

UNIVERSIDAD RICARDO PALMA

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR



TESIS

Para optar el Grado Académico de Maestro en Docencia Superior

**Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones
de varias variables en la asignatura de Matemática**

Autor : Bach. Avalos Sigüenza, Yolanda Rosa

Asesor : Dra. Quipas Bellizza, Mariella Margot

LIMA – PERÚ

2019

Miembros de jurados

Mg. Mateo López, Hugo
Presidente

Dra. Majo Marrufo, Elga Ruth
Miembro

Mg. Zeña Sencio, Marianela Zeña
Miembro

Dra. Mariella Quipas Belliza
Asesora

Lima – Perú

2019

A Dios Todopoderoso, por guiarme y darme fuerzas en todo momento para terminar este trabajo. A mis padres ya que gracias a ellos soy una persona de bien y a mis hijos Martin, Jimena y Diego porque son la razón de mi existencia.

Agradecimiento

Agradecer a Nuestro Señor por las bendeciones de la vida, por guiarnos en nuestra existencia, ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y de debilidad.

A mis hijos que me dieron fuerzas todo el tiempo a no desmayar en mi lucha.

A mis hermanos que siempre me alentaron con sus consejos para culminar con éxito mi trabajo de tesis.

Y un agradecimiento muy especial a mi madre que siempre me estimula a ser grande y a mi hermana Mary que desde el cielo me acompaña todo el tiempo.

Tabla de contenido

UNIVERSIDAD RICARDO PALMA.....	
Miembros de jurados	ii
Título	iii
<u>Dedicatoria</u>	iii
Agradecimiento	iv
Listado de tablas	ix
Lista de figuras	x
Resumen	xi
Abstract.....	xii
Introducción.....	1
Capítulo I.	3
Planteamiento del problema	3
1.1.Descripción del problema.....	3
1.2. Formulación del problema.....	4
1.2.1. Problema general	4
1.2.2. Problemas específicos.....	4
1.3. Importancia y justificación del estudio. (aporte, contribución).....	5
1.4. Delimitación del estudio.....	7
1.5.Objetivos de la Investigación	7
1.5.1. Objetivo general	7
1.5.2. Objetivos específicos.....	7

Capítulo II.....	8
Marco Teórico	8
2.1. Marco histórico.....	8
2.1.1. Marco histórico del uso del software matemático DERIVE como estrategia didáctica...8	
2.1.2. Marco histórico del aprendizaje de las matemáticas	11
2.2. Investigaciones relacionadas con el tema.....	12
2.2.1. A nivel internacional	12
2.2.2. A Nivel Nacional.....	15
2.3. Estructura teórica y científica que sustenta el estudio (teorías, modelos).....	17
2.3.1. Uso del software Derive como estrategia didáctica.....	17
2.3.2. Aprendizaje de las matemáticas y las nuevas tecnologías.....	17
2.3.3. Fundamentación teórica del uso del software matemático Derive como estrategia didáctica.....	19
2.3.4. Fundamentación teórica de las teorías del aprendizaje	27
2.3.5. Enseñanza Aprendizaje de la matemática universitaria	39
2.3.6. Aprendizaje de las funciones reales de varias variables.....	41
2.4 Programa Educativo: Aplicando el Software Derive en el aprendizaje de Funciones de Varias Variables	50
2.5. Definiciones de términos básicos	53
2.6. Fundamentos teóricos que sustenta a las hipótesis (figuras, o mapas conceptuales)	55
2.7. Hipótesis	57
2.7.1. Hipótesis general	57
2.7.2. Hipótesis específicas.....	58

2.8. Variables (definición y operacionalización de variables: Dimensión e indicadores).....	58
2.8.1. Variable Independiente.....	58
Capítulo III.	61
Marco Metodológico	61
3.1. Tipo, método y diseño de la investigación	61
3.1.1. Tipo de investigación	61
3.1.2. Método de investigación.....	61
3.1.3. Diseño de investigación.....	61
3.2. Población y muestra (escenario del estudio)	62
3.2.1. Población	62
3.2.2. Muestra	62
3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos (validez y confiabilidad).....	63
3.3.1. Técnica de recolección de datos	63
3.3.2. Elaboración del instrumento	63
3.3.2. Validez del Instrumento (validez de contenido).....	64
3.3.3. Confiabilidad del Instrumento	65
3.4. Descripción de procedimiento de análisis	67
3.4.1. Procedimiento para la recolección de datos.	67
3.4.2. Técnicas de procesamiento y análisis de datos.....	68
Capítulo IV.	69
Resultados y análisis de resultados.....	69
4.1. Resultados.....	69
4.1.1. Resultados de la estadística descriptiva.....	69

4.1.2. Resultados de la estadística inferencial	74
4.1.2.1. Prueba de normalidad	74
4.1.2.2. Prueba de hipótesis	75
4.2. Discusión de resultados	85
Conclusiones.....	88
Recomendaciones	89
Referencias Bibliográficas.....	90
Apéndices	96
Apéndice A. Matriz de Consistencia	99
Apéndice B. Matriz de operacionalización de variables	100
Apéndice C. Sesión de aprendizaje	101
Apéndice D. Modulo autoinstructivo	121
Apéndice E. Firma de Expertos.....	143
Apéndice G. Instrumentos de evaluación Prueba Pre-test.....	153
Apéndice H: Base de datos Prueba Pos- Pre Test	156

Listado de tablas

Tabla 1.....	24
Tabla 2.....	38
Tabla 3.....	60
Tabla 4.....	62
Tabla 5.....	63
Tabla 6.....	63
Tabla 7.....	64
Tabla 8.....	66
Tabla 9.....	66
Tabla 10.....	67
Tabla 11.....	69
Tabla 12.....	70
Tabla 13.....	71
Tabla 14.....	72
Tabla 15.....	72
Tabla 16.....	73
Tabla 17.....	74
Tabla 18.....	75
Tabla 19.....	77
Tabla 20.....	79
Tabla 21.....	81
Tabla 22.....	84

Lista de figuras

Figura 1. Resolución de operación aritmética aplicando el Software Derive	21
Figura 2. Cálculo de un determinante.....	22
Figura 3. Representación gráfica de funciones en forma explícita, implícita, paramétrica y en coordenadas polares.	22
Figura 4. Representación gráfica de funciones reales de dos variables.	22
Figura 5. Dimensiones del aprendizaje con algunas actividades humanas	30
Figura 6. Las Tic y la Teoría Conectivista	37
Figura 7. Intersección de planos paralelos con la superficie	42
Figura 8. Curvas de nivel.....	43
Figura 9. Gráfico de la superficie es un paraboloides.....	43
Figura 10. Interpretación geométrica de $f_x(x_0, y_0)$	44
Figura 11. Interpretación geométrica de $f_y(x_0, y_0)$	45
Figura 12. Rol del Docente bajo la teoría del Conectivismo.....	57
Figura 13. Análisis de comparación de medias del grupo control en Pre test y Pos test.....	71
Figura 14. Análisis de comparación de medias del grupo Experimental en Pre test y pos test	73
Figura 15. Contrastacion de Hipótesis General Aplicación del Software Derive como Estrategia Didáctica influye significativamente en el Aprendizaje de Funciones de Varias Variables	77
Figura 16. Contrastacion de Hipótesis Específica Razonamiento y Demostración	80
Figura 17. Contrastacion de Hipótesis específica Comunicación Matemática	82
Figura 18. Contrastacion de Hipótesis específica Resolución de Problemas	84

Resumen

La enseñanza a nivel universitario es una tarea compleja, toda vez que muchos de los estudiantes ingresan con ciertos vacíos del conocimiento de la matemática. Durante su trayectoria académica, se enfrentan a nuevos retos que a veces les es difícil afrontar. Ante esta problemática, los docentes se ven forzados de buscar nuevas estrategias para la enseñanza aprendizaje de la Matemática que genere la nueva construcción de conocimientos significativos; y, en el marco de nuevas tecnologías de la información y comunicación. En consecuencia, el presente trabajo de investigación tuvo por objetivo determinar que la aplicación del software Derive como estrategia didáctica, mejora el aprendizaje de funciones reales de varias variables en la asignatura de Matemática III. El enfoque de investigación fue cuantitativo, de tipo aplicada, nivel explicativo y diseño cuasi experimental, en un tipo de muestreo no probabilístico en dos grupos: control y experimental de veinte estudiantes cada uno, a quienes se les aplicó un pre test y post test y cuyo valor del instrumento, aplicando la prueba de confiabilidad fue de $KR-21 = 0,97$. La autora elaboró un programa educativo de diez sesiones de aprendizaje, el cual fue aplicado al grupo experimental tras el respectivo proceso de validación de expertos. Para el análisis de datos se utilizó la prueba estadística paramétrica t-student, la que determinó que el uso del software Derive influyó de manera significativa en el aprendizaje de funciones reales de varias variables en asignatura de Matemática III, a un nivel de significancia del 5%.

Palabras clave: Software Derive, estrategia didáctica, aprendizaje significativo, programa educativo.

Abstract

The teaching of mathematics at the university level is a very complex task since many of the students enter with certain knowledge gaps. During their academic career, they face new challenges that are often difficult for them to face. Faced with this problem, teachers are obliged to seek new strategies for the teaching of Mathematics that generate the new construction of significant knowledge and in the framework of new information and communication technologies. In view of this problem, the aim of this research work was to determine that the application of Derive software as a didactic strategy improves the learning of functions of several variables in Mathematics III. The research focus was quantitative, applied type, of explanatory level and quasi-experimental design, in a non-probabilistic sampling type in two groups: control and experimental of twenty students each, to whom a pre and post test was applied, whose Reliability value was $KR-21 = 0.97$. The author elaborated an educational program of ten learning sessions, which was applied to the experimental group after the respective validation process of experts. For the data analysis, the t-student parametric statistical test was used, which determined that the Derive software application significantly influenced the learning of functions of several variables in Mathematics III, whose value was 0.05.

Keywords: Derive software, didactic strategy, meaningful learning, educational program.

Introducción

En la actualidad el avance de la ciencia y la tecnología se acelera vertiginosamente, transformando la sociedad y la cultura. La educación no escapa a este avance. Una característica fundamental de esta nueva era es la importancia sin precedentes que adquiere el saber científico tecnológico es lo que se denomina la "sociedad del conocimiento" y este es uno de los nuevos paradigmas de la educación; ahora de lo que se trata es de utilizar adecuadamente los nuevos recursos tecnológicos denominados las TIC que serán de g ayuda para la vida cotidiana y el trabajo.

Estos entornos tecnológicos exigen nuevos roles en los profesores y estudiantes, por lo tanto, es necesario incorporar las TIC al proceso de enseñanza aprendizaje de los cursos de matemática; existen una serie de software matemáticos que ayudan a lograr un aprendizaje significativo; es por eso que la presente investigación "Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones reales de varias variables en la asignatura de Matemática III" procura demostrar que las tic coadyudan al logro de aprendizajes significativos en el área de matemática.

El contenido de la investigación ilustra la forma en que el estudiante hace uso del recurso informático permitiéndole potencializar su capacidad de aprendizaje. Además, estimula el trabajo en equipo, pero también lo orienta a la independencia y autocontrol para el manejo adecuado de la tecnología. La aplicación del software Derive facilita la representación visual de la solución de los problemas, ayudándolo a replantear nuevos ejercicios.

El presente trabajo consta de cuatro capítulos: el primer capítulo denominado planteamiento del problema, describe el contexto de la realidad problemática y formulación de los problema. Se resalta su importancia y las limitaciones de la investigación.

El segundo capítulo aborda el Marco teórico. Se hace un recuento de antecedentes de investigaciones que se realizaron a nivel internacional y nacional referido al tema, así como se sustentan las bases teóricas y términos básicos.

En el capítulo tercero se plantea el marco metodológico, la hipótesis, su operacionalización y las variables de estudio.

Se explica el enfoque, diseño y método de la investigación. Luego, se describe la población y muestra, y la técnica e instrumento a utilizar para la recolección de datos.

En el cuarto capítulo se presentan resultados obtenidos los cuales son analizados utilizando el software Excel 16, conclusiones y recomendaciones. Finalmente, se citan las referencias bibliográficas y los apéndices correspondientes.

La autora

Capítulo I.

Planteamiento del problema

1.1. Descripción del problema

“Actualmente, las tecnologías de la información y la comunicación forman parte de los diferentes estratos de la sociedad, desde el sector productivo, económico, científico, cultural y el educativo. La incorporación de las tecnologías en la educación es un llamado que hace la sociedad y la necesidad del uso de la información es cada vez mayor” (Delgado, 2009).

“La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana y el uso de esta materia permite entender el mundo que nos rodea. Es un eje fundamental en el desarrollo de las sociedades y la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, y es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana” (MINEDU, 2015, p.8).

Existe cierta preocupación para todos los docentes que se encuentran involucrados en la enseñanza de la matemática por los insatisfactorios y bajos resultados que se dan en los diferentes niveles educativos en el Perú. Esta también es una constante en el nivel universitario por las altas tasas de desaprobación en la materia mencionada, por ejemplo esto sucede en la asignatura de matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma y esto es debido a la falta de articulación de la enseñanza entre secundaria y superior por lo tanto es tarea pedagógica de mejorar la enseñanza aprendizaje de la matemática.

En lo que se refiere específicamente a la asignatura de matemática III de la carrera de administración y gerencia de la Universidad Ricardo Palma una de las deficiencias para el aprendizaje de esta materia es la visualización espacial en las que se involucran

funciones reales de varias variables y en la parte operativa se da cuando se requiere resolver problemas concernientes a la optimización matemática en las que se tienen que resolver sistemas de ecuaciones lineales con muchas variables y sistemas no lineales, otra de las dificultades es cuando se realiza un ordenamiento de datos a través de matrices en las que sus respectivas ordenes son grandes, la manipulación algebraica de ellas se hacen un tanto tediosas, difíciles de resolver manualmente y finalmente cuando se desea analizar las posiciones relativas entre rectas o planos, graficar superficies en 3D o intersecciones entre superficies, nuestra perspectiva espacial se ve limitada.

En la actualidad, el aprendizaje de la matemática requiere del uso de la tecnología ante el desarrollo de una serie de softwares que facilitan la comprensión de los conceptos matemáticos, el profesor debe coordinar los temas a impartir con los estudiantes y trabajar con un asistente matemático adecuado.

El aprender a pensar y el aprender a aprender son las habilidades esenciales para el éxito del estudiante en el aprendizaje de funciones reales de varias variables y por tanto, se propone el uso del asistente matemático DERIVE como estrategia didáctica para el aprendizaje de funciones reales de varias variables.

Por ello, se formula el problema general y los problemas específicos:

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

PG. ¿De qué manera la aplicación del Software Derive como Estrategia Didáctica mejora el aprendizaje de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma?

1.2.2. Problemas específicos

P.E.1: ¿De qué manera la aplicación del Software Derive como Estrategia Didáctica mejora la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma?

P.E.2: ¿De qué manera la aplicación del Software Derive como Estrategia Didáctica mejora la capacidad de comunicación de Funciones reales de Varias Variables

en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma?

P.E.3: ¿De qué manera la aplicación del Software Derive como Estrategia Didáctica mejora la capacidad de resolución de problemas de Funciones reales de Varias Variable en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresarial de la Universidad Ricardo Palma?

1.3. Importancia y justificación del estudio. (aporte, contribución)

El contexto actual requiere que los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática a nivel superior se modernicen utilizando las nuevas tecnologías informáticas con el fin de que los estudiantes desarrollen habilidad cognitivas superiores. En dicho proceso se incluye habilidades básicas como el “explorar, inferir, conjeturar, justificar, poner a prueba argumentos y de esta forma construir su propio conocimiento” (Fernández y Lima, 1999, p. 15).

“El panorama de la aplicación de la tecnología en el campo de la educación tiende a caracterizarse por microcomputadoras multimedia; juegos educativos y paquetes de instrucción ampliamente diseminados; libros electrónicos, redes de microcomputadoras; uso escolar de sistemas de aprendizaje abiertos; diseño de un modelo activo con varias actividades de aprendizaje y observación del progreso vía la simulación por computadora; individualización: énfasis en el análisis conceptual de los objetivos cognoscitivos, y de la actividad; y el empleo de técnicas de aprendizaje rápido “(Fernández y Lima, 1999, p. 15).

En la nueva estructuración de la educación, la informática y la matemática ocupan un espacio de formación altamente significativo que exige la preparación y actualización técnica, pedagógica y científica del docente. Los asistentes matemáticos, la Internet, los micro mundos computacionales y los tutoriales clásicos, inteligentes e hipermedia unidos a otros medios audiovisuales propician que el profesor se concentre en su nuevo papel de estimulador y orientador del aprendizaje (Enseñanza y Tecnología, 1999).

Evidentemente, este aspecto está relacionado con las teorías del aprendizaje que hoy en día se halla en el campo de la informática educativa ya que el proceso de aprendizaje puede ser abordado desde diferentes puntos de vista y es altamente complejo. Es aquí donde el docente se convierte en un facilitador que sondea el conocimiento previo de los estudiantes y brinda un ambiente propicio para que este edifique su propio conocimiento.

La responsabilidad de educar científicamente me ha impulsado a desarrollar el presente trabajo, ya que como docente con muchos años de experiencia en el dictado de los diversos cursos de matemáticas en la universidad y considerando que la aplicación del software derive en el aprendizaje de funciones reales de varias variables será fundamental para mejorar la calidad educativa.

Por lo tanto, este estudio es importante porque:

- El Software Derive ayudará a comprender y dominar mejor el estudio de funciones reales de varias variables.
- Es una metodología que permitirá ayudar a los estudiantes a tener una herramienta de aprendizaje y autoaprendizaje y supervisión de los resultados obtenidos, en el proceso del dictado de la asignatura de matemática III.
- Es un esfuerzo para mejorar la calidad de la didáctica del aprendizaje de matemáticas en general en los estudiantes de nivel universitario.
- La investigación dará un mejor uso de la tecnología en el aprendizaje del curso de matemática superior.
- Se justifica social y educativamente, porque:
 - a. La investigación puede extender a todas las universidades que requieran implementar su laboratorio de matemática para la enseñanza aprendizaje con el software Derive.
 - b. Esta investigación alcanza a todos los estudiantes del III Ciclo de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma por que dicha Facultad tiene adquirido el software y el manual “Como hacer matemática con Derive”.
- Un aporte metodológico del estudio constituyó en cómo manipular, visualizar funciones reales de varias variables en 3D, diseñar estrategias procedimentales e instrumentos de evaluación de rendimiento académico en los estudiantes del curso de Matemática III. Así mismo el aporte metodológico se halla en la contribución de la autora en la elaboración de la prueba y el diseño del programa educativo, con el que otros investigadores podrán apoyarse.

Los resultados del presente trabajo serán utilizados por los docentes e instituciones de educación superior, que deseen obtener resultados positivos en el uso adecuado de los asistentes matemáticos en la enseñanza de los cursos de matemática y por ende, servirá de consulta para futuros trabajos de investigación.

1.4. Delimitación del estudio

La presente investigación se ha llevado a cabo en la Universidad Ricardo Palma con estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la asignatura de matemática III, del tercer ciclo; en los meses de marzo y abril del 2019. La investigación se enmarcó dentro del área de la asignatura de ciencias y tuvo por objetivo probar que utilizando las TIC, específicamente el software matemático Derive en el proceso de enseñanza, mejoró significativamente el aprendizaje de funciones reales de varias variables.

1.5. Objetivos de la Investigación

1.5.1. Objetivo general

OG. Determinar que la aplicación del Software Derive, como estrategia Didáctica, mejora el aprendizaje de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

1.5.2. Objetivos específicos

OE.1: Determinar que la aplicación del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejora la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

OE₂: Determinar que la aplicación del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejora la capacidad de comunicación de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

OE₃: Determinar que la aplicación del Software Derive, Como Estrategia Didáctica, mejora la capacidad de resolución de problemas de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

Capítulo II.

Marco Teórico

2.1. Marco histórico

2.1.1. Marco histórico del uso del software matemático DERIVE como estrategia didáctica

En esta parte de la investigación se describe como a través de la historia el software matemático Derive se ha utilizado como una estrategia para aprender matemáticas así tenemos que:

Según Pulido (2001-2002), argumenta que “durante los últimos años las nuevas tecnologías y en particular los ordenadores están causando numerosos cambios en la mayoría de los aspectos de nuestra cultura en especial en la educación. La enseñanza de las matemáticas no ha quedado ajena a estos cambios. Es así que en muchas universidades de todo el mundo se han venido empleando programas con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza- aprendizaje de una disciplina, que, por su elevado grado de abstracción, es una de la más complicadas del currículo universitario.

Hay una variedad de juegos, simulaciones, tutoriales, enseñanza asistida por ordenador y lenguajes de programación matemáticos utilizados en las últimas décadas. Pero, con la aparición de los programas de cálculo simbólico o cálculo algebraico en la década de los años 70, la situación de las antiguas herramientas ha ido quedando relegada a un segundo plano. Los programas de cálculo algebraico permiten realizar cálculos usando tanto una aritmética exacta como una aritmética aproximada. La posibilidad de realizar cálculos utilizando la aritmética exacta brinda la posibilidad de efectuar cálculos de tipo simbólico. De esta forma, se consiguen desarrollar cálculos con una y varias variables, a

diferencia de lo que hacían otros programas de cálculo numérico, basados en una aritmética aproximada”.

Como consecuencia “estos programas han provocado la aparición de numerosas experiencias didácticas, basadas fundamentalmente en la creación de laboratorios de prácticas, en los que el programa de cálculo simbólico es utilizado por los estudiantes como soporte para comprender los hechos, conceptos y principios matemáticos desarrollados en las clases teóricas”(Ruiz, 2010).

A continuación, se realiza una breve descripción de los asistentes matemáticos Mathcad, Matlab y Derive.

“MathCad es un asistente matemático que se introdujo por primera vez al mercado en 1986 en DOS, nos permite explorar problemas, formular ideas, analizar datos, modelar y chequear escenarios, determinar la mejor solución, como así también documentar, presentar y comunicar los resultados” (Larsen, 2001).

“MathCad se encuentra organizado como una hoja de trabajo, en las que las ecuaciones y expresiones se muestran gráficamente, no como simple texto” (Larsen, 2001).

