-54.71	14.74	179.35
42.20	93.67	19.44	-44.24	14.74	172.09
43.20	90.97	18.93	-44.25	14.74	168.89

44.20	90.97	18.93	-34.08	14.74	158.72
45.20	90.97	18.93	-24.15	14.74	148.80
46.20	90.97	18.93	-14.37	14.74	139.01
47.20	90.97	18.93	-14.37	14.74	139.01
48.20	90.97	18.93	-4.77	14.74	129.41
49.20	90.97	18.93	3.54	14.74	128.18
50.20	90.97	18.93	3.54	14.74	128.18
51.20	90.97	18.93	10.44	14.74	135.09
52.20	90.97	18.93	17.24	14.74	141.88
53.20	90.97	18.93	23.90	14.74	148.54
54.20	90.97	18.93	23.90	14.74	148.54
55.20	96.42	19.93	30.42	14.74	161.51
56.20	90.97	18.93	36.81	14.74	161.45
57.20	90.97	18.93	36.81	14.74	161.45
58.20	90.97	18.93	43.02	14.74	167.66
Vnmax =					258.52
Vnmin =					127.29

#### 1.4 Fuerzas Actuantes

Posición	Vmax	Vmin	$\eta_i \cdot V_{max}$	$\eta_i \cdot V_{min}$
0.00	-81.53	-196.12	-85.61	-205.93
0.98	-75.78	-190.37	-79.57	-199.89
1.95	-65.94	-174.94	-69.24	-183.68
2.93	-55.49	-159.41	-58.26	-167.38
3.90	-43.04	-144.12	-45.19	-151.32
4.88	-44.84	-143.15	-47.08	-150.30
5.85	-36.12	-131.73	-37.92	-138.32
6.83	-16.41	-109.43	-17.23	-114.90
7.81	-7.71	-98.33	-8.09	-103.25
8.78	-9.94	-98.87	-10.44	-103.81
9.76	-0.68	-88.70	-0.72	-93.13
10.73	8.70	-78.63	9.14	-82.57
11.71	28.49	-58.32	29.91	-61.23
12.68	27.60	-58.82	28.98	-61.77
13.66	38.23	-49.05	40.14	-51.50
14.64	48.88	-39.36	51.32	-41.33
15.61	68.26	-21.01	71.68	-22.06
16.59	78.79	-11.64	82.73	-12.22
17.56	80.89	-10.77	84.94	-11.30
18.54	91.57	-1.39	96.15	-1.45
19.52	102.25	7.92	107.36	8.31
20.49	112.92	17.14	118.56	18.00
21.47	131.34	34.18	137.91	35.89
22.44	203.29	104.38	213.45	109.60

23.42	144.82	44.30	152.06	46.52
24.39	151.31	49.10	158.88	51.56
25.37	157.26	53.28	165.12	55.94
26.35	163.27	57.45	171.44	60.32
27.32	170.00	62.21	178.50	65.32
28.30	197.45	87.79	207.32	92.18
29.27	203.54	91.92	213.72	96.52
30.25	209.83	96.18	220.33	100.98
31.22	215.88	100.14	226.67	105.15
32.20	238.60	120.85	250.53	126.89
33.20	-101.51	-215.04	-106.59	-225.79
34.20	-100.52	-211.80	-105.54	-222.38
35.20	-99.02	-207.98	-103.97	-218.38
36.20	-75.59	-182.34	-79.37	-191.46
37.20	-70.60	-175.22	-74.13	-183.98
38.20	-67.63	-170.14	-71.02	-178.65
39.20	-48.59	-149.15	-51.02	-156.61
40.20	-39.35	-138.00	-41.32	-144.89
41.20	-11.91	-108.71	-12.50	-114.14
42.20	-12.20	-107.26	-12.81	-112.62
43.20	-10.99	-104.34	-11.54	-109.56
44.20	0.70	-91.07	0.74	-95.62
45.20	18.37	-71.87	19.29	-75.46
46.20	18.29	-70.53	19.21	-74.06
47.20	28.24	-59.25	29.65	-62.22
48.20	38.27	-47.98	40.19	-50.38
49.20	56.69	-29.62	59.52	-31.10
50.20	58.56	-28.01	61.49	-29.41
51.20	68.81	-18.15	72.25	-19.06
52.20	85.91	-1.59	90.21	-1.66
53.20	89.47	0.95	93.94	1.00
54.20	100.25	10.06	105.26	10.57
55.20	114.45	21.74	120.17	22.83
56.20	128.67	33.34	135.10	35.01
57.20	135.48	37.55	142.25	39.43
58.20	148.72	48.43	156.15	50.85
59.20	163.15	59.64	171.30	62.63
60.20	172.33	63.08	180.95	66.24