Dentro de las capacidades de MathCad se consideran:

- Resolver ecuaciones diferenciales en el contexto numérico.
- Graficar funciones reales en dos y tres dimensiones.
- Cálculo de expresiones simbólicas.
- Operaciones con vectores y matrices.
- Solución simbólica y numérica de sistemas de ecuaciones lineales.
- Implementación de subprogramas
- Encontrar raíces de polinomios de cualquier grado y de ecuaciones no lineales
- Funciones en el contexto estadístico (Larsen, 2001).

Matlab (Matrix Laboratory) creado por el científico Clever Moler en el año 1984, es un entorno integrado de trabajo que permite el análisis y la computación matemática interactiva de una forma más sencilla (Pérez, 2002, p.1) Las aplicaciones mas importantes del Matlab son:

- Análisis o Cálculo numérico
- Cálculo de matrices
- Procesamiento de señales
- Gráficos diversos

“Matlab también proporciona una serie de soluciones específicas denominadas Toolboxes. Estas son muy importantes pues nos permite resolver problemas en los contextos siguientes:

- Procesamiento de señales
- Diseño de sistemas de control
- Simulación de sistemas dinámicos
- Identificación de sistemas
- Redes neuronales y otros.

Probablemente la característica más importante de Matlab es su capacidad de crecimiento. Esto permite convertir al usuario en un autor contribuyente, creando sus propias aplicaciones. En resumen, las prestaciones más importantes de Matlab son:

- Escritura del programa en lenguaje matemático.
- Implementación de las matrices como elemento básico del lenguaje, lo que permite una gran reducción del código, al no necesitar implementar el cálculo matricial.
- Implementación de aritmética compleja.
- Un gran contenido de órdenes específicas, agrupadas en Toolboxes.
- Posibilidad de ampliar y adaptar el lenguaje, mediante ficheros de script y funciones” . (Pérez, 2002)

Derive es un programa de algebra computacional, fue introducido al mercado por primera vez en el año 1988, es un asistente matemático que te permite resolver problemas matemáticos simbólicos y numéricos en tu computadora. Este software ofrece una herramienta fácil de usar con un poder computacional máximo y capacidad de gráficos en 2D y 3D, lo que nos da un entorno más atractivo mientras resuelves esos complicados problemas. Puede procesar variables algebraicas, expresiones, ecuaciones, funciones, vectores y matrices. Derive es un recurso adecuado para tus necesidades de cálculos, aritmética, álgebra, trigonometría o álgebra lineal y también posee “la posibilidad de

programar tus propias rutinas matemáticas, observando los resultados en tablas y gráficos para su posterior análisis” (Kutzler y Kokol, 2003).

Con Derive, todos los operarios y comandos son categorizados en un menú que, junto con un completo sistema de ayuda, hacen a este programa muy completo y fácil de usar. No hay duda de por qué es un confiable asistente matemático usado por estudiantes, educadores, ingenieros y científicos alrededor del mundo. (Kutzler y Kokol, 2003)

2.1.2. Marco histórico del aprendizaje de las matemáticas

“La mayoría de los que nos hemos involucrado en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas coinciden en considerar que ha habido dos enfoques principales en las respuestas a estas cuestiones. El primero, históricamente hablando tiene una raíz conductual, mientras que el segundo tiene una base cognitiva.

Los enfoques conductuales conciben aprender cómo cambiar una conducta. Desde esta perspectiva, un estudiante ha aprendido a dividir fracciones si realiza correctamente las divisiones de fracciones. Para lograr estos aprendizajes, que suelen estar ligados al cálculo, se dividen las tareas en otras más sencillas: tomar fracciones con números de una sola cifra, después pasar a otras con más cifras, etc.” (Flores, 2001).

“Los enfoques cognitivos consideran que aprender es alterar las estructuras mentales, y que puede que el aprendizaje no tenga una manifestación externa directa. Así, un estudiante puede resolver problemas de división de fracciones (ha aprendido el concepto de división de fracciones) aunque no sepa el algoritmo de la división de fracciones. Para lograr tal aprendizaje, que suelen estar ligados a conceptos, los cognitivistas plantean diversas estrategias, como la basada en la resolución de problemas, o en el empleo de diversos modelos del concepto “(Flores, 2001).

“Las tendencias conductuales (asociacionistas) sobre el aprendizaje matemático consideran que aprender es cambiar conductas, insisten en destrezas de cálculo y dividen estas destrezas en pequeños pasos para que, mediante el aprendizaje de destrezas simples se llegue a aprender secuencias de destrezas más complejas. Las interpretaciones cognitivas (estructuralistas) del aprendizaje matemático, en oposición, consideran que aprender matemáticas es alterar las estructuras mentales, e insisten en el aprendizaje de conceptos. Dada la complejidad de los conceptos, el aprendizaje no puede descomponerse en la suma de aprendizajes más elementales, sino que se origina partiendo de la resolución de problemas, o de la realización de tareas complejas” (Flores, 2001).

“En la actualidad el mundo está involucrado en la era digital, es decir gira entorno a las nuevas tecnologías e internet y está llevando a cabo cambios profundos y transformaciones de una sociedad que se mueve en un universo globalizado. En este contexto la educación y en particular la enseñanza aprendizaje de la matemática hace el uso de estas herramientas para lograr que el estudiante pueda construir su conocimiento a partir de la utilización de nuevos softwares. La nueva era digital nos ofrece un sin número de oportunidades que se puede y debe aprovechar, sin olvidar que todo ello habrá valido la pena si trabaja para construir un mundo mejor” (La era digital: cambio o revolución, 2016) (Flores, 2001).

2.2. Investigaciones relacionadas con el tema

2.2.1. A nivel internacional

Mosquera y Vivas (2019) en su trabajo de investigación publicado en la revista “Plumilla Educativa” se centraron en *la búsqueda y evaluación de un software educativo, utilizado en el desarrollo de estrategias metodológicas y didácticas para procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial*. Se aplicó criterios de selección que valoraron la parte técnica, la interfaz, usabilidad, y las potencialidades matemáticas para fortalecer las competencias matemáticas relacionadas a esta asignatura. Como consecuencia de la evaluación se obtuvo tres softwares que cumplieron con el porcentaje de calidad global mayor al 80%, que fueron MalMath, Symbolab y Grapher. Se obtiene como conclusión que existen varias alternativas de aplicaciones móviles que permiten reforzar las competencias matemáticas y conceptos adquiridos en el área del cálculo, pero dependiendo de la especificidad que se requiera respecto a los contenidos y la calidad del software.

Rentería y Ayala (2017) en su trabajo de investigación *uso didáctico de los dispositivos móviles y su influencia en el aprendizaje de las matemáticas en el grado 11° de la institución educativa tricentenario del municipio de medellín – colombia, año 2015* para optar el grado de maestría fue “determinar la influencia del uso didáctico de los dispositivos móviles en el aprendizaje del área de matemáticas en los estudiantes de grado 11° de la institución educativa tricentenario del municipio de Medellín - Colombia en el año 2015. Es una investigación de tipo aplicada, de diseño pre experimental, con un enfoque cuantitativo. Como técnicas e instrumentos de recolección de datos para esta investigación se utilizaron el cuestionario y la observación personal – directa, el tamaño

del grupo muestra con el que se trabajó fue de 70 estudiantes de secundaria y se usó la prueba de Wilcoxon para el contraste de las hipótesis. En esta investigación se concluyó a partir de los resultados que el uso didáctico de los dispositivos móviles influyó en el aprendizaje del área de matemáticas en los estudiantes de grado 11° de la institución educativa tricentenario del municipio de Medellín - Colombia en el año 2015 (valor de $Z = -6,950$ y valor de $p = 0,000$), evidenciando mejorías en los procesos de aprendizaje de conceptos, aplicación de concepto y la parte actitudinal”.

Peñalver (2017) en su trabajo de investigación: *Innovación para la mejora de la enseñanza –aprendizaje de la geometría con la utilización de recursos 3D y el fomento de la reflexión crítica bajo un modelo Flipper Classroom*, este trabajo de investigación muestra cómo se puede enseñar de una manera distinta la geometría. utilizando los recursos 3D, obteniendo mejoras significativas en el aprendizaje de los conceptos, fomentando la reflexión crítica, bajo el modelo Flipped Classroom, Método. Este modelo es bastante interesante, ya que el protagonista es el estudiante, Es decir se les brinda todos los materiales para trabajar logrando motivarlos, y de esa forma incrementar su interés y su participación activa, trabajo en equipo y la colaboración entre ellos para aprender, la interacción entre estudiante y profesor es mas fluída, hay más acercamiento dentro del grupo. Logrando más rápidamente que entiendan los conceptos de La geometría que son un tanto abstractos y las leyes que lo rigen, la forma de los objetos y su representación gráfica; no es tarea fácil, pero en equipo utilizando los recursos 3D y el modelo Flipped Classroom, se mejora la visualización tridimensional de las formas y facilita la creatividad para diseñar figuras de superficies, la tecnología 3D produce cambios sustanciales la inversión de la secuencia tradicional del proceso de diseño partiendo ahora del 3D para generar el 2D.

Campoverde (2016) en su trabajo de investigación: *Utilización del software Geogebra como apoyo didáctico en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones y funciones y su relación con el rendimiento académico de los estudiantes de Decimo año de la Unidad Educativa Tuntatacto, Canton Guano*. En este estudio se demuestra que, el uso del software Geogebra en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales y funciones reales, a los estudiantes del décimo año, logra un aprendizaje significativo, más dinámico, ya que la investigadora, utilizando el método tradicional los estudiantes en su evaluación obtuvieron 6,93, y posteriormente al hacer uso del software Geogebra se logró una mejora significativa obteniendo un promedio de 8,38, con lo que demostró que su rendimiento

mejoró, comprobándose su hipótesis planteada, lo que en sus recomendaciones indica que se debe utilizar este software para mejorar el rendimiento académico.

Flores (2016) en su trabajo de investigación: *Uso del software Microsoft Mathematics en la enseñanza de la ecuación lineal, en el primer año de BGU del colegio particular "Andrew" de la ciudad de Quito durante el año lectivo 2016-2017*. empieza afirmando que los estudiantes del Colegio Particular "Andrew" presentan un bajo rendimiento en Matemática debido a los métodos tradicionalistas utilizados, para resolver problemas por medio de ecuaciones lineales, sugiere el uso del software Microsoft Mathematics en la enseñanza de la ecuación lineal, en los estudiantes del primer año de Bachiller General Unificado (BGU), se trabajó con dos cursos, el primero experimental donde se aplicó el software y el segundo curso se enseñó a través de métodos tradicionalistas. El diseño de esta investigación es de carácter cuasi-experimental con un enfoque cuantitativo y cualitativo en el cual se rechaza la hipótesis nula la cual dice "El uso del software Microsoft Mathematics no influye en la enseñanza de la ecuación lineal de los estudiantes del primer de BGU del Colegio Particular "Andrew" de la ciudad de Quito en el año lectivo 2016-2017" y se acepta la hipótesis de la investigación porque el valor de $Z_e = 2,30$ es mayor que el valor teórico de la prueba Z, la modalidad es socioeducativa además tiene un nivel descriptivo y de esta forma prueba su hipótesis que efectivamente usando el software Microsoft Mathematics mejoró significativamente la enseñanza de la ecuación lineal.

García (2015) en su tesis: *Implementación de un software como estrategia didáctica para el proceso de fomento a la lectura en estudiantes de grado cuarto de EBS del centro educativo Byron Gaviria* (Tesis de licenciatura) Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Español y de Comunicación Educativa. Tuvo por objetivo, incidir en los procesos de lectura; mediante la programación, implementación y evaluación de un software para el fomento a la lectura, utilizando la narrativa de "La Colección Semilla" del MEN (Ministerio de Educación Nacional), desarrollada en estudiantes de grado cuarto de EBS (Escuela Básica Secundaria) de la Institución Byron Gaviria de la ciudad de Pereira, donde se implementaron estrategias que ayudaran a los jóvenes a comprender y asimilar mejor un texto literario.

2.2.2. A Nivel Nacional

Carhuajulca (2018) en su tesis de investigación: *Propuesta didáctica para superar las dificultades que presentan los estudiantes de ingeniería al articular las representaciones semióticas en la solución de problemas de optimización*, para obtener el grado de maestro nos hace conocer como utilizando la “Teoría de Registros de Representación semiótica” de Duval (2006) conjuntamente con el software Cabrí-Geometre IID y Cabrí IIID en estudiantes de la facultad de Ingeniería de la Universidad Privada del Norte, para el tratamiento de los problemas de optimización. Como se observa en el trabajo en primer lugar solamente se valió de lápiz y papel, se les suministra a los estudiantes los problemas en el lenguaje verbal, ellos tienen que simbolizar y representarlo mediante un modelo matemático, utilizando el registro gráfico y el registro algebraico para la solución de los problemas, teniendo mucha dificultad en hacerlo, posteriormente se les suministra los problemas utilizando el recurso didáctico el software Cabrí Géomètre IID y Cabrí 3D lográndose una mejora significativa en la representación y solución de estos problemas.

Quiroz (2017) en su trabajo de investigación: *Efectos del Matlab sobre el rendimiento académico en estudiantes de Matemática de la U.N.M.S.M., 2017*

Nos manifiesta como el uso del software Matlab influye significativamente en los estudiantes de VI ciclo de Ciencias matemáticas, en el aprendizaje de modelamiento de problemas, utilizando las ecuaciones diferenciales. Este trabajo fue cuasi experimental, con dos grupos uno experimental y uno de control, como se observa, durante el proceso de enseñanza aprendizaje se puso de manifiesto la diferencia de la mejora significativa de los estudiantes que utilizaron el software Matlab con el grupo que no lo hizo. Cuya validez fue dada por jueces especialistas en el tema y la confiabilidad estadística se validó por KR20 y por alpha de Cronbach.

Este trabajo contribuye de manera favorable en la identificación de datos, organización de estrategias e interpretación de los resultados al plantear un problema utilizando un modelo matemático.

Pumacallahui (2015), en su tesis: *El Uso de los Softwares Educativos como Estrategia de Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata – Region Madre de Dios 2012* . Contribuye a la mejora del aprendizaje de la matemática en

el área de geometría, en los estudiantes de educación secundaria de las instituciones educativas; por lo que, el objetivo general es, determinar el uso de los softwares educativos como estrategia para la mejora de la E-A de la geometría en los estudiantes de cuarto grado de secundaria.

La investigación es de diseño cuasi experimental, y tuvo como muestra 154 estudiantes de las instituciones educativas, "Señor de los Milagros" y "Nuestra Señora de las Mercedes" se distribuyó en dos grupos; un grupo de control y un grupo experimental, y para medir la variable dependiente se aplicó la prueba en pretest y posttest.

El marco teórico se enmarcó en la conceptualización del E-A, el uso del software educativo, y los fundamentos teóricos de la geometría los antecedentes nacionales e internacionales.

La prueba de hipótesis se tipificó con la normalidad de los datos y el estadístico de prueba de hipótesis que se utilizó fue la distribución t de Student. Se hicieron comparaciones del grupo experimental y el grupo control y se arribó finalmente, la influencia se genera con el uso de los softwares educativos como estrategia en la E-A de la geometría, con respecto a los estudiantes que no utilizaron el software educativo.

El grupo experimental obtuvo una media de 13.47619 puntos, en cambio el grupo control se obtuvo una media de 11.028571 puntos.

Pantoja (2015) en su tesis de maestría: *Aplicación del software libre Sage y su influencia en el Rendimiento Académico en el cálculo vectorial, en los estudiantes del IV ciclo de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería*, el objetivo fundamental fue determinar los efectos que producen la utilización del software libre SAGE, en el rendimiento académico del curso de Cálculo Vectorial en una muestra de estudiantes de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería. Los instrumentos aplicados fueron dos exámenes de conocimientos (pretest y post test). La muestra fue de 56 estudiantes en dos grupos: experimental y de control cada grupo constituido por 28 estudiantes, a los cuales se les aplicó los instrumentos diseñados, se compararon las medias respectivas utilizando la prueba estadística Z. Los resultados estadísticos obtenidos indican que en el post test efectuado, el grupo experimental obtiene un mayor desempeño y rendimiento que el grupo de control, lo cual se interpreta que el uso del software libre SAGE tiene influencia significativa en el rendimiento académico de la asignatura de Cálculo Vectorial en los estudiantes evaluados.

2.3. Estructura teórica y científica que sustenta el estudio (teorías, modelos)

El marco teórico es la “fundamentación teórica dentro de la cual se enmarcará la investigación que va a realizarse”. Según Bernal (2006). Es decir, es una presentación de principales escuelas, enfoques o teorías existentes, estudio con alto nivel de conocimiento, los instrumentos utilizados y otros aspectos pertinentes y relevantes sobre el objeto de estudio de la investigación.

2.3.1. Uso del software Derive como estrategia didáctica

Escobar, Echevarría y Londoño (2011) el software educativo es más que un programa, es una estrategia de aprendizaje, un medio por el cuál el estudiante desarrolla actividades que le permiten formarse de manera práctica y divertida despertando así: La imaginación, la creatividad y las ganas de aprender de acuerdo con los diferentes escenarios pedagógicos. En este se pueden implementar talleres, trabajos colaborativos, videos, etc. entre otras; que le permitan al estudiante trabajar de acuerdo con la temática, (matemáticas, lengua castellana, geografía, etc.), desarrollando habilidades cognitivas que al mismo tiempo le generen pasión e interés. Una de las principales características del software es que es interactivo, se da un intercambio entre el estudiante y la computadora; donde se le presentan: imágenes animadas, preguntas, enlaces y un sin número de niveles que fortalecen la memoria visual y auditiva, el acatamiento de indicaciones, favorecen los procesos de atención y la comprensión del entorno, desarrollan la posibilidad de elección; en este proceso recíproco es de suma importancia el acompañamiento del maestro. La función del software educativo es proporcionar información, guiar actividades, ejercitar, motivar y evaluar las habilidades, teniendo en cuenta el instruir como primera base sin desmeritar el despertar y mantener el interés por la observación, la exploración y la experimentación.

El software matemático Derive cumple con los requisitos de ser un ordenador muy amigable es decir fácil de manejar y aprender para que el profesor lo pueda usar como estrategia didáctica y desarrollar los conceptos matemáticos de forma muy dinámica y los estudiantes puedan manipular el software y resolver sus problemas individualmente o en grupos en el laboratorio fomentando un ambiente motivador y más amigable.

2.3.2. Aprendizaje de las matemáticas y las nuevas tecnologías

Macías, (2007) “el proceso de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas es altamente complejo y a través del tiempo el hombre ha desarrollado una diversidad de

metodologías para lograr la efectividad de dicho proceso. Con la llegada de las nuevas tecnologías, en particular las computadoras, se abre un nuevo campo de investigación en cuanto a nuevos ambientes de aprendizaje y metodologías de enseñanza aprovechando el enorme potencial de estos recursos electrónicos”.

En cuanto al aprendizaje de las matemáticas, Hernández, (2001) dice: *"Lo relevante en el aprendizaje de las matemáticas puede ser: no el acceder a un gran cúmulo de información sobre los objetos matemáticos, sino, el tener las habilidades que permitan tanto formular conjetura sobre ellos, como criticarlas, corregirlas y mejorarlas"*. Lo anterior denota el alejamiento, rechazo y la postura pasiva del estudiante dentro de su actividad en el aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte, se dice que: *"Enseñar es mucho más que dejar aprender. La enseñanza ha de crear los estímulos que activen y aceleren el aprendizaje. El problema radical de la enseñanza es acoplar la mente del estudiante a la materia objeto de aprendizaje. Esto implica una enseñanza individualizada de forma que, dada una materia a enseñar, lo ideal es encontrar para cada individuo el transformador adecuado a su nivel de entendimiento y formación, que hiciese el acoplo más adecuado"* (Vaquero, p.10). En el sentido alemán de Sánchez, (2002) “señala las ventajas del uso de la computadora en la enseñanza de las matemáticas:

- Participación del estudiante en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el estudiante y la máquina.
- La posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- La posibilidad de crear micro mundos que le permiten explorar y conjeturar.
- Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el estudiante.
- A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el estudiante puede aprender de sus errores.”

2.3.3. Fundamentación teórica del uso del software matemático Derive como estrategia didáctica

Según Unesco (2004), “los sistemas educativos de todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para proveer a sus estudiantes con las herramientas y conocimientos necesarios para el siglo XXI. Los docentes deben poseer las habilidades y conocimientos necesarios para ayudar a los estudiantes a alcanzar altos niveles académicos mediante el uso de los nuevos recursos y herramientas digitales., económica, social y cultural. Las nuevas generaciones están ingresando a un mundo que atraviesa importantes cambios en todas las esferas: científica y tecnológica, política”.

La inclusión de las tecnologías de la información en la educación es un clamor que la sociedad hace y surge de la necesidad del uso de la información en mayor medida. “Las ventajas del uso de las TIC en el Sistema Educativo consideran tres grandes sistemas de información y comunicación conforman las TIC un espacio en el ámbito educativo mundial: el video, la informática y las telecomunicaciones que unidas con un solo fin son herramientas valiosas para la materialización del conocimiento que adquirirá el educando” (Castro, Guzmán y Casado (2007). Según el NCTM (2000), “La tecnología es fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en lo que se enseñan y enriquece rápidamente su aprendizaje. Las calculadoras, las computadoras, los softwares matemáticos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas, facilitan la organización, análisis de datos y hacen cálculos con eficiencia y exactitud.”

“La tecnología puede ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas, así como el uso eficaz de la tecnología en la enseñanza de la matemática depende del profesor, la tecnología no solo influye cómo se enseñan y aprende las matemáticas, sino para que se enseñe”(Fandos 2003). Por lo dicho se concluye que:

- La tecnología potencia el aprendizaje de la matemática.
- La tecnología potencia la enseñanza eficaz de la matemática
- La tecnología impacta en qué matemática se enseña.

“La incorporación de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Según Badilla y Chacón (2004) y Vicario (2009), quienes se basan en los desarrollos de Papert (1993, 1995)”, citado por Castellaro, M.

(2012) “a través del aprendizaje mediado por tecnologías el estudiante posee un rol mucho más activo que en la didáctica tradicional, ya que ensayar, errar y corregir el error genera las condiciones de posibilidad para crear, aprender y comunicar, lo cual permite ampliar las actividades colaborativas de aprendizaje a entornos virtuales. Por consiguiente, la utilización de las tecnologías de Información y comunicación otorga al estudiante un rol activo en la construcción de conocimientos en el aprendizaje de la matemática y el rol del docente como un tutor en el proceso de enseñanza - aprendizaje.” Castellaro, M. (2012)

Según el MINEDU (2007) “el aprendizaje de la Matemática utilizando las nuevas tecnologías influye en el aspecto didáctico de la enseñanza”. “El uso de la tecnología tiene la potencialidad de modernizar nuestras aulas y hacer que la matemática sea más dinámica, sencilla e interesante para nuestros estudiantes.

Las ventajas que aportan las TIC en la enseñanza del área de matemática consideran:

- El estudiante interactúa con objetos matemáticos de forma simple y natural, lo que favorece su autonomía en el aprendizaje,
- Facilidad para representar gráficamente y de forma dinámica los conceptos y procedimientos matemáticos.
- Se facilita la construcción de objetos matemáticos, la conjetura de hipótesis, la comprobación de propiedades, y la simulación y descubrimiento de regularidades.
- Internet facilita encontrar información susceptible de matematización en un entorno cercano a los estudiantes, además de fomentar el conocimiento histórico de la matemática.
- El uso de software matemático permite combinar los datos de forma numérica, simbólica y gráfica, tratando a la matemática de manera global.
- Las desventajas del uso de la tecnología de información y de comunicación en el aprendizaje de la matemática, se consideran:
 - Poco conocimiento y dominio de informática básica.
 - Acceso discriminatorio a sus servicios, sólo donde hay fluido eléctrico y centros de cómputo.
 - Insuficiente actualización de los docentes en las TIC e instituciones educativas con pobre infraestructura”.

Software matemático Derive.

Derive es uno de los llamados "Programas de Cálculo Simbólico", "que se definen como programas para ordenadores personales (PC) que sirven para trabajar con matemáticas usando las notaciones propias (simbólicas) de esta ciencia. Así, en un programa de cálculo simbólico el número 'pi' se trata como tal, a diferencia de muchas calculadoras que consideran sólo una aproximación 3,1415... "(Asociación de Usuarios de Derive, (s.f.)

Según (Garcia & Fernandez, 2008) "los programas de cálculo simbólico son capaces de hacer derivadas, integrales, límites, y muchas otras operaciones matemáticas. Suelen tener capacidades gráficas (representación de curvas y funciones) y, por supuesto, capacidades numéricas que suplen sobradamente a la mejor de las calculadoras.

$$\begin{aligned} \#51: & \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{47}{17} \\ \#52: & \sqrt{5 + \sqrt{24}} + \sqrt{5 - \sqrt{24}} = 2 \cdot \sqrt{3} \\ \#53: & (1 + 2 \cdot i) \cdot (3 + i) = 1 + 7 \cdot i \\ \#54: & \frac{2 + i}{i + 1} = \frac{3}{2} - \frac{i}{2} \\ \#55: & \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Figura 1. Resolución de operación aritmética aplicando el Software Derive

Naturalmente, los segundos miembros de las igualdades del gráfico anterior, tomado de una pantalla de *Derive*, han sido calculados directamente por el programa y, además, en unas décimas de segundo.

Siempre ha sorprendido que siendo tan sencillo tenga una gran potencia y versatilidad, por lo que es idóneo para iniciarse con este tipo de programas. Derive es el programa preferido en el ámbito docente, en la enseñanza secundaria y en los primeros años de Universidad, porque es muy fácil de utilizar, de modo que la 'informática' se supera muy pronto y, por tanto, es casi inmediato empezar a trabajar con matemáticas."

Capacidades

Aquí se señala algunas posibilidades: Operaciones con vectores, matrices y determinantes. Resolución de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones.

#1: $\text{DET} \begin{bmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & x \end{bmatrix} = -x^5 - 10x^3 + 20x^2 - 15x + 1$

#2: $\begin{bmatrix} a & b \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{3a-2b} & \frac{b}{3a-2b} \\ \frac{2}{3a-2b} & \frac{a}{3a-2b} \end{bmatrix}$

#3: $\text{SOLUE}(x^5 - 10x^3 + 20x^2 - 15x + 1, x)$

#4: $[x = 1, x = -4]$

#5: $\text{SOLUE} \left(\begin{bmatrix} 2x + y + z = 4 \\ \frac{11}{4}x + 3y - 3z = 6 \\ x - y + 5z = 9 \end{bmatrix}, [x, y, z] \right)$

#6: $\left[x = \frac{731}{389}, y = \frac{1315}{718}, z = -\frac{1263}{718} \right]$

Figura 2. Cálculo de un determinante

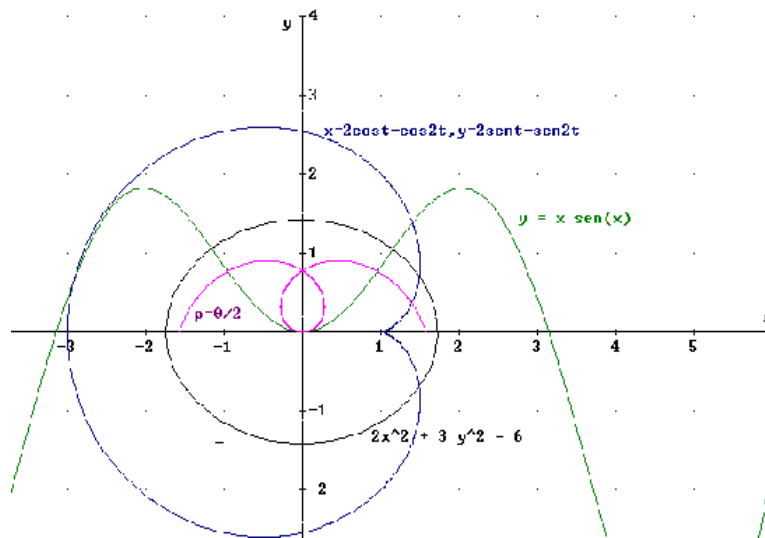


Figura 3. Representación gráfica de funciones en forma explícita, implícita, paramétrica y en coordenadas polares.

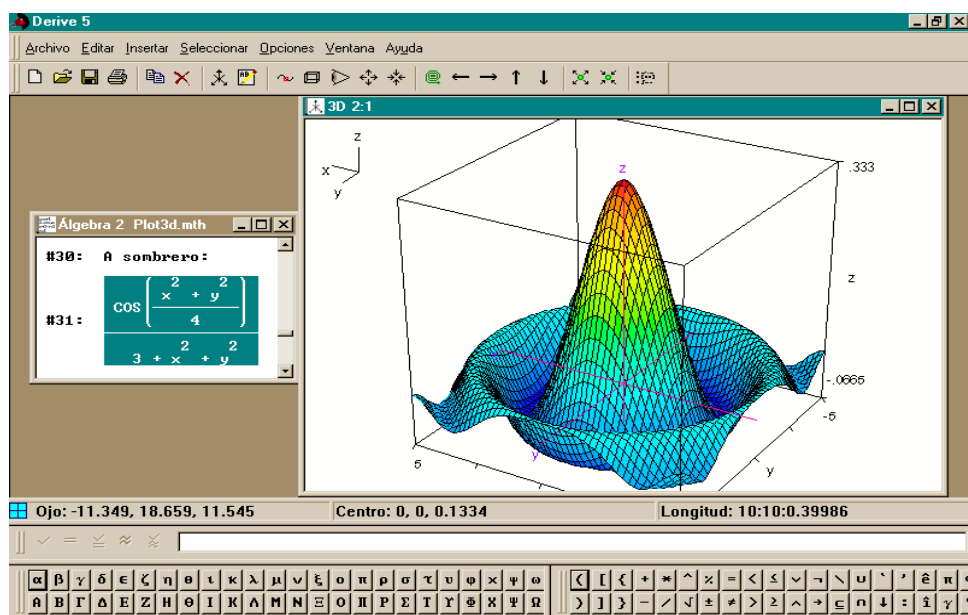


Figura 4. Representación gráfica de funciones reales de dos variables.

Operaciones con fracciones algebraicas y polinomios además, es posible hacer programas con funciones que usen las diferentes capacidades del software, de modo que incrementa el espectro de sus aplicaciones. Derive cuenta con varias funciones para diversos propósitos como resolver ecuaciones diferenciales, trabajar en álgebra lineal, etc.

Utilización

Derive es relativamente fácil de aprender : En poco tiempo es posible experimentar las aplicaciones del software.

La inclusión de Derive en las asignaturas de matemáticas en la Universidad y en la secundaria, además, tiene una gran influencia sustantiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Versiones de Derive

Derive se distribuye en español también . La traducción del programa incluye la ayuda, las órdenes y los mensajes, así como el "manual" (que en realidad es un libro de ejercicios, que va recorriendo las distintas posibilidades del programa). Algunas funciones son intraducibles, porque son de origen (seno sigue siendo SIN) y las "variables del sistema" (que controlan el funcionamiento del programa).

Diferencias entre versiones

Derive evoluciona contantemente, de modo que ahora existen versiones 6.10, a la que precedieron la 6.01, 6.00, 5.06, etc.

Los cambios entre unas y otras versiones son no tan significativos .Pero:

- Están bien documentados (ayuda del programa).
- Se puede "bajarse" de Internet los parches (usuario autorizado), y así se tener la última versión actualizada.

Tabla 1.*Capacidades del Derive*

Capacidad	Posibilidades
Aritmética	<p>“Precisión ajustable, aproximación aritmética. Notación racional, decimal y científica. Números Fibonacci, Bernoulli y Euler. Reconocimiento y generación de números primos. Factorización de enteros, factoriales y gcds. Bases de los radios Input u Output ajustables por números. Constantes físicas fundamentales para alta precisión. Unidades de conversión métrica e inglesa. Exactitud racional sin errores de redondeo. “</p> <p>“Tratamiento de números complejos e infinitos.</p>
Álgebra	<p>Simplificación simbólica de expresiones. Expansión polinomial y factorial. Expansión parcial de fracciones y común denominador. Reducción de valores complejos a forma rectangular. Declaraciones de enteros, reales, complejos y no escalares. Nombres de variables griegos y latinos (ingleses). Sustitución de variables y subexpresiones. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Álgebra de Boole y tablas de verdad. “</p>
Gráficos 2d	<p>“Gráficos explícitos, implícitos y para métricos. Gráficos usando coordenadas polares o rectangulares. Especifica el rango de los gráficos usando el zoom. Gráficos de curvas en el espacio y funciones de valores complejos. Escalas de zoom en los gráficos. Gráficos con auto-escalas fácilmente estructurados. Gráficos con colores específicos. Opciones para enumerar y etiquetar ejes. Anotaciones en los gráficos. “</p>
Gráficos 3d	<p>“Gráficos de estructuras enrejadas para funciones de 2 variables. Opción de quitar líneas ocultas. Posibilidad de ajustar y centrar la visión del gráfico.</p>

	<p>Poner y quitar zoom o usar escalas verticales automáticas.</p> <p>Números y colores específicos para la red de líneas.</p> <p>Rotación de gráficos 3D. “</p>
Cálculos	<p>“Límites infinitos y finitos.</p> <p>Derivadas parciales de cualquier orden.</p> <p>Antiderivadas e integrales definidas.</p> <p>Integración por aproximación numérica.</p> <p>Sumas y productos finitos e infinitos.</p> <p>Curvas y tangentes.</p> <p>Diferenciación implícita y paramétrica.</p> <p>Aproximación de series de Taylor y Fourier.</p> <p>Longitud del arco, áreas y volúmenes.</p> <p>Transformaciones de Laplace.</p> <p>Soluciones exactas ODE de primer y segundo orden.</p> <p>Aproximaciones Runge-Kutta para sistemas de ODEs. “</p>
Vectores, matrices y conjuntos	<p>“Elementos simbólicos y numéricos.</p> <p>Uso de la notación estándar de subíndices.</p> <p>Productos puntuales, cruzados y externos.</p> <p>Transpuesta, determinantes e inversa.</p> <p>Reducción de matrices a forma triangular.</p> <p>Auto valores y auto vectores.</p> <p>Vector de cálculo diferencial e integral.</p> <p>Funciones eficientes para vectores y operaciones para matrices.</p> <p>Curva de ajuste por mínimos cuadrados.</p> <p>Unión e intersección de conjuntos. “</p>
Funciones	<p>“Exponencial, trigonométrica e hiperbólica.</p> <p>Angular especificada en grados o radianes.</p> <p>Probabilísticas, estadísticas y financieras.</p> <p>Funciones especiales (Zeta, Bessel, Hipergeométrica,)</p> <p>Generación de números pseudo aleatorios. “</p>
Programación	<p>“Uso de funciones matemáticas predefinidas.</p> <p>Estructura de control IF-THEN-ELSE.</p> <p>Operadores booleanos y relacionales.</p> <p>Funciones recursiva e iterativa.</p> <p>Extracción de términos, factores y variables libres de las expresiones.</p>

Input / output	<p>Operaciones para dominios declarados y variables de estado. Selección y funciones de aplicación sobre vectores. “ “Anotar, guardar y leer archivos DERIVE. Las cabeceras y pies de página para impresión de siempre. Vista previa de la hoja con expresiones y gráficos. Incluir anotaciones y hora de ejecución en expresiones a imprimir. Imprimir gráficos en color o blanco y negro. Copiar imágenes de la pantalla DERIVE al portafolio de Windows en formato mapa de bits. Copiar expresiones al portafolio Windows en formato texto. Leer y analizar archivos de datos numéricos. Generar archivos de programa de C, Fortran, Pascal y Basic.”</p>
Interfaz	<p>“Usa el teclado o el ratón para seleccionar botones de la barra de herramientas o comandos del menú. Abrir gráficos Windows álgebra múltiple, 2D y 3D. Entrar fácilmente y editar expresiones. Introducir nombres de variables griegas y símbolos matemáticos usando la barra de herramientas. Introducir y editar matrices 2D. Presentar expresiones usando la notación matemática estándar 2D. Resaltar, extraer y sustituir subexpresiones. Resaltado de expresiones del álgebra de Windows. Comprimir el formato de las expresiones y presentar los modos. Fichas de referencias rápidas y extensas en la ayuda. Manual completo de ejemplos paso para usar las imágenes de pantalla”.</p>

Nota Fuente: Recuperado de <http://jrgalcaciega.blogspot.pe/2011/10/derive.html>

Estrategia didáctica y la tecnología

Uned (2013) “son las acciones planificadas por el docente con el objetivo de que el estudiante logre la construcción del aprendizaje y se alcancen los objetivos planteados. Una estrategia didáctica es, en un sentido estricto, un procedimiento organizado, formalizado y orientado a la obtención de una meta claramente establecida. Su aplicación

en la práctica diaria requiere del perfeccionamiento de procedimientos y de técnicas cuya elección detallada y diseño son responsabilidad del docente.”

Fonseca, Medellín y Vásquez (2014) “en la actualidad con el desarrollo de las tic es importante que los docentes aprovechen todas las herramientas surgidas de la evolución de la Web en beneficio del aprendizaje de los estudiantes; así mismo, el docente debe comprender que los estudiantes aprenden de distintas maneras y, debido a esta variedad de formas de aprendizaje, se requieren diversificar las estrategias didácticas de aprendizaje, así como adaptar estas técnicas didácticas usando herramientas de la Web 2.0. Esto con la finalidad de acercar a los estudiantes a mecanismos novedosos de mediación de aprendizajes al utilizar herramientas tecnológicas que, además, permiten la publicación de documentos en un medio mundial como es Internet y que fomentan el trabajo, tanto individual, como colaborativo de los estudiantes”.

En el caso de la estrategia didáctica para el aprendizaje de las matemáticas existen una serie de softwares matemáticos en especial el Derive que es una herramienta valiosa ya que el profesor puede agregar actividades dinámicas que lograrán los conocimientos a los estudiantes de forma rápida e innovadora y por su parte los estudiantes aprenden de manera más sencilla la matemática manipulando estos ordenadores y se pongan a tono con el avance de la tecnología.

2.3.4. Fundamentación teórica de las teorías del aprendizaje

Las teorías del aprendizaje y las tics

“Las teorías de aprendizaje se encargan de describir las maneras en las que aprendemos. Se centran también en la relación de la información que tenemos previamente y la nueva información que queremos adquirir. Diversas teorías nos ayudan a comprender, predecir y controlar el comportamiento humano, elaborando a su vez estrategias de aprendizaje y tratando de explicar cómo los sujetos acceden al conocimiento.” (Sarmiento, 2007)

El uso de las nuevas tecnologías puede solucionar ciertos problemas de aprendizaje e incluir una nueva herramienta en este proceso. Además, mejoran el ambiente de aprendizaje, cambian el paradigma de la educación en el aula tradicional, alejada del contexto social en el cual se circunscribe la escuela, y favorecen un aprendizaje autónomo.

Teoría del aprendizaje conductista

El conductismo es una corriente psicológica y metodológica planteada por John Watson, Edward C. Tolman, Clark L. Hull, y B.F. Skinner, según la cual la psicología humana debe prescindir del estudio de los estados de conciencia, esto es de la mente, y solo debe dedicarse al estudio de los comportamientos observables y modificables de los animales y los humanos.

Conductismo y educación

“El objetivo educativo del conductismo es realizar una instrucción mediante la modificación de la conducta. Las conductas de los estudiantes se modelan a través de los principios básicos del conductismo aplicado. Por un lado, la introducción de reforzadores positivos fortalece la respuesta, mientras que su retirada debilita la respuesta (castigo por retirada). Por otro lado, el castigo por presentación de estímulos de aversión debilita la respuesta, mientras que el reforzamiento negativo fortalece la retirada.” (Del Río 1990)

La teoría conductista y la aplicación de las tics

“El conductismo no concibe el aprendizaje como una experiencia de interacción con el entorno sociocultural, sino que se basa en los supuestos de la enseñanza programada de Skinner mediante una rudimentaria presentación secuencial de preguntas y la sanción correspondiente en caso de respuestas erróneas. Consiste en un complejo programa informático diseñado para servir como herramienta educativa, cuyos contenidos se centran en la realización de ejercicios y sesiones de preguntas y respuestas que permitan la presentación de un temario y verificar su comprensión y adquisición por parte del estudiante, gracias a una gran carga lectiva.”(roxanahinostrozainformatico.blogspot.com)

Teoría del aprendizaje cognitivista

“El cognitivismo incluye todas aquellas teorías que se centran en el estudio de la mente humana para comprender cómo interpreta, procesa y almacena la información en la memoria. Es decir, el objetivo principal del cognitivismo es descubrir cómo la mente humana es capaz de pensar y aprender.

Este modelo de teorías asume que el aprendizaje se produce a partir de la experiencia, pero, a diferencia del conductismo, lo concibe no como un simple traslado de la realidad, sino como una representación de dicha realidad. Así pues, es de vital

importancia descubrir el modo en que se adquieren tales representaciones del mundo, se almacenan y se recuperan de la memoria o estructura cognitiva”.(www.slideshare.net)

Los representantes más importantes de esta teoría del aprendizaje son: Piaget con su psicología genética; Ausubel con su aprendizaje significativo y Bruner con el aprendizaje por descubrimiento.

Teoría de Piaget

“El enfoque básico de Piaget es la epistemología genética, es decir, el estudio de cómo se llega a conocer el mundo externo a través de los sentidos atendiendo a una perspectiva evolutiva y establece cuatro estadios universales del desarrollo: motor-sensorial, pensamiento pre-operacional, concreta-operacional y lógico-formal.

Es decir, Piaget sostiene que el ser humano construye su conocimiento a partir de la enseñanza, pero lo va complementando en base a la etapa de desarrollo intelectual y físico que vive.”(www.consultadepsicologia.blogspot.com)

Teoría de Ausubel

Según el psicólogo estadounidense Ausubel, la enseñanza es un proceso por el cual se ayuda al estudiante a que siga aumentando y perfeccionando su conocimiento que posee.

El aprendizaje significativo

Comprende la adquisición de nuevos significados de modo diferente al aprendizaje memorístico, tiene lugar cuando se intenta dar sentido o establecer relaciones entre los nuevos conceptos o la nueva información con los conceptos y conocimientos ya existentes en el estudiante.

En tal sentido “la esencia del aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas, de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el estudiante ya sabe”. De esta manera el construye su propio conocimiento y además está interesado y decidido a aprender(Palomino,Delgado, 1996).

Condiciones para que ocurra el aprendizaje significativo:

Para que el aprendizaje sea significativo, tiene que haber no solamente actividad del estudiante sino también los recursos o instrumentos intelectuales que utiliza tales como la estrategia para experimentar, tomar notas, resumir, esquematizar, deducir, inducir, analizar, sintetizar, transformar, etc. Junto a ello, lo esencial para que ocurra el aprendizaje

significativo es que el tema o contenido sea potencialmente significativo y que el estudiante este predispuesto a aprenderlo (Ausubel 1983). Es decir, el aprendizaje significativo o la adquisición de significados requieren del tema potencialmente significativo y de la actitud de quien lo va a aprender. Esto quiere decir que el tema tiene que ser importante y oportuno y que el estudiante tiene que estar motivado para aprender.

Dimensiones de las tareas del aprendizaje

Ausubel consideró muy importante para la teoría del aprendizaje escolar la distinción entre los principales tipos de aprendizaje que se pueden dar en el salón de clases, de ahí que formuló dos dimensiones de las tareas del aprendizaje escolar.