---

**1.5 Rating Factor**

### 1.5.1 Viga Exterior Izquierda

Station	CondFact	SystFact	ResistFact	V2DC	V2DW	V2P	Vpnuevo	V2LLIM	Vr	Rating
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Unitless
1.95152	1	1	0.9	-67.6939	-5.9942	80.7422	12.85	-74.5243	47.0864	0.90
2.92727	1	1	0.9	-61.9196	-5.4605	72.897	12.85	-70.6203	37.2888	0.79
3.90303	1	1	0.9	-56.1628	-4.9288	62.2126	12.85	-66.8413	37.2888	0.77
4.87879	1	1	0.9	-50.294	-4.3867	50.5418	12.85	-63.0747	37.2888	0.73
5.85455	1	1	0.9	-44.553	-3.8554	50.5418	12.85	-59.5495	37.2888	0.88
6.8303	1	1	0.9	-38.8918	-3.3325	39.7329	12.85	-56.2066	37.2888	0.85
7.80606	1	1	0.9	-33.1614	-2.8032	28.8131	12.85	-53.4073	37.9136	0.82
8.78182	1	1	0.9	-27.4227	-2.2732	18.0629	12.85	-50.8198	48.2602	0.97
9.75758	1	1	0.9	-21.6594	-1.7408	7.4209	12.85	-48.3135	38.8927	0.74
10.73333	1	1	0.9	-15.9184	-1.2095	7.4209	12.85	-45.9066	39.2039	0.92
11.70909	1	1	0.9	-10.2471	-0.6857	-2.8188	12.85	-43.6192	39.3962	0.88
12.68485	1	1	0.9	-4.5372	-0.1582	-12.575	12.85	-41.3878	49.2672	1.08
13.66061	1	1	0.9	1.1356	0.3658	-21.3041	12.85	-39.2457	39.427	0.83
14.63636	1	1	0.9	6.8765	0.8971	-21.3041	12.85	-37.1232	39.2729	1.04
15.61212	1	1	0.9	12.6358	1.4291	-30.0871	12.85	-35.0739	39.0075	1.02
16.58788	1	1	0.9	18.3699	1.9588	-38.6522	12.85	-33.1025	48.4282	1.30
17.56364	1	1	0.9	24.1012	2.4883	-47.093	12.85	-31.1958	38.1423	0.98
18.53939	1	1	0.9	29.8375	3.0182	-55.3919	12.85	-29.3548	37.5427	0.95
19.51515	1	1	0.9	35.4886	3.5402	-63.3278	12.85	-27.6313	37.2888	0.94
20.49091	1	1	0.9	41.2295	4.0715	-63.3278	12.85	-25.8955	37.2888	1.24
21.46667	1	1	0.9	47.1197	4.6156	-74.5595	12.85	-24.2016	37.2888	1.13
25.3697	1	1	0.9	70.2001	6.7484	-100.099	12.85	72.3667	47.0864	1.15
26.34545	1	1	0.9	75.958	7.2805	-86.4012	12.85	75.2579	47.0864	0.84
27.32121	1	1	0.9	81.6343	7.8051	-68.6476	12.85	78.0231	47.0864	0.50