La primera dimensión del aprendizaje por recepción y descubrimiento, mientras que la otra es entre aprendizaje por repetición y aprendizaje significativo dando lugar a dos ejes ortogonales en las que se las puede ubicar en un continuo. Ver figura 5

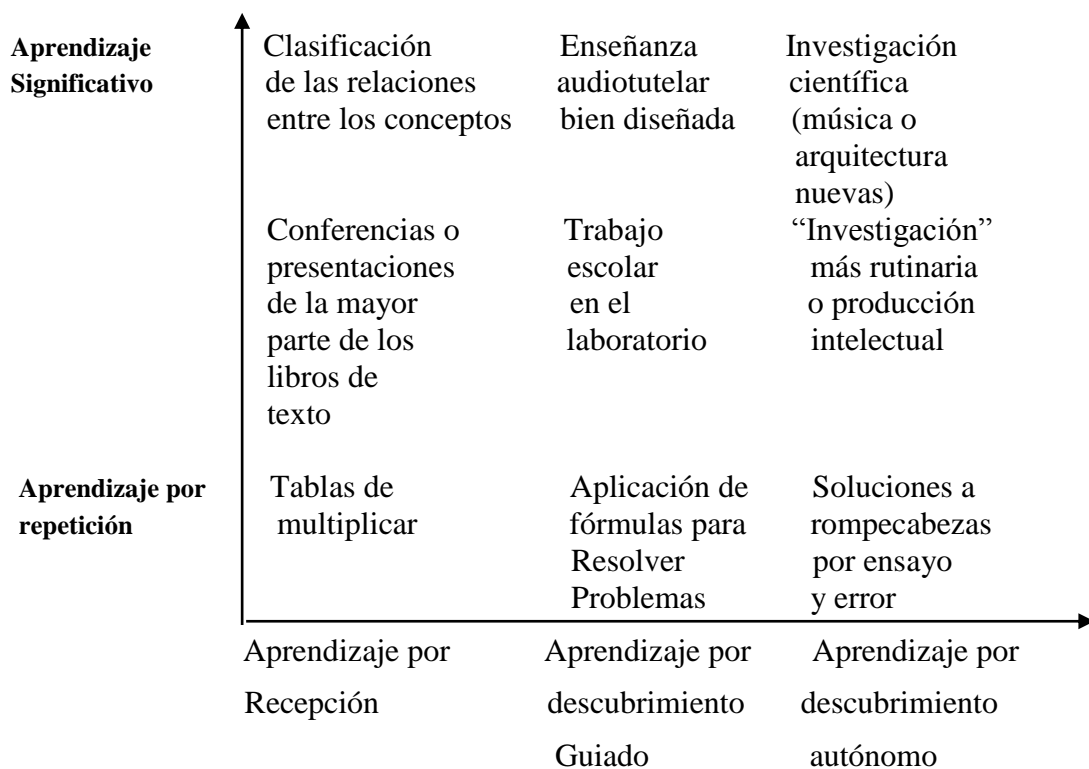


Figura 5. Dimensiones del aprendizaje con algunas actividades humanas

Fuente: AUSUBEL, D. y otros. Psicología educativa

En resumen, para que el aprendizaje significativo se produzca presupone tres condiciones: que el nuevo tema a aprender debe ser potencialmente significativo, la

estructura cognitiva previa del estudiante debe relacionarse con los nuevos conocimientos y este debe tener disposición significativa para aprender.

La teoría cognitivista y la aplicación de las tics

“En relación con el uso de las TIC, Piaget no se mostró en ningún momento partidario de la institución por ordenador, pero rescata la discusión, el modelaje y la experiencia empírica.” (Recuperado de www.consultadepsicología.blogspot.com)

“En relación con el uso de las TIC, Ausubel considera que las nuevas tecnologías son medios eficaces para proponer situaciones de descubrimiento y simulaciones, pero que en ningún caso pueden sustituir a la realidad. Además, uno de los problemas de la enseñanza asistida por ordenador es que no se proporciona interacción de los estudiantes entre sí, ni de éstos con el profesor” y considera que *“ninguna computadora podrá jamás ser programada con respuestas a todas las preguntas de los estudiantes”*. (Recuperado de www.test.com)

Teoría del aprendizaje socio cultural

“La teoría sociocultural de Vygotsky enfatiza la participación de los niños con su ambiente, considerando el crecimiento cognoscitivo como un proceso colaborativo. Vygotsky afirmaba que los niños aprenden a través de la interacción social. Adquieren habilidades cognoscitivas como parte de su inducción a una forma de vida.

Las actividades compartidas ayudan a los niños a interiorizar las formas de pensamiento y conducta de su sociedad y apropiarse de ellas. De acuerdo con Vygotsky, los adultos o los compañeros más avanzados deben ayudar a dirigir y organizar el aprendizaje de un niño antes de que este pueda dominarlo e interiorizarlo. Esta orientación es más efectiva para ayudar a los niños a cruzar la Zona de Desarrollo Proximal (ZDP), la brecha entre lo que ya son capaces de hacer y lo que aún no pueden lograr por sí mismos.

Los niños en la ZDP para una tarea particular casi pueden realizarla por sí mismos, pero no del todo. Sin embargo, con el tipo correcto de orientación pueden realizarla con éxito. En el curso de la colaboración la, responsabilidad y supervisión del aprendizaje paulatinamente cambia al niño. Algunos seguidores de Vygotsky (Wood, 1980; Bruner y Ross, 1976) han aplicado la metáfora de andamios para referirse a esta forma de enseñanza. El andamiaje es entonces el apoyo temporal de los padres, maestros u otros que

proporcionan a un niño para hacer una tarea hasta que pueda hacerla por sí solo.”(Recuperado de www.panoramag114.blogspot.com)

“Una contribución importante de la perspectiva contextual ha sido su énfasis en el componente social del desarrollo. Esta además sostiene que el desarrollo de los niños en una cultura o un grupo dentro de una cultura puede ser una norma no apropiada para los niños de otras sociedades o grupos culturales.

El aprendizaje colaborativo, el discurso, el uso de modelos de andamiaje son estrategias para apoyar el conocimiento intelectual y el desarrollo de habilidades. Dichas estrategias son la base para el desarrollo de las TIC aplicadas a la educación, las cuales ofrecen a los estudiantes modernas herramientas para presentar sus conocimientos a través de textos, imágenes, gráficos, videos, además de promover el dialogo, la discusión, el trabajo cooperativo y la resolución de problemas”.(Recuperado de [www.Portafoliomiriamcontrerasrosas .blogspot.com](http://www.Portafoliomiriamcontrerasrosas.blogspot.com))

La teoría sociocultural y la aplicación de las tics

Es la principal teoría de aprendizaje que se aplica en la web social, se aprende en forma informal a través de internet utilizando herramientas tales como las redes sociales, wikis, blogs, video conferencias, chats, mensajes, comunidades, etc.

El aprendizaje formal debe contribuir a mejorar el aprendizaje que se da a través de las redes tanto presencial como on-line.

“Internet adhiere a la noción vygotskiana de interacción entre gente que trae diferentes niveles de experiencia a una cultura tecnológica, Internet es un entorno que presupone una naturaleza social específica y un proceso a través del cual los aprendices crean una zona virtual de desarrollo próximo” (Recuperado de www.historia.fcs.ucr.ac.cr).

Teoría del aprendizaje constructivista

“El Constructivismo es la Teoría del Aprendizaje que destaca la importancia de la acción es decir del proceder activo en el proceso de aprendizaje.

Inspirada en la psicología constructivista, se basa en que para que se produzca aprendizaje, el conocimiento debe ser construido o reconstruido por el propio sujeto que aprende a través de la acción, esto significa que el aprendizaje no es aquello que simplemente se pueda transmitir. Así pues, aunque el aprendizaje pueda facilitarse, cada persona (estudiante) reconstruye su propia experiencia interna, por lo que el aprendizaje no

puede medirse, por ser único en cada uno de los sujetos destinatarios del aprendizaje.”(repository.uniminuto.edu:8080)

“Tres son los representantes de esta teoría del aprendizaje centrada sobre todo en la persona en sí, sus experiencias previas que le llevan nuevas construcciones mentales, cada uno de ellos expresa la construcción del conocimiento dependiendo de si el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento (**Piaget**); si lo realiza con otros (**Vygotsky**) o si es significativo para el sujeto (**Ausubel**).”(renati.sunedu.gob.pe)

“Los objetivos educativos de la teoría constructivista son:

- Lograr un aprendizaje activo, mediante la participación de los propios estudiantes/alumnos de manera constante, en actividades de contexto.
- Fomentar la creatividad e innovación en el proceso enseñanza/ aprendizaje.
- Favorecer el desarrollo de los procesos cognitivos y creativos, para que el estudiante desarrolle su autonomía e independencia.
- Lograr la interacción con su entorno, enfrentando las teorías con los hechos.
- Conseguir que los sujetos sean los responsables de su propio aprendizaje mediante la construcción de significados.
- Conseguir que el resultado de la experiencia directa con el objeto de conocimiento sea su propio aprendizaje.
- Basar el aprendizaje en métodos que le ayuden a encontrar sentido al objeto de conocimiento mediante el establecimiento de relaciones entre los conceptos implicados.”(academia-e.unavarra.es)

El constructivismo y la aplicación de las tics

“En las teorías constructivistas las aplicaciones de las TIC y sus herramientas potencian el compromiso activo del estudiante, la participación, la interacción, la retroalimentación y conexión con el contexto real, de tal manera que son propicias para que el estudiante pueda controlar y ser consciente de su propio proceso de aprendizaje.

Ese proceso de aprendizaje podrá realizarse sobre todo a través de las plataformas virtuales de aprendizaje, a través de los cursos on-line. Un ejemplo significativo de este tipo de entorno de aprendizaje constructivista sería Moodle, poniendo a disposición de los estudiantes herramientas como: foros, cuestionarios, glosarios, tablón de anuncios, blogs, wikis, consultas, tareas, chats, talleres, listas de distribución de email, encuestas, etc.
“(sites.google.com)

Teoría del aprendizaje conectivista

“El aprendizaje actualmente ha sido impactado por las tecnologías, por lo que la forma de entender el aprendizaje ha cambiado; hemos desarrollado nuevas prácticas entorno al aprendizaje, ahora buscamos tener la información a la mano en todo momento y lugar. Es importante crear herramientas que respondan a estas nuevas necesidades.”
(conectivismodigital.blogspot.com)

“El conectivismo es una teoría del aprendizaje para la era digital que ha sido desarrollada por George Siemens basado en el análisis de las limitaciones del conductismo, el cognitivismo y el constructivismo, para explicar el efecto que la tecnología ha tenido sobre la manera en que actualmente vivimos, nos comunicamos y aprendemos.

Podría definirse el conectivismo como la integración de los principios explorados por las teorías del caos, redes, complejidad y autoorganización. Según esta teoría el aprendizaje es un proceso que ocurre en el interior de ambientes difusos de elementos centrales cambiantes que no están por completo bajo el control del individuo, pero también un proceso que puede residir fuera de nosotros, y cuyo objetivo es conectar conjuntos de información especializada. Estas conexiones tienen de hecho, mayor importancia que nuestro estado actual de conocimiento.

El punto de partida, por tanto, es el individuo. Su conocimiento personal se compone de una red, la cual alimenta a organizaciones e instituciones, las que a su vez retroalimentan a la red, proveyendo nuevos aprendizajes para los individuos, lo que les permite a su vez estar actualizados en su área mediante las conexiones que han formado.

Principios del conectivismo

George Siemens, establece los principios del conectivismo:

- El aprendizaje y el conocimiento yace en la diversidad de opiniones.
- El aprendizaje es el proceso de conectar nodos o fuentes de información.
- No sólo de los humanos se aprende, el conocimiento puede residir fuera del hombre.
- La capacidad de aumentar el conocimiento es más importante que lo que ya se sabe.
- Es necesario nutrir y mantener las conexiones para facilitar el aprendizaje continuo.

- La habilidad para ver las conexiones entre los campos, ideas y conceptos es primordial.
- La información actualizada y precisa es la intención de todas las actividades del proceso conectivista.
- La toma de decisiones es en sí misma un proceso de aprendizaje. Escoger qué aprender y el significado de la información entrante es visto a través de la lente de una realidad cambiante.”

Aprendizaje móvil una nueva tendencia inherente al conectivismo

“El aprendizaje móvil, también llamado en inglés m-learning (m antes quiere decir móvil) ofrece métodos modernos de apoyo al proceso de aprendizaje mediante el uso de instrumentos móviles, tales como los ordenadores portátiles y las tabletas informáticas, los lectores MP3, los teléfonos inteligentes (smartphone) y los teléfonos móviles. El aprendizaje móvil, personalizado, portátil, cooperativo, interactivo y ubicado en el contexto, presenta características singulares que no posee el aprendizaje tradicional mediante el uso de instrumentos electrónicos (e-learning).” (Recuperado de www.dialnet.unirioja.es)

“El aprendizaje móvil se está convirtiendo en una de las soluciones a los problemas que confronta el sector educativo; por eso, el programa de actividades de la UNESCO” (Farnos, 2011) “se basa en un número cada vez mayor de iniciativas conjuntas encaminadas a estudiar de qué manera las tecnologías móviles pueden propiciar la consecución de la Educación Para Todos (EPT). Entre sus asociados figuran la empresa Nokia y el Departamento de Estado de los Estados Unidos de América.”

“A manera de conclusión se puede comentar que los docentes deben cambiar su pensamiento y se abran a la necesidad de incorporar las nuevas tecnologías de la información y comunicación a los procesos de enseñanza aprendizaje, como estrategia para socializar el conocimiento., no es un problema de desencuentros generacionales como se ha pretendido ver con la idea de la existencia de los estudiantes nativos digitales y los docentes como inmigrantes sino como un problema de acceso a la información y fuentes documentales de conocimientos, comunicación, colaboración y aprendizaje que aportan las redes de Internet.” (dialnet.unirioja.es)

“La integración de las tecnologías en la educación con o sin visión conectivista tiene entre los grandes obstáculos a resolver, la escasa formación tecnológica y las prácticas educativas tradicionales tanto de profesores, estudiantes, como de las administraciones académicas, conservadoras por naturaleza y resistentes a innovar efectivamente la educación. Es evidente también que el cambio se genera en la práctica y en la base misma de los sistemas educativos, donde cada vez son más los docentes que hacen uso de tecnologías aun cuando no forme parte esta actividad en los distintos diseños curriculares.”
(dialnet.unirioja.es)

“Los estudiantes por su parte crecen rodeados de tecnología, incorporándola en su quehacer cotidiano y les resulta por tanto natural su integración en el desarrollo de su propia educación. El conectivismo es una alternativa que bien vale la pena explorar dentro de las instituciones de educación, equilibradamente, sin violentar la educación formal y sin alterar la fundamentación metodológica y las restricciones que se imponen a los docentes en las aulas.”(dialnet.unirioja.es)

El conectivismo y la aplicación de los tics

“El conectivismo es un modelo de aprendizaje que considera los cambios en nuestra sociedad en los que el aprendizaje ya no es una actividad interna e individual. La forma es distinta se altera con el uso de nuevas herramientas que, de hecho, están definiendo y modelando nuestro pensamiento”. "El conectivismo provee una mirada a las habilidades de aprendizaje y las tareas necesarias para que los aprendices florezcan en una era digital"
(George Siemens).

El vínculo entre esta teoría y las TIC lo ilustra muy bien la siguiente figura

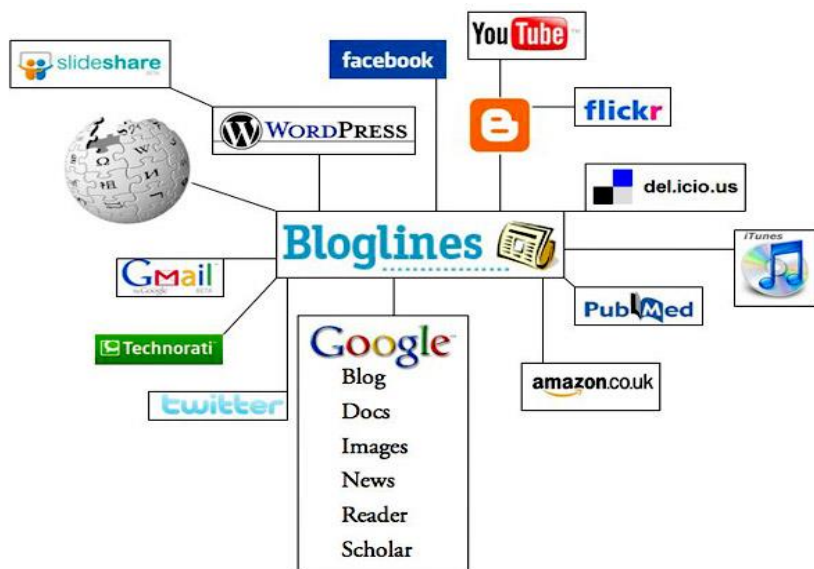


Figura 6. Las Tic y la Teoría Conectivista

Pabon. (2014). Conectivismo, ¿un nuevo paradigma en la educación actual? Recuperado de.

<https://teduca3.wikispaces.com/5.+CONECTIVISMO>

Todas las teorías del aprendizaje desarrolladas y explicadas en la presente investigación podemos compararlo y de esta forma tener un panorama de las bondades y limitaciones de cada unas de estas teorías es decir ver como a través del tiempo ha ido evolucionando empezando por la teoría conductista cuyos representantes fueron: Pavlov, Watson, Skinner, Gagne, etc. pasando por la cognitiva cuyos representantes fueron: Piaget, Ausubel, Bandura, etc. luego el constructivismo representados por: Vygotsky, Bruner, Papert, etc y finalmente arribamos a la teoría conectivista cuyo representante principal es G. Siemens todo esto podemos verlo a través de la siguiente tabla:

Tabla 2.

Corrientes de las teorías del aprendizaje a través de la historia

Pregunta	Conductismo	Cognitivismo	Constructivismo	Conectivismo
¿Cómo se produce el aprendizaje?	Modelo de caja negra centrado en el comportamiento observable	De forma estructurada siguiendo el modelo computacional	De forma social pero en el que cada individuo obtiene su propio significado personal	Distribuido en el contexto de una red, social, potenciado por la tecnología mediante el reconocimiento e interpretación de patrones
¿Qué factores influyen en el aprendizaje?	Estímulos de recompensa o castigo	Los esquemas mentales existentes y las experiencias previas del individuo	Compromiso, participación, sociedad y cultura	La diversidad de la red
¿Qué papel juega la memoria?	La memoria responde al asentamiento de experiencias repetidas en donde la mayor influencia es la recompensa y castigo	Codifica el conocimiento y lo almacena para su posterior recuperación	Conocimiento previo entremezclado con el contexto actual	Patrones adaptativos, representación del estado actual en la red existente
¿Cómo se da la transferencia?	Por estímulos y respuestas	Replicando las estructuras de conocimiento del “conocedor”	A través de procesos de socialización	Estableciendo conexiones (añadiendo nodos a la red)
¿Qué tipo de aprendizajes se explican mejor con esta teoría?	Aprendizajes fundamentados en la repetición de tareas	Procesos de razonamiento, objetivos claros y resolución de problemas	Aprendizaje social, vago (lo que se denominan problemas “mal” definidos)	Aprendizaje complejo, cambiante y que integra múltiples fuentes de información

Fuente: Tomado de George Siemens. *Learning and Knowing in Networks*.

2.3.5. Enseñanza Aprendizaje de la matemática universitaria

Los estudiantes de educación superior tienen conocimientos previos para tratar el tema sobre funciones que es uno de los conceptos fundamentales de la matemática superior (Sinectica, 2001-2002). Traen sus conocimientos previos de la educación secundaria, donde se incide en el estudio de los números naturales, los enteros y los reales, los cuales constituyen requisitos previos para desarrollar y entender una función de una variable, y luego estudiar funciones de reales de varias variables.

Según los planes de estudio en la asignatura de Matemática III, en el nivel universitario orienta la educación en diferentes niveles y grados en el Perú, se precisa: “Los conocimientos matemáticos se van construyendo en cada nivel educativo y son necesarios para continuar desarrollando ideas matemáticas, que permitan conectarlas y articularlas con otras áreas curriculares. En este sentido, adquieren relevancia las nociones de función, equivalencia, proporcionalidad, variación, estimación, representación, ecuaciones e inecuaciones, argumentación, comunicación, búsqueda de patrones y conexiones” (Colegio Mayor, 2013, Unidad de aprendizaje N° 6, p.1)

Las capacidades del área de matemáticas

“Para ser competente en matemática requiere tener habilidades para aplicar el pensamiento matemático y el razonamiento lógico en diferentes situaciones de la vida real. La realidad práctica requiere que los estudiantes desarrollen capacidades de razonamiento y demostración, interpretación de gráficos y símbolos abstractos y tener capacidad para resolver problemas variados, la matemática como ciencia y tecnología que es el fundamento y a la vez un instrumento que nos permite explicar y medir con mayor precisión los fenómenos naturales y sociales; la matemática en el trabajo es fundamental para simplificar complejas operaciones” (Ministerio de Educación, 2018).

Razonamiento y demostración

Según como lo manifiesta Saenz (2001) “es una capacidad básica de la matemática que permite mediante ciertos pasos razonables, comprobar o verificar un teorema o una simple afirmación, una ley o una generalización, un fenómeno o un hecho cualquiera. Entonces el pensamiento matemático se torna de gran valor en la vida diaria, dado que la persona vive de lo psíquico y lo espiritual en relación con lo pragmático”. El razonamiento es algorítmico, lógico, matemático o ambos, mantiene esa secuencia lógica denominada disciplina.

Comunicación matemática

“La matemática como estudio de los números y símbolos permite al estudiante la abstracción de fenómenos complejos y amplios. Usando números y símbolos, podemos manejar y manipular con facilidad, y lograr una observación más clara y precisa de un hecho o de algún fenómeno. El estudiante al observar un gráfico debe saber interpretar y luego saber comunicar, de igual forma en cuanto se refiere a los símbolos, en eso consiste esta capacidad.” (docslide.us).

Además, la capacidad de comunicación matemática, permite expresar, compartir y aclarar ideas, las cuales llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión, análisis y reajuste, entre otros (Saenz, 2001) .

Resolución de problemas

“Resolver problemas posibilita el desarrollo de capacidades complejas y procesos cognitivos de orden superior que permiten una diversidad de transferencias y aplicaciones a otras situaciones y áreas. Para resolver un problema no existen reglas estrictas o inalterables que pueden asegurar el éxito, no obstante, es posible contar con algunos pasos generales del proceso de solución.”(Recuperado de www.docslide.us). James Stewart (1998: 32) sugiere, citando a George Polya, los pasos y principios siguientes:

“Paso 1. Comprender el problema, significa preguntarse, ¿Qué es lo que no se conoce?,

¿Cuáles son las cantidades dadas? y ¿Cuáles son las condiciones dadas?

Paso 2. Formar un plan, se aconseja trazar un diagrama , sacar los datos y adoptar una notación adecuada.

Paso 3. Llevar a cabo el plan, establecer metas parciales, razonamiento directo o pruebas por reducción al absurdo, y por inducción matemática.

Paso 4. Repasar, en parte para buscar errores cometidos y en parte para hallar una solución más simple.” (Recuperado de www.docslide.us)

2.3.6. Aprendizaje de las funciones reales de varias variables

Función real de varias variables

Definición: Una función **real** con dos variables es una regla “ f ” que asocia cada punto $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ un único número real $z = f(x, y)$

Simbólicamente: $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$(x, y) \mapsto z = f(x, y)$$

Ejemplos:

$$1) f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \quad \text{o} \quad z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$

$$2) g(x, y) = \frac{2}{x-y} \quad \text{o} \quad z = \frac{2}{x-y}$$

$$3) h(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \quad \text{o} \quad z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

$$4) j(x, y) = \ln(x + y) + e^{xy} \quad \text{o} \quad z = \ln(x + y) + e^{xy}$$

Definición del dominio de una función:

Dom = $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / z = f(x, y), \text{ pueda evaluarse}\}$

Cálculo de los dominios de las funciones dadas

Ejemplo 1- Dada la función: $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$,

calcule su dominio

Dom = $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 9 - x^2 - y^2 \geq 0\}$ círculo de radio 3

Gráfica del dominio: Se realiza en el plano cartesiano

Ejemplo 2- Sea la función: $g(x, y) = \frac{2}{x-y}$

Calcule su dominio

Dom = $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x - y \neq 0\}$

Gráfica de dominio: Todo el plano cartesiano

Ejemplo 3- Dada la función: $j(x, y) = \ln(x + y) + e^{xy}$

Calcule su dominio

Dom = $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y > 0\}$

Gráfica de dominio: Todo el plano cartesianno con la condición que $x + y > 0$

Gráficas de funciones $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

Si “ f ” es una función de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en \mathbb{R}^3 la gráfica de “ f ” es un conjunto de puntos:

$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = f(x, y), (x, y) \in D\}$. Este conjunto es una superficie en \mathbb{R}^3 .

Graficar una superficie no es una tarea sencilla, pero una manera accesible de lograr su representación es a través de sus **curvas de nivel**

Curvas de nivel. - Son las proyecciones perpendiculares sobre el plano XY de las intersecciones de los planos paralelos horizontales $z = k, k \in \mathbb{R}$ con la superficie ver fig. 7

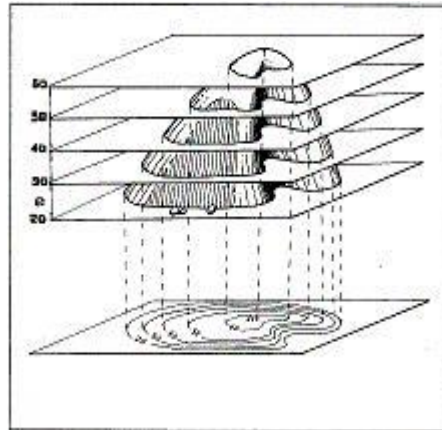


Figura 7. Intersección de planos paralelos con la superficie

Simbólicamente:

Dada $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / z = f(x, y)$ luego las curvas de nivel se obtienen graficando todas las curvas $f(x, y) = k, k \in \mathbb{R}$ sobre el plano XY o también si representamos a las curvas de nivel por: $C: z = k$ tenemos

$$C_{z=k} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / f(x, y) = k, k \in \mathbb{R}\} \text{ mapa de curvas de nivel}$$

Ejemplo Graficar la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ por el método de curvas de nivel

Solución

- 1) **Dominio:** $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2\}$
- 2) **Curvas de nivel** $x^2 + y^2 = k$ son circunferencias de radio k

Para $k < 0$ no existe gráfica

Para $k \geq 0$ existe la gráfica por encima del plano XY

Evaluando para $k = 0$ obtenemos $x^2 + y^2 = 0$ su gráfica es un punto

$k = 1$ obtenemos $x^2 + y^2 = 1$ circunferencia de radio 1

$k = 2$ obtenemos $x^2 + y^2 = 2$ circunferencia de radio $\sqrt{2}$

$k = 3$ obtenemos $x^2 + y^2 = 3$ circunferencia de radio $\sqrt{3}$

$k = 4$ obtenemos $x^2 + y^2 = 4$ circunferencia de radio 2

representación gráfica de las curvas de nivel

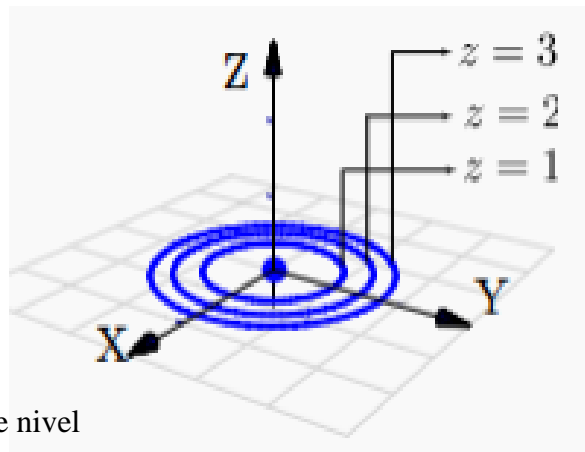


Figura 8. Curvas de nivel

3) Con la ayuda de Las curvas de nivel se grafica la superficie

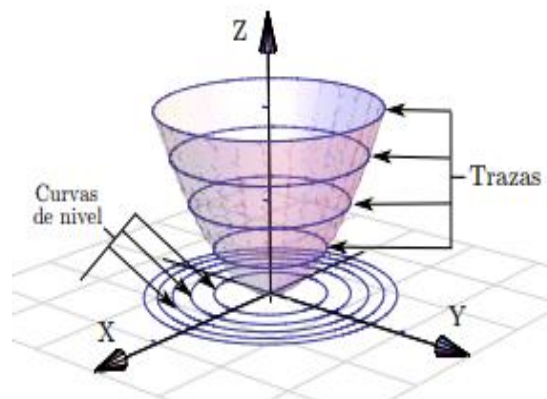


Figura 9. Gráfico de la superficie es un paraboloides

Derivadas parciales de funciones

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x, y) \rightarrow R/z = f(x, y)$$

Derivada parcial respecto a "x". Dada la función $z = f(x, y)$ luego se define La derivada parcial de "f" respecto de la variable "x", denotado por $\frac{\partial f}{\partial x}$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h}, \text{ si existe el l\u00edmite}$$

Notaci\u00f3n de la derivada parcial respecto a “x”, otras notaciones:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = D_x f(x,y) = f_x(x,y) = f_1(x,y)$$

En particular la derivada parcial de $z = f(x,y)$ en el punto (x_0, y_0) est\u00e1 definido por:

$$\frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}, \text{ si existe el l\u00edmite}$$

Representaci\u00f3n Geom\u00e9trica

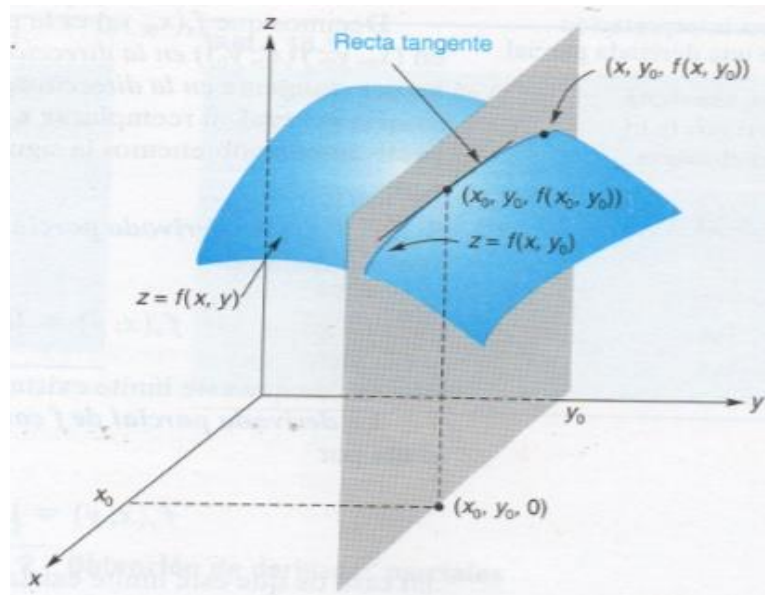


Figura 10. Interpretaci\u00f3n geom\u00e9trica de $f_x(x_0, y_0)$

Derivada parcial respecto a “y”

Dada la funci\u00f3n $z = f(x,y)$ luego se define La derivada parcial de “f” respecto de la variable “y”, denotado por $\frac{\partial f}{\partial y}$:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(x,y+k) - f(x,y)}{k}, \text{ si existe el l\u00edmite}$$

Notaci\u00f3n de la derivada parcial respecto a “y”, Otras notaciones:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = D_y f(x,y) = f_y(x,y) = f_2(x,y)$$

En particular la derivada parcial de $z = f(x,y)$ en el punto (x_0, y_0) est\u00e1 definido por:

$$\frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + k) - f(x_0, y_0)}{k}, \text{ si existe}$$

Representación Geométrica

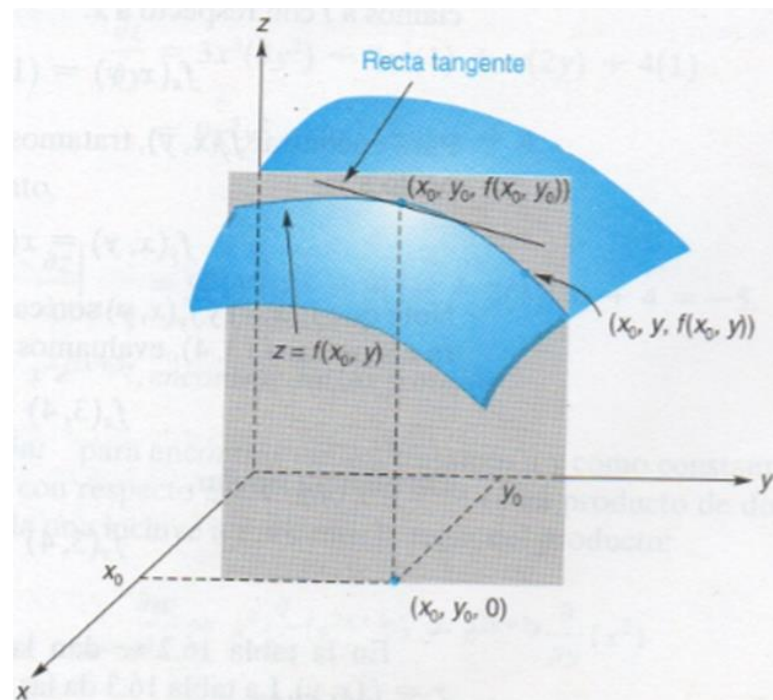


Figura 11. Interpretación geométrica de $f_y(x_0, y_0)$

Cálculo de derivadas parciales

1) Dada la función $f(x, y) = 3x^2y + y^2 - 4x + 2$

Hallar sus derivadas parciales

Solución

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 6xy - 4 \text{ y } \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 3x^2 + 2y$$

2) Dada la función $f(x, y) = e^{xy} + x^3y^4$

Hallar sus derivadas parciales

Solución

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = ye^{xy} + 3x^2y^4,$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = xe^{xy} + 4x^3y^3$$

Aplicación al análisis marginal y productos competitivos y complementarios

Problema (análisis marginal)

Un fabricante de un juguete popular ha determinado que su función de producción es

$P = \sqrt{lk}$, donde “l” es el número de horas de trabajo por semana y “k” el capital

(expresado en cientos de dólares por semana) requerido para la producción semanal de “P” gruesas del juguete (una gruesa son 144 unidades).

Determinar las funciones de productividad marginal y evaluarlas cuando $l = 400$ y $k = 16$, e interprete los resultados

Solución

Como $P = \sqrt{lk}$,

$$\text{Calculando } \frac{\partial P}{\partial l} = \frac{1}{2}(lk)^{-\frac{1}{2}}k = \frac{k}{2\sqrt{lk}}$$

$$\frac{\partial P}{\partial k} = \frac{1}{2}(lk)^{-\frac{1}{2}}l = \frac{l}{2\sqrt{lk}}$$

Evaluando las derivadas si $l = 400$ y $k = 16$, se obtiene

$$\left. \frac{\partial P}{\partial l} \right|_{(400,16)} = \frac{16}{2\sqrt{400(16)}} = \frac{1}{10}$$

$$\text{y } \left. \frac{\partial P}{\partial k} \right|_{(400,16)} = \frac{400}{2\sqrt{400(16)}} = \frac{5}{2}$$

Interpretación:

Si al incrementar una hora de trabajo semanal “l” de 400 a 401 y se mantiene fijo el capital “k” en 16, la producción aumentará en aproximadamente 1/4 de gruesa de juguetes.

Si se incrementa el capital “k” de 16 a 17 (de \$16 000 a \$17 000) y se mantiene fijo las horas de trabajo en 400, la producción aumenta aproximadamente en 360 juguetes

Conclusión: según el análisis marginal conviene aumentar el capital, mas no la mano de obra para tener una mejor producción.

Problema (Productos competitivos y complementarios):

Las funciones de demanda para los productos A y B en función de los precios de A y de B y están dadas por:

$$q_A = \frac{50\sqrt[3]{p_B}}{\sqrt{p_A}} \quad q_B = \frac{75p_A}{\sqrt[3]{p_B^2}}$$

respectivamente

Encontrar las cuatro funciones de demanda marginal y determinar si A y B son productos competitivos, productos complementarios o ninguno de los dos

Solución

Si

$$q_A = 50p_A^{-\frac{1}{2}}p_B^{\frac{1}{3}} \quad \text{y} \quad q_B = 75p_Ap_B^{-\frac{2}{3}}$$

Calculando las derivadas parciales

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_A} = 50\left(-\frac{1}{2}\right)p_A^{-\frac{3}{2}}p_B^{\frac{1}{3}} = -\frac{25}{\sqrt{p_A^3}\sqrt[3]{p_B}}$$

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_B} = 50p_A^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{3}\right)p_B^{-\frac{2}{3}} = \frac{50}{3\sqrt{p_A}\sqrt[3]{p_B^2}}$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial p_A} = 75(1)p_B^{-\frac{2}{3}} = \frac{75}{\sqrt[3]{p_B^2}}$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial p_B} = 75p_A\left(-\frac{2}{3}\right)p_B^{-\frac{5}{3}} = -\frac{50p_A}{\sqrt[3]{p_B^5}}$$

Como p_A y p_B representan precios.

Por tanto $\frac{\partial q_A}{\partial p_B} > 0$ y $\frac{\partial q_B}{\partial p_A} > 0$, ambas derivadas son positivas

Se concluye que A y B son productos competitivos.

Regla de la Cadena: Aplicaciones

Ejemplo. Muestre que $z = f(x + ky)$, f es diferenciable, entonces se cumple que:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = k \frac{\partial f}{\partial x}$$

Solución

sea $z = f(u)$, donde $u = x + ky$

$$z = f(u), \quad u = u(x, y)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} k$$

Reemplazando

$$\frac{\partial z}{\partial y} = k \frac{\partial f}{\partial u} \rightarrow k \frac{\partial f}{\partial u} = k \frac{\partial f}{\partial u}$$

Derivadas implícitas

Ejemplo. Dada la función:

$$F\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = 0$$

define a z implícitamente como una función dependiente de las variables x e y

$$z = f(x, y)$$

Demuestre que:

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z = f(x, y)$$

Solución

$$F\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = F(u, v) = 0, \text{ donde } u = \frac{y}{x} \text{ y } v = \frac{z}{x}$$

Derivando

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{y}{x^2}; \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{z}{x^2}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{x}; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial u}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{x} \frac{\partial F}{\partial v}$$

Reemplazando en las fórmulas de derivación implícita se obtiene:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\left(y \frac{\partial F}{\partial u} + z \frac{\partial F}{\partial v}\right)}{\frac{\partial F}{\partial v}} \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -y \frac{\frac{\partial F}{\partial u}}{\frac{\partial F}{\partial v}} \dots \dots \dots (2)$$

Sumando (1) y (2), se obtiene

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\left(y \frac{\partial F}{\partial u} + z \frac{\partial F}{\partial v}\right)}{\frac{\partial F}{\partial v}} - y \frac{\frac{\partial F}{\partial u}}{\frac{\partial F}{\partial v}} = z = f(x, y)$$

$$\therefore x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = f(x, y)$$

Máximos y Mínimos de una función de Varias Variables

Ejemplo. Dada la función $f(x, y) = 4xy^2 - 2x^2y - x$, determine sus máximos y mínimos relativos, si existen

Solución

Encontrando puntos los críticos

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 4y^2 - 4xy \quad \text{y} \quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 8xy - 2x^2$$

Igualando a cero las derivadas parciales

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 0 \dots\dots (1) \quad \text{y} \quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 0 \dots\dots (2)$$

Resolviendo el sistema

$$\begin{cases} 4y^2 - 4xy - 1 = 0 \dots\dots\dots (1) \\ 8xy - 2x^2 = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

De (2) se obtiene $2x(4y - x) = 0 \rightarrow x = 0 \vee x = 4y$

Reemplazando en (1), se obtienen los puntos :

$$P_1 = \left(0; \frac{1}{2}\right); P_2 = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$$

Formando la matriz Hessiana con las derivadas de segundo orden que son 4:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

i) Si $H(x_0, y_0) > 0 \wedge \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} > 0$, entonces el punto $P(x_0, y_0)$ es mínimo relativo

ii) Si $H(x_0, y_0) > 0 \wedge \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} < 0$, entonces el punto $P(x_0, y_0)$ es máximo relativo

iii) Si $H(x_0, y_0) < 0$, entonces el punto $P(x_0, y_0)$ es punto de ensilladura

Del ejemplo se formula la matriz Hessiana

$$H = \begin{vmatrix} -4y & 8y - 4x \\ 8y - 4x & 8x \end{vmatrix}$$

analizando los puntos encontrados

$$P_1 = \left(0, \frac{1}{2}\right) H = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -16 < 0; \text{ punto de ensilladura}$$

$$P_2 = \left(0, -\frac{1}{2}\right) H = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -16 < 0; \text{ punto de ensilladura}$$

Problemas de optimización

Una empresa produce dos tipos de productos A y B, el costo total (en dólares) de producir “x” unidades de A y “y” de B está dado por la función:

$$c(x,y) = 250 - 4x - 7y + 0,2x^2 + 0,1y^2$$

Determine el número de unidades de los productos A y B que la empresa debe producir al día para minimizar el costo total.

Solución

Encontrando los puntos críticos

$$\frac{\partial c(x,y)}{\partial x} = -4 + 0,4x = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial c(x,y)}{\partial y} = -7 + 0,2y = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Resolviendo el sistema se obtiene : $x = 10; y = 35$

Formando la matriz Hessiana: $H = \begin{vmatrix} 0,4 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{vmatrix} = 0,08 > 0$

Como H es positiva y $\frac{\partial^2(10,35)}{\partial x^2} > 0$

Se trata de un mínimo relativo

Respuesta : Se debe producir 10 unidades del producto A y 35 unidades del producto B para minimizar los costos de producción.

2.4 Programa Educativo: Aplicando el Software Derive en el aprendizaje de Funciones de Varias Variables

I. Datos Informativos

- a. Institución: Universidad Ricardo Palma
- b. Nombre de la investigación: Uso del software Derive para el aprendizaje de funciones reales de varias variables
- c. Dirigido a: Estudiantes de la asignatura de Matemática III
- d. Nivel : Superior
- e. Duración: 10 sesiones
- f. Autor: Lic. Yolanda Rosa Avalos Sigüenza
- g. Año : 2019

II. Introducción

III. Objetivo del Programa Educativo

Desarrollar habilidades tecnológicas en los estudiantes para el manejo y aplicación del software Derive para el logro del aprendizaje de funciones reales de varias variables en la asignatura de Matemática III.

IV. Metodología

El programa educativo se desarrolló en diez sesiones de aprendizaje con una duración de sesenta horas del 18 de marzo al 30 de abril del 2019 en las instalaciones de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Ricardo Palma en el horario de la tarde.

V. Descripción de las sesiones de aprendizaje

No.	Título de la sesión	Capacidad desarrollar	a	Indicador de evaluación	Instrumento
	Pre test	-	-	-	Prueba de rendimiento
1	Aprende a manejar funciones.	Reconoce una función de varias variables, determinando su dominio y rango.		Calcula el dominio y rango de una función mediante ejercicios propuestos.	Hoja de aplicación.
2	Reconoce, discute y grafica las curvas de nivel. Define la derivada parcial de una función de dos variables	Grafica una función, identificando las curvas de nivel. Reconoce una derivada parcial aplicando un ejemplo sencillo		Evalúa las curvas de nivel y los clasifica según su ecuación. Evalúa la derivada parcial y lo clasifica según la variable	Hoja de ejercicios
3	Aplica las propiedades básicas de derivadas parciales de una función de varias variables.	Aplica las propiedades de derivada de una función de varias variables.		Aplica las propiedades de derivada en la solución de ejercicios prácticos.	Guía de ejercicios
4	Aplica las derivadas parciales en la obtención de costo marginal, ingreso marginal utilidad marginal, etc.	Adquiere destreza para aplicar la derivada en la solución de problemas.		Resuelve problemas del contexto económico.	Hoja de problemas
5	Aplica la derivada de orden superior, diferencial total y elasticidad parcial.	Aplica las reglas básicas en las derivadas de orden superior.		Distingue las propiedades de la derivada de orden superior y las aplica en situaciones concretas utilizando el software Derive.	Hoja de instrucción del software Derive
6	Transfiere el concepto de derivada para resolver derivadas	Transfiere el concepto de derivada para resolver derivada		Utiliza propiedades de la derivación implícita para resolver ejercicios sencillos.	Hoja de comandos del Derive

	implícitas.	implícita.		
7	Reconoce la derivada de una función compuesta, utilizando la regla de la cadena.	Explica la regla de la cadena, utilizando la función compuesta.	Calcula derivadas a través de la regla de la cadena.	Hoja de aplicación de problemas utilizando el Derive
8	Aplica la derivada de una función para encontrar máximos y mínimos sin restricción.	Reconoce los puntos críticos de una función y los clasifica como máximos, mínimos y puntos de silla y los aplica en la solución máximos y mínimos de una función sin restricción.	Resuelve gráficas de funciones, hallando sus mínimos y máximos sin restricción.	Hoja de problemas y sus gráficas con el uso del Derive
09	Utiliza máximos, mínimos a problemas de optimización.	Aplica máximos, mínimos para resolver problemas de optimización.	Aplica el proceso de optimización con restricción en la solución de problemas concretos.	Hoja de modelación y solución de problemas con el software Derive
10	Optimiza funciones con restricciones.	Utiliza correctamente los multiplicadores de Lagrange.	Aplica los multiplicadores Lagrangianos a la solución de problemas con restricciones.	Hoja de problemas con indicaciones de solución aplicando el Derive
	Pos-test	Síntesis programa Aplica el software Derive en el uso y manejo de la función de varias variables con eficiencia, eficacia con destreza.	Demuestra destreza en el manejo y aplicación del software Derive.	Prueba de rendimiento

VI. Medios y Materiales

Para el desarrollo de la experiencia educativa se utilizó lo siguiente:

Medios: Laboratorio A de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

Multimedia

Écran

Pizarra

Materiales: Software Derive versión 6.1

Separatas de Ejercicios de aplicación.