35.2	1	1	0.9	-82.7207	-7.3676	56.4513	-14.77	-75.425	66.6816	0.63
36.2	1	1	0.9	-76.7861	-6.8195	70.845	-14.77	-72.2072	66.6816	0.95
37.2	1	1	0.9	-70.9109	-6.2764	81.4828	-14.77	-69.0045	66.6816	1.24
38.2	1	1	0.9	-65.0593	-5.7354	92.1483	-14.77	-65.7836	66.6816	1.56
39.2	1	1	0.9	-59.1313	-5.1879	109.1148	-14.77	22.0592	66.6816	1.66
40.2	1	1	0.9	-53.242	-4.6435	81.9622	-14.77	23.8091	47.0864	1.59
41.2	1	1	0.9	-47.349	-4.0989	61.7617	-14.77	-55.7732	37.2888	1.12
42.2	1	1	0.9	-41.443	-3.5532	53.4048	-14.77	-52.3981	37.2888	1.15
43.2	1	1	0.9	-35.5293	-3.0068	45.2261	-14.77	-49.0012	37.2888	1.20
44.2	1	1	0.9	-29.6382	-2.4619	43.1908	-14.77	31.7039	37.2888	1.29
45.2	1	1	0.9	-23.7848	-1.9213	33.3451	-14.77	33.8431	37.2888	1.31
46.2	1	1	0.9	-17.9038	-1.3781	23.588	-14.77	36.0817	37.2888	1.32
47.2	1	1	0.9	-12.0179	-0.8346	14.0072	-14.77	38.3957	37.2888	1.33
48.2	1	1	0.9	-6.1343	-0.2901	14.0072	-14.77	40.7886	37.2888	1.09
49.2	1	1	0.9	-0.2675	0.2518	5.7462	-14.77	43.2209	37.2888	1.07
50.2	1	1	0.9	5.5932	0.793	-1.0921	-14.77	45.7063	37.2888	1.02
51.2	1	1	0.9	11.4768	1.3375	-1.0921	-14.77	48.2626	37.2888	0.84
52.2	1	1	0.9	17.3815	1.8829	-7.905	-14.77	50.8738	37.2888	0.80
53.2	1	1	0.9	23.2579	2.4256	-14.5109	-14.77	53.8071	37.2888	0.76
54.2	1	1	0.9	29.1483	2.97	-18.4226	-14.77	57.4789	37.2888	0.67
55.2	1	1	0.9	35.0407	3.5147	-22.3062	-14.77	61.2737	37.2888	0.58
56.2	1	1	0.9	40.9411	4.0598	-27.436	-14.77	65.1839	37.2888	0.53
57.2	1	1	0.9	46.8489	4.6056	-32.4291	-14.77	69.202	47.0864	0.62
58.2	1	1	0.9	52.7499	5.151	-36.0471	-14.77	73.3441	47.0864	0.55

### 1.5.2 Viga Exterior Derecha

<b>Station</b>	<b>CondFact</b>	<b>SystFact</b>	<b>ResistFact</b>	<b>V2DC</b>	<b>V2DW</b>	<b>V2P</b>	<b>Vpnuevo</b>	<b>V2LLIM</b>	<b>Vr</b>	<b>Rating</b>
m	Unitless	Unitless	Unitless	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Tonf	Unitless
1.952	1.000	1.000	0.900	-67.694	-5.994	80.742	12.850	-74.524	73.292	1.251
2.927	1.000	1.000	0.900	-61.920	-5.461	72.897	12.850	-70.620	45.856	0.909
3.903	1.000	1.000	0.900	-56.163	-4.929	62.213	12.850	-66.841	41.137	0.824
4.879	1.000	1.000	0.900	-50.294	-4.387	50.542	12.850	-63.075	37.938	0.740
5.855	1.000	1.000	0.900	-44.553	-3.855	50.542	12.850	-59.550	37.788	0.886
6.830	1.000	1.000	0.900	-38.892	-3.333	39.733	12.850	-56.207	38.188	0.864
7.806	1.000	1.000	0.900	-33.161	-2.803	28.813	12.850	-53.407	38.527	0.828
8.782	1.000	1.000	0.900	-27.423	-2.273	18.063	12.850	-50.820	48.604	0.980
9.758	1.000	1.000	0.900	-21.659	-1.741	7.421	12.850	-48.314	39.025	0.743
10.733	1.000	1.000	0.900	-15.918	-1.210	7.421	12.850	-45.907	39.183	0.922
11.709	1.000	1.000	0.900	-10.247	-0.686	-2.819	12.850	-43.619	39.281	0.880
12.685	1.000	1.000	0.900	-4.537	-0.158	-12.575	12.850	-41.388	49.116	1.080
13.661	1.000	1.000	0.900	1.136	0.366	-21.304	12.850	-39.246	39.296	0.824
14.636	1.000	1.000	0.900	6.877	0.897	-21.304	12.850	-37.123	39.218	1.038
15.612	1.000	1.000	0.900	12.636	1.429	-30.087	12.850	-35.074	39.083	1.024
16.588	1.000	1.000	0.900	18.370	1.959	-38.652	12.850	-33.103	48.689	1.306
17.564	1.000	1.000	0.900	24.101	2.488	-47.093	12.850	-31.196	38.644	0.993
18.539	1.000	1.000	0.900	29.838	3.018	-55.392	12.850	-29.355	38.339	0.976
19.515	1.000	1.000	0.900	35.489	3.540	-63.328	12.850	-27.631	37.978	0.960
20.491	1.000	1.000	0.900	41.230	4.072	-63.328	12.850	-25.896	37.560	1.251
21.467	1.000	1.000	0.900	47.120	4.616	-74.560	12.850	-24.202	37.289	1.129
25.370	1.000	1.000	0.900	70.200	6.748	-100.099	12.850	72.367	51.246	1.206
26.345	1.000	1.000	0.900	75.958	7.281	-86.401	12.850	75.258	54.506	0.937
27.321	1.000	1.000	0.900	81.634	7.805	-68.648	12.850	78.023	52.845	0.576