Utiles de escritorio.

VII. Evaluación

La evaluación realizada en la experiencia educativa requirió el fundamento pedagógico del principio formativo, es decir, cada una de las sesiones de aprendizaje fue evaluada con un tipo de instrumento adecuado para el fin.

De carácter sumativa en tanto se aplicó el pre y post test que brindaron la calificación numérica del producto realizado.

2.5. Definiciones de términos básicos

- a. **Aprendizaje.-** Gagné define aprendizaje como “un cambio en la disposición o capacidad de las personas que puede retenerse y no es atribuible simplemente al proceso de crecimiento” (Gutierrez, 1988, p.148). Alonso y otros lo definen como “el proceso de adquisición de una disposición, relativamente duradera, para cambiar la percepción o la conducta como resultado de una experiencia”. Robbins señala que «es cualquier cambio de la conducta, relativamente permanente, que se presenta como consecuencia de una experiencia» (Robbins, 2004). Kolb señala que es «la adquisición de nuevos conocimientos a un grado de generar nuevas conductas » (Tapia, 1997). “De esta forma, se entiende que el aprendizaje es un concepto que posee varias definiciones, pero se puede entender como un proceso de adquisición de conocimiento, habilidades o actitudes que el individuo internaliza y utiliza.”
- b. **Aprendizaje Significativo.-** “Es el resultado de la interacción entre los conocimientos previos de un sujeto y los saberes por adquirir, siempre y cuando haya: necesidad, interés, ganas, disposición, por parte del sujeto cognoscente. De no existir una correspondencia entre el nuevo conocimiento y las bases con las que cuenta el individuo, no se puede hablar de un aprendizaje significativo.” (Cisneros, 2004).
- c. **Aprendizaje de la Matemática.-** “Adquisición de conocimientos matemáticos y desarrollo de capacidades para resolver problemas, vinculados o no a un contexto real y aplicar los conceptos y habilidades en la vida cotidiana”(Ruiz, 2011, p.1.)
- d. **Asistentes matemáticos.-** “Los asistentes matemáticos son programas para computador diseñados con intencionalidad pedagógica, dicha intencionalidad se asume en el sentido en que permiten el trabajo con: el cálculo numérico y simbólico, la dinamización de la geometría, la gestión de datos, el análisis gráfico de funciones, etc. Entre los más usados están: Derive, Matlab, Mathcad y otros” (Consejo americano de Ciencias Sociales) (CLACSO, 1967).

- e. **Capacidades.-** Las capacidades “son potencialidades síquicas y/o somáticas que los seres humanos poseemos. Así puede sostenerse que una persona tiene gran (o pobre) capacidad de pensamiento, posee gran (o débil) capacidad de percepción, o de sentimiento, o de voluntad, o se puede hablar de la gran capacidad para mover objetos pesados, o para correr, o para saltar, o para manejar tal o cual instrumento (Peñaloza, 2003, p. 54). Por supuesto, las capacidades son medibles cuantitativa o cualitativamente, aunque las capacidades psíquicas no se pueden medir directamente, sino mediante la percepción interna y las conductas observables.
- f. **Capacidad de resolución de problemas.-** Es de suma importancia por su carácter integrador, ya que posibilita el desarrollo de otras capacidades, es decir, resolver problemas implica encontrar un camino que no se conoce de antemano, es decir de una estrategia para encontrar una solución.
- g. **Ecuación.-** Es una proposición que indica que dos expresiones son iguales están separadas por el signo de la “=”. Cada lado de la igualdad son llamados miembros.(Haeussler, 2003, p.35)
- h. **Estrategia.-** Una de las dos áreas fundamentales del ajedrez es la estrategia (la otra es la táctica). Por estrategia se entiende la “planificación de acciones que conduzcan a un objetivo” La realización concreta de esas acciones entra en el terreno de la táctica.
- i. **Estrategias de Enseñanza.-** “Son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes. Según los autores Mayer (1984); Shuell (1998); West, Farmer y Wolff, (1991).” Citada por Díaz, F y Hernández, G. (2010).
- j. **Incógnita.-** Ente no conocido espacialmente con la significación que tiene por desconocido.
- k. **Problema.-** “Los problemas son situaciones nuevas que requieren que la gente responda con comportamientos nuevos. Un problema existe cuando hay tres elementos, cada uno claramente definido: una situación inicial, una situación final u objetiva a alcanzar y restricciones o pautas respecto de métodos, actividades, tipos de operaciones, etc., sobre los cuales hay acuerdos previos,” (Azinian, 2002).
- l. **Resolver un problema.-** De acuerdo con los psicólogos de la Gestalt,” el proceso de solución de un problema es un intento de relacionar un aspecto de una situación

problemática con otro, y eso tiene como resultado una comprensión estructural. La capacidad de captar cómo todas las partes del problema encaja para satisfacer las exigencias del objetivo. Esto implica reorganizar los elementos de la situación problemática de una forma tal que resuelva el problema.” (Recuperado de www.repositorio.une.edu.pe)

- m. **Software.-** Se denomina “software a los programas, documentos, procedimientos y rutinas asociadas con la incorporación de un sistema de computadoras, sistemas operativos, paquetes, utilitarios.” Pressman R. (2006), citado por Flores Canto (2007:16), dice que “el software se forma con 1) las instrucciones (programas de computación) que al ejecutarse proporcionan características, funciones y el grado de desempeño deseado; 2) las estructuras de datos que permiten que los programas manipulen información de manera adecuada; 3) los documentos que describen la operación y el uso de programas”.
- n. **Software Educativo.-** Según Marqués (1997)” considera que el software educativo son programas educativos y programas didácticos como sinónimos que designan a los programas de ordenador creados con la finalidad de ser utilizados, para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje (medios didácticos). Señala, que, siguiendo su propia definición, más basada en el criterio de finalidad que de funcionalidad quedarían entonces descartados los programas empresariales que también existen en los centros educativos con funciones didácticas, pero con fines lucrativos.”
- o. **Software Matemático.-** Son sinónimos “software matemático, programa matemático, programa informático de la matemática. Son programas para ordenadores, creados para fines específicos para facilitar la enseñanza-aprendizaje de la Matemática las exigencias del objetivo. Esto implica reorganizar los elementos de la situación problemática de una forma tal que resuelva el problema.” (Marquez,1997)
- p. **Variable.-** Cantidad que no tiene valor constante, y se le asigna con una letra del abecedario

2.6. Fundamentos teóricos que sustenta a las hipótesis (figuras, o mapas conceptuales)

“El Conectivismo es una teoría del aprendizaje promovido por Stephen Downes y George Siemens. Llamada la teoría del aprendizaje para la era digital, se trata de explicar el aprendizaje complejo en un mundo social digital en rápida evolución. En nuestro mundo tecnológico y en red, los educadores deben considerar la obra de los

pensadores como Siemens y Downes. En la teoría, el aprendizaje se produce a través de las conexiones dentro de las redes. El modelo utiliza el concepto de una red con nodos y conexiones para definir el aprendizaje.

El aprendizaje es un proceso que ocurre dentro de entornos virtuales en elementos básicos, no enteramente bajo el control del individuo. El aprendizaje (definido como conocimiento aplicable) puede residir fuera de nosotros mismos (dentro de una organización o en una base de datos), está enfocado en conectar conjuntos de información especializada, y las conexiones que nos permiten aprender más tienen mayor importancia que nuestro estado actual de conocimiento. El Conectivismo está impulsado por el entendimiento de que las decisiones se basan en modificar rápidamente las bases.”(ticedudac.blogspot.com)

“En el año 2010 un informe de la llamada “La Sociedad del Aprendizaje” (*The Learning Society*), los autores señalan que los sistemas educativos se convertirán en una sociedad del aprendizaje. Observan al mundo más interdependiente, la tecnología acelera y la educación es una misión importante. Ellos sienten que hay una nueva “moral de aprendizaje”. “Mientras que en el pasado era el aprendizaje competitivo, coercitivo y paternalista, la nueva ética del aprendizaje es la colaboración, global y universal. Es cooperativa en donde los estudiantes necesitan trabajar con los demás. Es global en el sentido de que cada sociedad tiene una contribución que hacer y una responsabilidad con los demás. Y es universal, porque cada parte de la sociedad debe invertir en educación y participar” (eduarea.wordpress.com). El futuro está conectado y es colaborativo.

“Es necesario que los docentes cambien su pensamiento y se abran a la necesidad de incorporar las nuevas tecnologías de la información y comunicación a los procesos de enseñanza aprendizaje, como estrategia para socializar el conocimiento. Todos estos cuestionamientos deben ser motivo de reflexión al interior de las instituciones de educación, no es un problema de desencuentros generacionales como se ha pretendido ver con la idea de la existencia de los estudiantes nativos digitales y los docentes como inmigrantes sino como un problema de acceso a la información y fuentes documentales de conocimientos, comunicación, colaboración y aprendizaje que aportan las redes de Internet.”(dialnet.unirioja.es)



Figura 12. Rol del Docente bajo la teoría del Conectivismo

“La integración de las tecnologías en la educación con o sin visión conectivista tiene entre los grandes obstáculos a resolver, la escasa formación tecnológica y las prácticas educativas tradicionales tanto de profesores, estudiantes, como de las administraciones académicas, conservadoras por naturaleza y resistentes a innovar efectivamente la educación. Es evidente también que el cambio se genera en la práctica y en la base misma de los sistemas educativos, donde cada vez son más los docentes que hacen uso de tecnologías aun cuando no forme parte esta actividad en los distintos diseños curriculares.

Los estudiantes por su parte crecen rodeados de tecnología, incorporándola en su quehacer cotidiano y les resulta por tanto natural su integración en el desarrollo de su propia educación. El conectivismo es una alternativa que bien vale la pena explorar dentro de las instituciones de educación, equilibradamente, sin violentar la educación formal y sin alterar la fundamentación metodológica y las restricciones que se imponen a los docentes en las aulas.”(dialnet.unirioja.es).

2.7. Hipótesis

2.7.1. Hipótesis general

H_G. El uso del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de Funciones reales de Varias Variables en los estudiantes de la asignatura

de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma

2.7.2. Hipótesis específicas

HE.1: El uso del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejora significativamente la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones Reales de Varias Variable en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

HE.2: El uso del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejora significativamente la capacidad de comunicación de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

HE.3: El uso del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

2.8. Variables (definición y operacionalización de variables: Dimensión e indicadores)

2.8.1. Variable Independiente

X: Uso del software Derive como Estrategia Didáctica

Derive es un “Programa de Cálculo Simbólico”, que es utilizado para trabajar con matemáticas, usando las notaciones propias (simbólicas) de esta ciencia (Kutzler y Kokol, 2003)

2.8.2. Variable Dependiente

Y: Aprendizaje de Funciones de Varias Variables

Es el proceso a través del cual el estudiante adquiere los conocimientos, competencias y habilidades del tema de función de varias variables (Stewart, 2016)

Dimensiones de la variable X

- Conocimiento del software matemático Derive
(identifica el programa derive)

- Uso del software matemático Derive
(Descubre las actividades del software matemático)
- Manejo del software matemático Derive
(Utiliza con facilidad el software matemático)

Dimensiones de la variable Y

- Razonamiento y demostración
(Capacidad específica de análisis y comprobación de funciones de varias variables(Hernandez 2010))
- Comunicación matemática
(Competencia específica de traducir los símbolos que se usan en funciones reales de varias variables(Hernandez 2010))
- Resolución de problemas
(Competencia de resolución de problemas de funciones reales de varias variables)

Dimensiones de la variable Y

- Razonamiento y demostración
Capacidad específica de análisis y comprobación de funciones reales de varias variables (Hernandez, 2010)
- Comunicación matemática
Competencia específica de traducir los símbolos que se usan en funciones reales de varias variables (Hernandez)
- Resolución de problemas
Competencia de resolución de problemas de funciones reales de varias variables (Hernandez, 2010)

La siguiente tabla explica la operacionalización de variables, sus dimensiones e indicadores

Tabla 3.

Operacionalización de variables

Variable	Tipo de variable	Definición conceptual	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumento
Aprendizaje de Funciones reales de varias variables	Dependiente	Es el proceso a través del cual el estudiante adquiere los conocimientos, competencias y habilidades del tema de función de varias variables (Stewart, 2016).	Razonamiento y demostración	<ul style="list-style-type: none"> • Analiza • Conceptualiza funciones reales de varias variables 	1, 2, 3	Prueba de Rendimiento Pre-test y Post-test
			Comunicación matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el lenguaje simbólico. • Interpreta gráficos de funciones reales de varias variables. 	4, 5, 6, 7	
			Resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Calcula resultados de problemas de optimización. • Deduce los resultados utilizando las funciones reales de varias variables 	8, 9, 10	

Capítulo III.

Marco Metodológico

3.1. Tipo, método y diseño de la investigación

3.1.1. Tipo de investigación

El tipo de investigación utilizada fue aplicada, esto lo podemos confirmar con lo manifestado por el autor Sánchez y Reyes (2015):

“La investigación de tipo aplicada llamado también constructiva o utilitaria, se caracteriza por su interés en la aplicación de los conocimientos teóricos a determinada situación concreta y las consecuencias prácticas que de ellas se deriven. Busca conocer para hacer, para actuar, para construir, para modificar “ (Sánchez y Reyes, 2015, p. 44-45).

3.1.2. Método de investigación

El método de investigación se realizó mediante el enfoque cuantitativo, porque fue sometido a medición de variables (Hernandez, 2010)

3.1.3. Diseño de investigación

El diseño de investigación que se utilizó fue experimental de alcance cuasiexperimental con dos grupos; un grupo de control; y, el otro grupo experimental. (Hernandez, 2010)

Simbología:

	Pre-prueba		pos prueba
GC:	O ₁	-	O ₃
GE:	O ₂	X	O ₄

Donde:

GC: Grupo de control, enseñanza sin software Derive

GE: Grupo experimental, enseñanza con el software Derive

X: Tratamiento del Software Derive

-: Tratamiento sin el Software Derive

O₁: Observación Inicial del Grupo Control

O₂: Observación Inicial del Grupo Experimental

O₃: Observación Final del Grupo Control

O₄: Observación Final del Grupo Experimental

3.2. Población y muestra (escenario del estudio)

3.2.1. Población

Comprendió los 120 estudiantes matriculados en la asignatura de Matemática III de la Escuela Profesional de Administración y Gerencia, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Ricardo Palma en el semestre académico 2019-I.

Tabla 4.

Distribución de la población

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales	Nº Estudiantes
Sección 1	22
Sección 2	18
Sección 3	20
Sección 4	20
Sección 5	21
Sección 6	19
Total	120

Fuente: Oficina de Registros Académicos FCE

3.2.2. Muestra

El tipo de muestreo fue no probabilístico. Según Hernández, et al. (2010) en las muestras de este tipo, “la elección de los sujetos no depende de todos los que tengan la misma

probabilidad de ser elegidos, sino la decisión del investigador o grupo de personas que recolectan los datos” (Hernandez).

Para el presente estudio, la autora utilizó el tipo de muestreo intencional por conveniencia, ya que la coordinación administrativa determina los grupos matriculados, asignándolos aleatoriamente a los docentes. Por lo tanto, se consideró una muestra de dos secciones de 20 estudiantes cada uno.

Tabla 5.

Distribución de la muestra

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales		Nº Estudiantes
Grupo control	Sección 3	20
Grupo experimental	Sección 4	20
Total		40

Fuente: Elaboración propia

3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos (validez y confiabilidad)

3.3.1. Técnica de recolección de datos

“Hechos o documentos a los que acude el investigador y que le permiten tener información, para un determinado estudio “(Mendez, 1999, p,143)

3.3.2. Elaboración del instrumento

Como instrumento se utilizó la Prueba de Rendimiento sobre el tema de funciones reales de varias variables correspondiente a la asignatura de Matemática III. El instrumento elaborado por la autora tuvo 10 preguntas de tipo dicotómico, las mismas que se hallan relacionadas con la Taxonomía de Bloom.

Tabla 6.

Relación de preguntas con el nivel del conocimiento según la Taxonomía de Bloom.

Nivel del conocimiento	Número de pregunta
Conocimiento	1, 5.
Comprensión	7
Aplicación	4, 9.
Análisis	2, 6,
Síntesis	3,10.
Evaluación	8.

La prueba se aplicó a la muestra de estudio en dos etapas:

- a) Prueba de Pre-test al grupo de control y al grupo experimental.
- b) Prueba de Post-test al grupo de control y al grupo experimental.

Como parte de la experiencia educativa, innovadora en educación superior, se aplicó el programa educativo del software Derive, el cual tuvo una duración de 4 semanas en 10 sesiones de seis horas pedagógicas.

3.3.2. Validez del Instrumento (validez de contenido)

“La validez del instrumento es el grado en que los instrumentos miden las variables de estudio “(Hernandez, 2010), esta se efectuó mediante la técnica de Juicio de Expertos, para lo cual se invitó a cinco profesionales del área de ciencias y un metodólogo especialistas en Ciencias de la Educación. A los referidos expertos se les proporcionó, con las formalidades del caso, los documentos pertinentes, tales como la matriz de consistencia, la matriz de operacionalización de las variables, el programa educativo, la prueba de rendimiento y la ficha de validación.

El juicio de jueces o expertos se determinó con base a los indicadores de claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia, metodología y pertinencia, estimando la correspondencia entre los indicadores señalados por los criterios, los objetivos e ítems y la calidad técnica de representatividad de lenguaje.

Los expertos evidenciaron la existencia de una relación entre criterios y objetivos de la investigación y los ítems diseñados para la toma de la información. Se tiene la opinión en la siguiente tabla:

Tabla 7.

Nivel de validez del instrumento según juicio de expertos

Nº	Apellidos y Nombre(S) del Experto	Evaluación de la Prueba de Rendimiento
		Puntaje
1	Dra. Barrueto Perez, Mónica	97
2	Mg. Díaz Bustos, Pedro	90
3	Mg. Esteban Espinoza, David	85
4	Mg. Malca Montoya, Manuel	95
5	Mg. Merino Escalante, Víctor	90
Puntaje final y promedio de valoración		91.4

Respecto al programa educativo, los expertos opinaron que existe alta biabilidad para la ejecución del mismo, considerando que en 60 horas pedagógicas se trabajó la experiencia de carácter innovador para educación superior

3.3.3. Confiabilidad del Instrumento

La validez interna o confiabilidad del instrumento se detalló con la aplicación del Coeficiente de consistencia de Kuder-Richardson 21 con la siguiente fórmula:

$$Kr21 = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{M(k-M)}{k\sigma^2} \right]$$

Donde:

$Kr21$: Coeficiente de confiabilidad de Kuder-Richardson fórmula 21

K : Número de Items que contiene el instrumento

σ^2 : Varianza total del instrumento (prueba)

M : Media del instrumento(prueba)

El cálculo del Coeficiente de confiabilidad del instrumento utilizado implica utilizar una muestra piloto con 10 estudiantes, a quienes se les aplicó el instrumento y con cuyos datos recopilados se procesaron con el Programa Estadístico Informático EXCEL – 16

Se aplicó el coeficiente Kuder Richardson porque el instrumento tiene ítems politómicos (se le transforma a dicotómicos considerando respuesta correcta 1 y la incorrecta 0) y las preguntas tienen el mismo grado de dificultad.

Se entiende por confiabilidad el grado en que el instrumento es consistente al medir las variables. La fórmula determina el grado de consistencia y precisión; valores bajo la escala e determina la confiabilidad y está dada por los siguientes valores:

Tabla 8.*Criterio de confiabilidad valores Según Guilford*

Escala	Categoría
0.00 - 0,20	Muy Baja
0,21 - 0,40	Baja
0,41 - 0,60	Moderada
0,61 - 0,80	Alta
0,81 - 1	Muy Alta

Mediante la aplicación del Software Excel 2016, se obtuvo la confiabilidad con el Kuder-Richardson 21 de la prueba de entrada y salida del grupo de control (es recomendable).

a) Confiabilidad de la Prueba de Entrada

El instrumento prueba de entrada se aplicó a una muestra piloto de 10 estudiantes del curso de matemática III en la Universidad Ricardo Palma. (Ver Tabla 9)

Tabla 9.*Resumen del procesamiento de los datos de la prueba pretest del GC*

Muestra piloto	Notas	Valores
1	4	n ítems 10
2	6	media 7.7
3	7	varianza 3.344444
4	8	
5	7	kr 21 0.522739
6	9	
7	8	
8	10	
9	10	
10	8	

Reemplazando datos: $Kr21 = 0.52$

Interpretación:

El resultado obtenido del coeficiente **Kuder-Richardson 21** es igual a 0,52. Esto significa que el instrumento presenta **moderada confiabilidad** por estar en la escala de 0,41 a 0,60. Por lo tanto dicho instrumento presenta consistencia interna.

b) Confiabilidad de la Prueba de Salida

El instrumento prueba de salida se aplicó a una muestra piloto de 10 estudiantes de la asignatura de matemática III en la Universidad Ricardo Palma (Ver Tabla 10)

Tabla 10.