28.297	1.000	1.000	0.900	87.430	8.341	-55.101	-14.770	80.849	66.456	0.502
35.200	1.000	1.000	0.900	-82.721	-7.368	56.451	-14.770	-75.425	102.690	1.111
36.200	1.000	1.000	0.900	-76.786	-6.820	70.845	-14.770	-72.207	99.422	1.405
37.200	1.000	1.000	0.900	-70.911	-6.276	81.483	-14.770	-69.005	84.914	1.507
39.200	1.000	1.000	0.900	-59.131	-5.188	109.115	-14.770	22.059	71.633	1.886
40.200	1.000	1.000	0.900	-53.242	-4.644	81.962	-14.770	23.809	50.140	1.715
41.200	1.000	1.000	0.900	-47.349	-4.099	61.762	-14.770	-55.773	38.429	1.139
42.200	1.000	1.000	0.900	-41.443	-3.553	53.405	-14.770	-52.398	37.289	1.154
43.200	1.000	1.000	0.900	-35.529	-3.007	45.226	-14.770	-49.001	37.289	1.199
44.200	1.000	1.000	0.900	-29.638	-2.462	43.191	-14.770	31.704	37.289	1.292
45.200	1.000	1.000	0.900	-23.785	-1.921	33.345	-14.770	33.843	37.289	1.313
46.200	1.000	1.000	0.900	-17.904	-1.378	23.588	-14.770	36.082	37.289	1.323
47.200	1.000	1.000	0.900	-12.018	-0.835	14.007	-14.770	38.396	37.433	1.330
48.200	1.000	1.000	0.900	-6.134	-0.290	14.007	-14.770	40.789	37.525	1.096
49.200	1.000	1.000	0.900	-0.268	0.252	5.746	-14.770	43.221	37.547	1.078
50.200	1.000	1.000	0.900	5.593	0.793	-1.092	-14.770	45.706	37.510	1.028
51.200	1.000	1.000	0.900	11.477	1.338	-1.092	-14.770	48.263	37.419	0.838
52.200	1.000	1.000	0.900	17.382	1.883	-7.905	-14.770	50.874	37.289	0.800
53.200	1.000	1.000	0.900	23.258	2.426	-14.511	-14.770	53.807	37.289	0.760
54.200	1.000	1.000	0.900	29.148	2.970	-18.423	-14.770	57.479	37.980	0.679
55.200	1.000	1.000	0.900	35.041	3.515	-22.306	-14.770	61.274	39.959	0.628
56.200	1.000	1.000	0.900	40.941	4.060	-27.436	-14.770	65.184	42.875	0.615
57.200	1.000	1.000	0.900	46.849	4.606	-32.429	-14.770	69.202	66.624	0.901
58.200	1.000	1.000	0.900	52.750	5.151	-36.047	-14.770	73.344	74.170	0.915