Resumen del procesamiento de los datos de la prueba posttest del GC

Muestra piloto	Notas	Valores	
1	5	n ítems	10
2	4	media	9
3	8	varianza	7.111111
4	9		
5	9	kr 21	0.970486
6	11		
7	11		
8	12		
9	11		
10	10		

Reemplazando datos: $Kr21 = 0.97$

Interpretación:

El resultado del coeficiente Kuder Richardson 21 arroja 0,97, dicho instrumento presenta una **muy alta confiabilidad** al estar ubicado en la escala entre 0,81 a 1, Por lo que el instrumento tiene consistencia interna y es aplicable.

3.4. Descripción de procedimiento de análisis

3.4.1. Procedimiento para la recolección de datos.

El acopio de datos en la parte experimental, se efectuó con el procedimiento:

1. Solicitud de autorización al Director de la Escuela profesional de Administración y Gerencia de la Facultad de Ciencias Economicas de la Universidad Ricardo Palma.

2. Aplicación del Pre-Test al finalizar la primera semana a los estudiantes de los dos grupos tanto al de control como al experimental.
3. Al finalizar la Décima semana se aplicó el Post-Test tanto al grupo de control, al cual no se le suministró el experimento; y al grupo experimental, al cual se le suministró el experimento mediante la aplicación del Software Derive.
4. El experimento se desarrolló durante los meses de marzo y abril de 2019.
5. Al finalizar el experimento en el proceso E-A se procedió a analizar datos estadísticos e interpretar resultados.

3.4.2. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Para el análisis de datos se procedió a utilizar el método cuantitativo, donde la información de los datos obtenidos se obtuvo mediante el programa de Microsoft Excel.

Según el diseño de investigación y el tamaño de la muestra, se utilizó la estadística descriptiva e inferencial.

Se describieron los datos a través de las tablas de frecuencias y gráficos de barras para luego calcular los estadígrafos de posición tales como la media aritmética, la mediana, la moda y los estadígrafos de dispersión tales como la desviación estándar y coeficiente de variación.

Para el análisis inferencial se calculó la prueba de normalidad Shapiro – Wilk, el cual determinó la prueba estadística paramétrica, procediendo a contrastar las hipótesis mediante T de Student.

Capítulo IV.

Resultados y análisis de resultados

4.1. Resultados

4.1.1. Resultados de la estadística descriptiva

Tabla 11.

Baremación de la Prueba de Rendimiento

Escala	
0-10	Deficiente
11-12	Regular
13- 16	Bueno
17 – 20	Excelente

Nota. La puntuación que se propone para la prueba de rendimiento se aplica en el orden cualitativo de Deficiente a Excelente, según los rangos establecidos por la autora.

Tabla 12.*Resultados de evaluaciones Grupo Control concerniente a su media*

Alumno	Pre test	Pos test
1	4	5
2	6	4
3	7	8
4	8	9
5	7	9
6	9	11
7	8	11
8	10	12
9	10	11
10	8	10
11	11	12
12	12	13
13	11	12
14	13	13
15	12	14
16	13	14
17	12	10
18	16	17
19	15	16
20	16	16
Promedio	10.4	11.35

Nota. Se observa, que el promedio de la evaluación de pretest del grupo control, fue de 10,4 (Deficiente) y el promedio de la evaluación de pos test, fue de 11,35 (Regular), lo cual demuestra que el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes de la asignatura de matemática III es regular.

Tabla 13.

Comparación de medias de la prueba de rendimiento en el Pre test y Pos test del GC

Grupo	Pre test	Pos test
Grupo Control	10,4	11,35

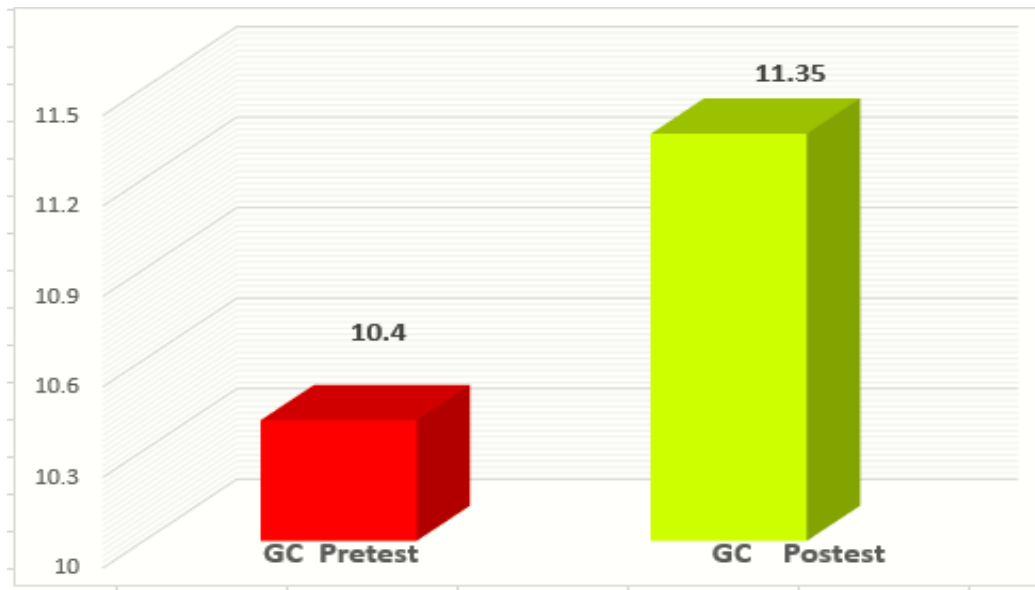


Figura 13. Análisis de comparación de medias del grupo control en Pre test y Pos test

Interpretación

De acuerdo a la figura 13 mostrada, se puede observar que el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes de la asignatura de matemática III en el pre test y pos test es regular, utilizando las clases tradicionales.

Tabla 14.

Estadísticos de la Variable Dependiente: Aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes del curso de matemática III del GC

Media	10.4	11.35
Mediana	10.5	11.5
Moda	8	11
Desviación estándar	3.31503751	3.37599888
Varianza	10.9894737	11.3973684
Rango	12	13
Mínimo	4	4
Máximo	16	17
Muestra	20	20

Se observa, que el promedio de la evaluación del pre test del grupo control, fue de 10,4 (Deficiente) y el promedio de la evaluación del pos test, fue de 11,35 (Regular), lo cual demuestra que el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes de la asignatura de matemática III es regular.

Tabla 15.

Resultados de evaluaciones Grupo Experimental concerniente a su media

Alumno	Pre test	Pos test
1	4	8
2	5	8
3	7	8
4	8	10
5	8	10
6	9	10
7	9	14
8	9	13
9	10	15
10	10	12
11	10	16
12	11	16
13	11	15
14	11	16
15	12	15
16	12	19
17	13	18
18	14	19
19	15	20
20	16	20
Promedio	10,2	14,1

Interpretación

Se puede observar, que la media de la evaluación del Pre test del grupo experimental, fue 10,2 (Deficiente) y la media de la evaluación del Pos test, luego de aplicar el experimento usando el software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes del curso de matemática III fue de 14,1 (Bueno), lo cual se demuestra una influencia favorable del mencionado software y mejora significativamente el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes del curso de matemática III de Universidad Ricardo Palma.

Tabla 16.

Comparación de promedios de exámenes del grupo experimental

Grupos	Pre test	Pos test
Grupo Experimental	10,2	14,1

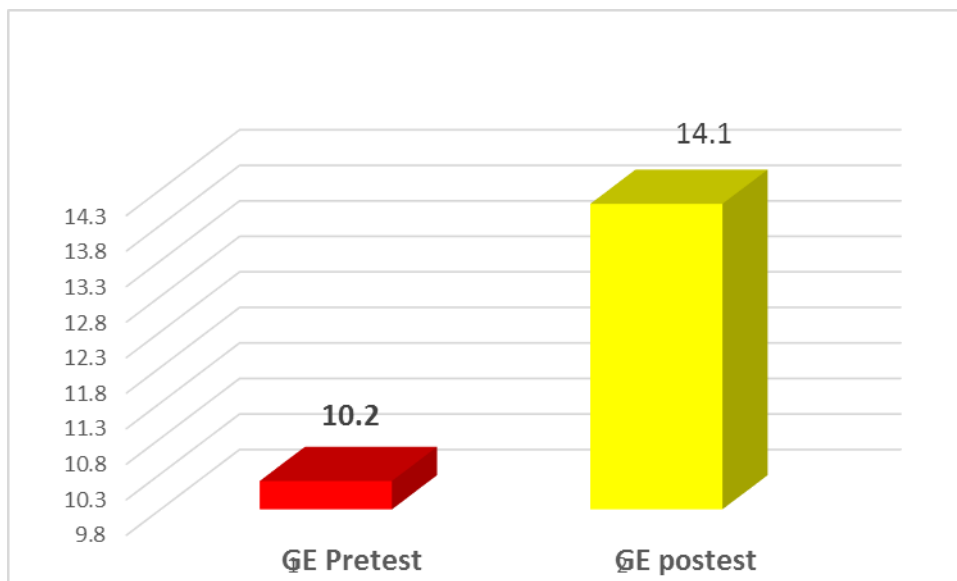


Figura 14. Análisis de comparación de medias del grupo Experimental en el Pre test y pos test

Interpretación

De acuerdo a la figura 14 mostrada, se observa en el Pos test la diferencia de medias del grupo experimental que fue de 14,1, en comparación al del pre test que fue de 10,2, lo cual

muestra una influencia favorable en el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes del curso de matemática III de la Universidad Ricardo Palma.

Tabla 17.

Estadísticos de la Variable Dependiente: Aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes del curso de matemática III del GE

Estadísticos descriptivos	GE pre test	GE pos test
Media	10.2	14.1
Mediana	10	15
Moda	9	8
Desviación estándar	3.05390173	4.06396229
Varianza	9.32631579	16.5157895
Rango	12	12
Mínimo	4	8
Máximo	16	20
Muestra	20	20

La tabla 17 se obtuvo del procesamiento de las calificaciones en el grupo experimental en los estudiantes de la asignatura de matemática III en el pre test y en el post test.

4.1.2. Resultados de la estadística inferencial

4.1.2.1. Prueba de normalidad

Se determinó si las puntuaciones tienen distribución normal con la finalidad de elegir el estadístico apropiado ya sea la estadística paramétrica y si no aplicar la estadística no paramétrica. Para tal caso, se utilizó la normalidad de ShapiroWilk ($n < 50$).

Tabla 18.

Prueba de Normalidad con Shapiro-Wilk

Pruebas de normalidad			
	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.
GC_INICIO	,879	19	,064
GC_SALIDA	,914	19	,054
GE_INICIO	,768	19	,065
GE_SALIDA	,737	19	,056

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Se plantean las hipótesis para probar la normalidad:

H₀: Los datos provienen de una población normal. (sig > 0,05)

H₁: Los datos no provienen de una población normal. (sig <=0,05)

Ahora nuestro nivel de significancia es el 5%, es equivalente a 0,05 y si el nivel de sig. es mayor que 0,05, entonces se acepta la Hipótesis nula (**H₀**), y se rechaza la Hipótesis alterna (**H₁**Con las evidencias , se determina que los datos se enmarcan en una curva normal) por lo que se procede a utilizar un estadístico paramétrico como la la T de Student.

4.1.2.2. Prueba de hipótesis

La prueba estadística para probar la hipótesis el T de Student que permitió medir aspectos cuantitativos de diferencia de medias,de las respuestas del instrumento aplicado.

Comparación de medias de ambos grupos:

\bar{x} : grupo experimental pos test

\bar{y} : grupo de control pos test

La diferencia de medias es: $\bar{x} - \bar{y} = 14,1 - 11,35 = 2,75$

La diferencia de medias en los grupos de control y experimental es significativa.

Prueba de Hipótesis General

a) Planteamiento de la Hipótesis

H_a: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

H₀: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, no mejora significativamente el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma

b) Nivel de Confianza

95% (0.95)

c) Nivel de Significancia

una cola $\alpha=0.05 = 5\%$ 2 colas $\alpha/2=0,025$

d) Elección del Estadístico

Las varianzas son desconocidas, y desiguales; además $n \leq 30$, entonces se aplicó la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}}$$

Donde:

t_c : “t” calculado

\bar{x} : media del grupo experimental

\bar{y} : Promedio del grupo de control

S_1^2 : Varianza del grupo experimental

S_2^2 : Varianza del grupo de control

n : Tamaño de la muestra del grupo experimental

m : Tamaño de la muestra del grupo de control

Tabla 19.*Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales*

	GC pos test	GE Pos test
Media	11.35	14.1
Varianza	11.3973684	16.5157895
Observaciones	20	20
Diferencia hipotética de las medias	2.75	
Grados de libertad	37	
Estadístico t	-4.6555736	
P(T<=t) una cola	2.0333E-05	
Valor crítico de t (una cola)	1.68709362	
P(T<=t) dos colas	4.0667E-05	
Valor crítico de t (dos colas)	±2.02619246	

De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se realizó el cálculo de los T_{obtenido} y $t_{\text{crítico}}$ de los datos obtenidos por los grupos (control y experimental) en la prueba de salida.

De donde el valor de $t_{\text{obtenido}} = -4,6$ (valor que se obtiene de los datos de la muestra); y el valor de $t_{\text{crítico}} = \pm 2,02$ (2,5% de nivel de significancia para 2 colas).

Luego: Como: $|t_{\text{obtenido}}| > |t_{\text{crítico}}|$, para (2 colas)

Es decir: $|-4,6| > |2,02| \rightarrow 4,6 > 2,02$

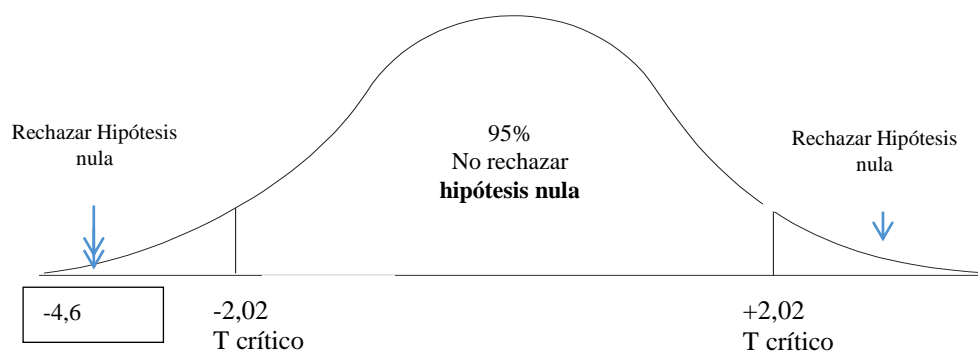


Figura 15. Contrastación de Hipótesis General Aplicación del Software Derive como Estrategia Didáctica influye en el Aprendizaje de Funciones reales de Varias Variables

El valor de $t_{\text{obtenido}} = -4,6$ cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, en consecuencia se acepta la hipótesis alterna H_a .

e) Conclusión

A partir de los resultados, se infiere que la aplicación del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

Hipótesis Específicas 1

a) Planteamiento de la Hipótesis

H₁: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

H₀: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica no mejora significativamente la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias

b) Nivel de Confianza

95% (0.95)

c) Nivel de Significancia

una cola $\alpha=0.05 = 5\%$ 2 colas $\alpha/2=0,025$

d) Elección del Estadístico

Las varianzas son desconocidas, y desiguales; además $n \leq 30$, entonces se aplicó la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}}$$

Donde:

t_c : “t” calculado

\bar{x} : Promedio del grupo experimental

- : Promedio del grupo de control
- S_1^2 : Varianza del grupo experimental
- S_2^2 : Varianza del grupo de control
- n : Tamaño de la muestra del grupo experimental
- m : Tamaño de la muestra del grupo de control

Tabla 20.

Prueba t para medias de dos muestras dependientes para la dimensión capacidad de razonamiento y demostración.

	GE pre test	GE pos test
Media	4.3	5.5
Varianza	2.32631579	4.57894737
Observaciones	20	20
Diferencia hipotética de las medias	1.2	
Grados de libertad	19	
Estadístico t	-8.657881	
P(T<=t) una cola	2.5411E-08	
Valor crítico de t (una cola)	1.72913281	
P(T<=t) dos colas	5.0822E-08	
Valor crítico de t (dos colas)	±2.09302405	

De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se realizó el cálculo de los T_{obtenido} y $t_{\text{crítico}}$ de los datos obtenidos en el grupo experimental en la prueba de salida en la dimensión capacidad de razonamiento y demostración.

De donde el valor de $t_{\text{obtenido}} = -8,65$ (valor que se obtiene de los datos de la muestra); y el valor de $t_{\text{crítico}} = \pm 2,02$ (2,5% de nivel de significancia para 2 colas).

Luego: Como : $|t_{\text{obtenido}}| > |t_{\text{crítico}}|$, para (2 colas)

Es decir: $|-8,65| > |2,09| \rightarrow 8,65 > 2,09$



Figura 16. Contrastación de Hipótesis Específica Razonamiento y Demostración

El valor de t obtenido = - 8,65 cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, en consecuencia se acepta la hipótesis alterna H_a propuesta para un nivel de significancia del 5%.

e) Conclusión

Ala luz de lo obtenido, se infiere que el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

Hipótesis Específica 2

a) Planteamiento de la Hipótesis

H_2 : El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de comunicación matemática de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

H_0 : El uso del Software Derive, como estrategia didáctica no mejora significativamente la capacidad de comunicación matemática de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

b) Nivel de Confianza

95% (0.95)

c) Nivel de Significancia

una cola $\alpha=0.05 = 5\%$ 2 colas $\alpha/2=0,025$

d) Elección del Estadístico

Las varianzas son desconocidas, y desiguales; y $n \leq 30$, entonces se usa la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

Donde:

t_c : "t" calculado

\bar{x} : Promedio del grupo experimental

\bar{y} : Promedio del grupo de control

S_1^2 : Varianza del grupo experimental

S_2^2 : Varianza del grupo de control

n : Tamaño de la muestra del grupo experimental

m : Tamaño de la muestra del grupo de control.

Tabla 21.

Prueba t para medias de dos muestras dependientes en la dimensión capacidad de comunicación matemática

	GE pre test	GE pos test
Media	2.95	4.35
Varianza	2.26052632	4.13421053
Observaciones	20	20
Diferencia hipotética de las medias	1.4	
Grados de libertad	19	
Estadístico t	-10.960339	
P(T<=t) una cola	5.8909E-10	
Valor crítico de t (una cola)	1.72913281	
P(T<=t) dos colas	1.1782E-09	
Valor crítico de t (dos colas)	±2.09302405	

De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se realiza el cálculo de los estadígrafos $t_{obtenido}$ y $t_{crítico}$, a partir de los datos obtenidos para el grupo experimental en la prueba de salida en la dimensión comunicación matemática.

El valor de $t_{obtenido} = -10,96$ (datos de la muestra); y el valor de $t_{crítico} = \pm 2,09$ (con 0.25% de nivel de significancia para 2 colas).

Luego: Como $|t_{obtenido}| > |t_{crítico}|$, para (2 colas)

Es decir: $|-10,96| > |2,09| \rightarrow 10,96 > 2,09$

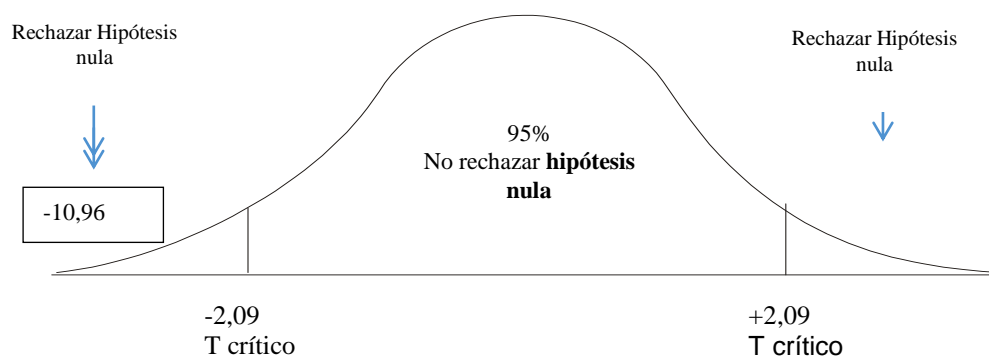


Figura 17. Contrastación de Hipótesis específica Comunicación Matemática

El valor de t obtenido = $-10,96$ cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula en consecuencia se acepta la hipótesis alterna H_2 propuesta para un nivel de significancia del 5%.

e) Conclusión

Se infiere que el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de comunicación matemática de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

Hipótesis Específica 3

a) Planteamiento de la Hipótesis

H_3 : El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los

estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

H_0 : El uso del Software Derive, como estrategia didáctica no mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

b) Nivel de Confianza

95% (0.95)

c) Nivel de Significancia

una cola $\alpha=0.05 = 5\%$ 2 colas $\alpha/2=0,025$

d) Elección del Estadístico

Las varianzas son desconocidas, y desiguales; y $n \leq 30$, entonces se usa la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

Donde:

t_c : “t” calculado

\bar{x} : Promedio del grupo experimental

\bar{y} : Promedio del grupo de control

S_1^2 : Varianza del grupo experimental

S_2^2 : Varianza del grupo de control

n : Tamaño de la muestra del grupo experimental

m : Tamaño de la muestra del grupo de control

Tabla 22.

Prueba t para medias de dos muestras dependientes en la dimensión resolución de problemas

	GE pre test	GE pos test
Media	2.95	4.25
Varianza	1.94473684	2.51315789
Observaciones	20	20
Diferencia hipotética de las medias	1.3	
Grados de libertad	19	
Estadístico t	-12.592375	
P(T<=t) una cola	5.7167E-11	
Valor crítico de t (una cola)	1.72913281	
P(T<=t) dos colas	1.1433E-10	
Valor crítico de t (dos colas)	±2.09302405	

De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se realiza el cálculo de los estadígrafos $t_{obtenido}$ y $t_{crítico}$, a partir de los datos obtenidos por el grupo experimental en la prueba de salida en la dimensión resolución de problemas.

De donde se obtiene el valor de $t_{obtenido} = -12,59$ (datos de la muestra); y el valor de $t_{crítico} = \pm 2,09$ (con 0.25% de nivel de significancia para 2 colas).

Luego: Como : $|t_{obtenido}| > |t_{crítico}|$, para (2 colas)

Es decir: $|-12,59| > |2,09| \rightarrow 12,59 > 2,09$

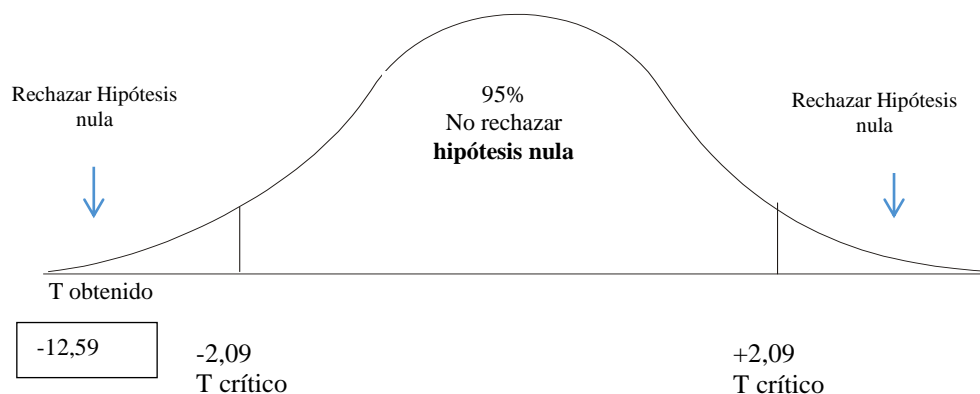


Figura 18. Contrastación de Hipótesis específica Resolución de Problemas

El valor de $t_{\text{obtenido}} = -12,59$ cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que estamos en la condición de aceptar la hipótesis alterna H_3 propuesta para un nivel de significancia del 5%.

e) Conclusión

De los resultados obtenidos, se puede inferir que el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

4.2. Discusión de resultados

A continuación se discuten los resultados en función a los hallazgos obtenidos en las hipótesis específicas hacia la hipótesis general.

Respecto a la hipótesis específica No. 1, se concluye que el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejoró significativamente la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales de la Universidad Ricardo Palma.

Este hallazgo concuerda con Mosquera y Vivas (2019), quienes expresan que el análisis lógico del razonamiento y la demostración refuerzan competencias matemáticas y conceptos adquiridos en el área del cálculo. De igual similitud, Campoverde (2016) sentencia que la utilización de software en la enseñanza de la matemática en sistemas de ecuaciones lineales y funciones reales generan en el estudiante un aprendizaje significativo, más dinámico.

Respecto a los resultados hallados en el contraste de la hipótesis específica N° 2, se concluye que el uso del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejoró significativamente la capacidad de comunicación de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

En esa misma línea Carhuajulca (2018) expresa en su investigación que existe la necesidad de implementar acciones de carácter pedagógico en la enseñanza de las matemáticas, por lo que hace una propuesta para superar las dificultades que presentan los estudiantes de ingenierías al articular las representaciones semióticas en la solución de problemas de optimización, proporcionándole a éstos los problemas en el lenguaje verbal. Ellos tienen que

representarlo mediante un modelo matemático, utilizando el registro gráfico y el registro algebraico para la solución de los problemas.

De igual forma, los hallazgos del presente estudio guardan correspondencia con lo expresado por Flores (2016) ya que refuerza la capacidad de comunicación, comprensión y la resolución de problemas a través de ecuaciones lineales.

En lo que respecta a la hipótesis específica N° 3, el uso del Software Derive, como Estrategia Didáctica, mejoró significativamente la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

Flores (2016) en su trabajo de investigación destaca el bajo rendimiento en Matemática debido a los métodos tradicionalistas utilizados por los docentes para resolver problemas utilizando ecuaciones lineales, por lo que sugiere el uso del software Microsoft Mathematics en la enseñanza de la ecuación lineal. Se advierte que en igual correspondencia, el trabajo de investigación realizado por la autora puso en evidencia la necesidad de continuar acciones pedagógicas que fortalezcan capacidades de resolución de problemas aplicados a los temas matemáticos expresado en la correspondencia de utilizar un software matemático para lograr buenos resultados.

Rentería y Ayala (2017) dan solidez a los resultados del presente estudio, enfatizan en el gran aporte metodológico que tiene el uso de los recursos didácticos como son los softwares educativos, logrando una mejora en el rendimiento académico en los estudiantes, tal como se advierte en esta investigación.

De igual forma, los aportes de Quiroz (2017) y Pantoja (2015) cobran importancia haciendo uso del recurso didáctico que es el software educativo Matlab; y, mediante el software Sage, en la enseñanza del cálculo vectorial. En ambos casos, se logró una mejora en la comprensión matemática. Estos trabajos mencionados anteriormente tienen gran aporte en la parte metodológica, es decir, en la comprensión, modelamiento y desarrollo de problemas. Por tanto la investigadora, tomó en cuenta los resultados obtenidos al utilizar los recursos didácticos previstos en el proceso de E-A, logrando una mejora significativa.

De los hallazgos de las hipótesis específicas hacia la general.

Los aportes significativos de Mosquera y Vivas, Carhuajulca (2018), Flores (2016), Rentería y Ayala (2017) (2019), Quiroz (2017) y Pantoja (2015), concuerdan en la misma línea con los resultados obtenidos en la investigación realizada. La autora ha logrado

demostrar en todos los extremos que el uso de softwares matemáticos –especialmente, el Derive-, en la enseñanza de la matemática tienen un gran aporte en la visualización, de las graficas en 3D, comprensión, modelamiento de problemas, logrando de esa forma hacer la matemática, más sencilla y dinámica. La experiencia enriquecedora realizada por los autores mencionados dan solidez y consistencia al trabajo. Como maestros universitarios, resulta indispensable poner en práctica competencias pedagógicas como la innovación en la enseñanza y los medios para hacerlo; la combinación de ambas coadyudará al logro de aprendizajes eficaces en los estudiantes.

La hipótesis general se ha probado favorablemente, el valor de $t = -4,6$. La hipótesis específica H1 se ha probado favorablemente, el valor de $t = -8,65$. La hipótesis específica H2 se ha probado favorablemente, el valor de $t = -10,96$; consecuentemente, la hipótesis específica H3 se ha probado favorablemente, el valor $t = -12,59$. En todos los casos se aceptó la hipótesis de investigación.

Conclusiones

1. Para la hipótesis específica H_1 se concluyó al 95% nivel de confianza que la aplicación del software Derive, como estrategia didáctica, mejoró significativamente la competencia específica de comunicación matemática del aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Universidad Ricardo Palma, tal como se demostró con el contraste de hipótesis (T -calculado= $-8,65$ cae en la zona de aceptación de la H_1).
2. Para la hipótesis específica H_2 se concluyó al 95% nivel de confianza que la aplicación del software Derive, como estrategia didáctica, mejoró significativamente la competencia específica de modelamiento matemático de las funciones de varias variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Universidad Ricardo Palma, tal como se demostró con el contraste de hipótesis (T -calculado= $10,96$, cae en la zona de aceptación de la H_2).
3. Para la hipótesis específica H_3 se concluyó al 95% nivel de confianza que aplicación del software Derive, como estrategia didáctica, mejoró significativamente la competencia específica de resolución de problemas de funciones reales de varias variables en los estudiantes de la asignatura de Matemática III de la Universidad Ricardo Palma, tal como se demostró con el contraste de hipótesis (T -calculado= $-12,59$ cae en la zona de aceptación de la H_3).
4. Finalmente, se concluyó al 95% nivel de confianza que la aplicación del software Derive, como estrategia didáctica, mejoró significativamente el aprendizaje de funciones reales de varias variables en los estudiantes del curso de Matemática III de la Universidad Ricardo Palma, del contraste de hipótesis (T -calculado= $-4,6$ cae en la zona de aceptación de la Hipótesis General).

Recomendaciones

1. Incentivar el uso del software DERIVE en el aprendizaje de las asignaturas de matemática III, dado que favorece la comunicación e interpretación gráfica de los símbolos matemáticos, mediante talleres de capacitación tanto para los docentes como para los estudiante en los meses de verano.
2. Recomendar el uso del software Derive en las asignaturas de matemáticas ya que ayuda a interpretar gráficamente los modelos matemáticos. Esta acción se recomienda implementar durante el proceso de aprendizaje, previo acompañamiento del docente.
3. Utilizar el software Derive en el aprendizaje de las asignaturas de matemáticas dado que facilita la resolución de problemas del área, contextualizando su realidad.
4. Diseñar e implementar, a nivel institucional planes de mejora en el área de la formación continua que involucren el desarrollo profesional de los docentes mediante la aplicación de las nuevas tecnologías de la información, como el uso del software Derive para el aprendizaje óptimo de las matemáticas y de cualquier asignatura a fin de mejorar la práctica pedagógica y el rendimiento académico de los estudiantes.

Referencias Bibliográficas

- Álvarez, J. y García, J. (2009). *La competencia matemática*. Recuperado de http://www.pepe.jupenoma.es/cajon%20de%20sastre/competencia_matematica.pdf
- Asociación de Usuarios de Derive de España, (s.f.). Información sobre el Programa Derive. Recuperado de <http://www.upv.es/derive/general.htm>
- Bello, J. (2013). *Mediación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria* (Tesis de maestría inédita) Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad católica del Perú.
- Bernal, C. (2006). *Metodología de la investigación para administración, economía, humanidades y ciencias sociales*. Pearson Educación.
- Bonilla, G. (2013). *Influencia del uso del programa GEOGEBRA en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físicomatemática, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito, en el año lectivo 2012-2013* (Tesis de pregrado inédita) Universidad Central del Ecuador, Ecuador.
- Brunner, J. y Ross, G. (1976). *El rol de un tutor resolviendo un problema*. Diario de Psiquiatría Infantil y Psicología, 17(2), 89-100
- Cabello, J. (2012). *Uso del software Matlab para mejorar el rendimiento académico de los alumnos del curso de Análisis Numérico*. Lima, Perú.
- Carpio, R (2012) *Aplicación del software matemático heurístico en el nivel de aprendizaje de la matemática en estudiantes de la especialidad de computación e informática de una institución superior pública-Arequipa 2008* (Tesis de doctorado inédita) Escuela de Post Grado de la Universidad Nacional de Educación. La Molina. Perú.
- Carrera, B; Mazzarella, C; (2001). *Vygotsky: enfoque socio cultural*. Educere, Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601309>
- Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GEOGEBRA con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.* (Tesis de maestría inédita) Dirección de Postgrado de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Honduras.
- Castellaro, M. (2012) *Definiciones teóricas y áreas de investigación propuestas desde el constructivismo, en publicaciones latinoamericanas de psicología y educación presentes en la base de datos REDALYC*. Liber. vol.18, n.2, Recuperado de http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_pdf&pid=S1729-48272012000200004&lng=es&nrm=iso&tlng=es

- Castro, S., Guzmán, B y Casado, D. (2007). Las Tic en los Procesos de Enseñanza Aprendizaje. *Revista de Educación*, 13 (23). Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Caracas, Venezuela.
- Díaz, F. Hernández G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo una interpretación constructivista*. México: McGraw-Hill/ INTERAMERICANA EDITORES, S.A.
- Delgado, M., Arrieta, X. y Riveros, V. (2009). *Uso de las TIC en educación, una propuesta para su optimización*. *Omnia*, 15 (3). Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal.
- Escobar, J., Echevarría, L. y Londoño, M. (2011). *Software educativo como estrategia de aprendizaje significativo para los procesos lectoescriturales de los niños de 4 a 5 años de Medellín*. Recuperado de http://www.funlam.edu.co/uploads/facultadeduccion/89_Sofwre_edu_lectoescritura_3.pdf
- Echeverry, A. (2013). *Influencia del uso de Cabri Geometry 11 en el proceso de enseñanza aprendizaje de los conceptos básicos de Geometría (tesis de maestría)*. Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.
- Fernández, F. y Lima, S. (1999). *Herramientas Computacionales en el Aprendizaje de las Matemáticas: Asistentes y Tutoriales*. *Revista de Enseñanza y Tecnología*. Recuperado de <file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/Dialnet-HerramientasComputacionalesEnElAprendizajeDeLasMat-4794511.pdf>
- Farnos, J. D. (3 de octubre de 2011). Cátedra UNESCO de Educación a Distancia (CUED) ¿Es el “conectivismo” una teoría? ¿Lo es del aprendizaje? (y III): Metacognición y elaboración. Recuperado de <http://juandomingofarnos.wordpress.com/2011/10/03/catedra-unesco-de-educacion-a-distancia-cued-%C2%BFes-el-%E2%80%9Cconectivismo%E2%80%9D-una-teoria-%C2%BFlo-es-del-aprendizaje-y-iii-metacognicion-y-elaboracion/>
- Flores, J. (2016). *Uso del software Microsoft Mathematics en la enseñanza de la ecuación lineal, en el primer año de BGU del colegio particular “Andrew” de la ciudad de Quito durante el año lectivo 2016-2017*. (tesis de maestría) Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación Carrera de Matemática y Física. Quito. Ecuador.
- Flores, P. (2001). *Aprendizaje en matemáticas* Recuperado de <http://www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf>

- Fonseca, L., Medellín, L. y Vásquez, J. (2014). *El uso de herramientas de la web 2.0 como estrategias didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de jóvenes universitarios*; en *Paakat: Revista de Tecnología y Sociedad*, 4 (7).
- García, C. (2015). *Implementación de un software como estrategia didáctica para el proceso de fomento a la lectura en estudiantes de grado cuarto de EBS del centro educativo Byron Gaviria* (Tesis de licenciatura) Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Español y de Comunicación Educativa. Licenciatura en Comunicación e Informática Educativa. Pereira. Colombia.
- Guía, T (2017). *Aplicación de Software Educativo para lograr Aprendizajes significativos en la asignatura de matemática Integrada, en los alumnos del I ciclo de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle”* (Tesis de doctorado inédita). Perú
- Godino, J. Batanero, C y Font, V. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada
- Haeussler,E.y RichardS (2003):*Matemática para Administración, Economía y Ciencias Sociales*Décima edición. Mexico, PEARSON Educacion.
- Hernández, L. y Víctor, M. (2001): *Tecnología y educación matemática*, conferencia plenaria ante el Primer Seminario Regional del Proyecto T3, México.
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Batista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*, México: McGraw-Hill Interamericana.
- Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. (2009). *Manual oficial de GEOGEBRA de la versión 3,2*. Recuperado de http://www.pinae.es/wp-content/uploads/2011/10/manual_GEOGEBRA.pdf
- Kindle, J. (1974). *Geometría analítica*. México: Talleres de Litografía INGRAMEX, S.A
- Kutzler, B. y Kokol-Voljc, V. (2003). *Introduction to Derive 6*. Edición Española: DERISOFT, c. b. Valencia, España
- La era digital: cambio o revolución, 2016, recuperado de <https://ined21.com/la-digital-cambio-revolucion/>
- Lehmann, Ch. (2012). *Geometría analítica*. México: Limusa, SAC de C.V. Grupo Noriega Editores.
- León, G. (2012). *Uso de tecnologías de información y comunicación en estudiantes del VII ciclo de dos instituciones educativas del Callao*. (Tesis de maestría). Escuela de Posgrado de la Universidad San Ignacio de Loyola. Lima. Perú.

- Llorente Cejudo, M.D.C; Cabero Almenara, J; (2015). Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): escenarios formativos y teorías del aprendizaje. *Revista Lasallista de Investigación*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=69542291019>
- Macías, D. (2007) Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653) 42(4-10)*
- Minedu (2015) *Informe pedagógico de resultados Pisa 2012 en matemática. (1era edición)*. Ministerio de Educación del Perú. Lima.
- Minedu (2015) *Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2015*. Ministerio de Educación del Perú. Lima.
- Ministerio de educación (2013). *Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*. Lima: MINEDU.
- Ministerio de Educación. (2007) *Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática*. Lima: MINEDU.
- Ministerio de Educación. (2010). *Orientaciones para el trabajo pedagógico área de matemática*. Lima: MINEDU.
- Ministerio de Educación. (2014). *Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos: Un aprendizaje fundamental en la escuela que queremos*. Lima: MINEDU.
- Moral, C. (2010). *Didáctica teoría y práctica de la enseñanza*. Madrid: Ediciones Pirámide (Grupo Anaya. S. A.)
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Naupas, H. Mejía, E. Novoa, Eliana. Villagómez, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa- cualitativa y redacción de la tesis*. Bogotá: Ediciones de la U.
- NCTM (2003). *Estándares curriculares y para la evaluación matemática*. Sevilla: S.A.E.M THALES.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente Guía de planificación*. Montevideo. Uruguay: UNESCO.
- Palomino, Delgado (1996) *Aprendizaje significativo* Instituto de Física Universidad Federal de Rio Grande Do Sul Sao Paulo
- Pantoja, H. (2015) *Aplicación del software libre SAGE y su influencia en el rendimiento académico en cálculo vectorial, en los estudiantes del IV ciclo de Ingeniería Mecánica*

- de la Universidad Nacional de Ingeniería* (Tesis de maestría) Escuela de Posgrado de la Universidad Guzmán y Valle. Lima. Perú.
- Peña, A. (2010). *Enseñanza de la geometría con tic en educación secundaria obligatoria*. (Tesis Doctoral). Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid. España.
- Pina, J. (2011). Manual GEOGEBRA. Recuperado de <https://www.GEOGEBRA.org/about> .
- Pulido, P.O. (2001/2002). *Proyecto de Innovación Docente. Prácticas de Matemáticas I y Matemáticas II con Derive*. Recuperado de https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/portega/proyecto%20innovacion%20derivate/derive-4/derive-1.pdf
- Pumacallahui, E. (2015). *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza aprendizaje de la geometría en los estudiantes del cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata-Región de Madre de Dios-2012*. (Tesis de doctorado inédita) Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle. Lima. Perú
- Rentería, L. y Ayala, W. (2017). *Uso didáctico de los dispositivos móviles y su influencia en el aprendizaje de las matemáticas en el grado 11° de la institución educativa tricentenario del municipio de Medellín – Colombia, año 2015* (tesis de maestría). Universidad Privada Norbert Wiener. Lima. Perú.
- Rossi, Elías. (2003). *Teoría de la educación*. Lima: Ediciones E.R.
- Ruiz, López, N. (2012). *Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesor de primaria (tesis doctoral)*. Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España.
- Sánchez, Hugo y Reyes, Carlos. (2006). *Metodología y diseños en la investigación científica*. Lima: Editorial Visión Universitaria.
- SERCE y TERCE (2006-2013). *Comparación de resultados del segundo y tercer estudio regional comparativo y explicativo*. La OREALC/UNESCO Santiago
- Swokowski, E. y Cole, J. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Edmasa Impresiones S.A. de C.V.
- Tünnermann, C; (2015). *El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. Universidades, LXI* Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37319199005>

- Turner, R. (2006). *El Programa Internacional para la Evaluación de los Alumnos (PISA). Una perspectiva general*. Revista de educación.
- UMC (2015). *¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes en las competencias evaluadas?: Resultados de la ECE 2015 2° grado de primaria / 2° grado de secundaria. Unidad de Medición de la Calidad Educativa*. Ministerio de Educación. Perú.
- UNED (2013) *¿Qué son las estrategias didácticas?* Recuperado de https://www.uned.ac.cr/academica/images/ceced/docs/Estaticos/contenidos_curso_2013.pdf
- UNESCO (2004). *Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Formación Docente*. Montevideo. Uruguay.
- Vaquero, A. (1987): *La informática aplicada a la enseñanza*, Editorial Eudema S.A., Madrid, España, citado por alemán De Sánchez, A. (2002): “La enseñanza de la matemática asistida por computador”, Panamá.
- Woolfolk, A. (2013). *Psicología educativa*. México: Editorial Pearson Educación. Recuperado de www.Pearsoneducacion.net/woolfolk.
- Zabala, C. Camacho, H. y Chávez, S. (2013). *Tendencias epistemológicas predominantes en el aprendizaje de las TIC en el área de la educación*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99328423004>

Apéndices

- 6.1 Autorización para hacer la investigación
- 6.2 Carta de compromiso de autenticidad
- 6.3 Matriz de consistencia
- 6.4 Matriz de operacionalización de variables
- 6.5 Formato o protocolo del instrumento que utilizará (sesiones de clases)
- 6.4. Modulo autoinstructivo
- 6.5. Base de datos Prueba pre-test y post-test
- 6.6. Juicio de expertos



AUTORIZACIÓN PARA REALIZAR LA INVESTIGACIÓN

**DECLARACIÓN DEL RESPONSABLE DEL ÁREA O DEPENDENCIA
DÓNDE SE REALIZARÁ LA INVESTIGACIÓN**

Dejo constancia que el área o dependencia que dirijo, ha tomado conocimiento del proyecto de tesis titulado:

Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

el mismo que es realizado por la señora estudiante

Avalos Sigüenza Yolanda Rosa

en condición de estudiante Investigador del Programa de:

Post- Grado

Así mismo señalamos que según nuestra normativa interna, procederemos con el apoyo al desarrollo de proyecto de investigación, dando las facilidades del caso para aplicación de los instrumentos de recolección de datos.

En razón de lo expresado doy mi consentimiento para el uso de la información y/o a aplicación de los instrumentos de recolección de datos:

Nombre de la empresa: Escuela Profesional de Administración y Gerencia.	Autorización para el uso del nombre de la Empresa en el informe Final	SI
		NO

Apellidos y Nombres del Jefe/Responsable del área Mg. Jorge Carbajal Anoyo	Cargo del Jefe/Responsable del área: Director de Escuela
--	---

Teléfono fijo (incluyendo anexa) y/o celular 998754211	Correo electrónico de la empresa: jorge.carbajal@unrp.edu.pe
--	---



Jorge Carbajal Anoyo
Firma

11 de Marzo de 2019
Fecha



ANEXO C: DECLARACIÓN DE Autenticidad

UNIVERSIDAD
RICARDO PALMA

ESCUELA DE POSGRADO

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD Y NO PLAGIO

DECLARACIÓN DEL GRADUANDO

Por el presente, el graduando (Apellidos y nombres)

AVALOS SIGUENZA, YOLANDA ROSA

En condición de egresado del Programa de Posgrado:

MAESTRIA EN DOCENCIA SUPERIOR

Deja constancia que ha elaborado la tesis intitulada:

APLICACIÓN DEL SOFTWARE DERIVE PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA

Declara que el presente trabajo de tesis ha sido elaborado por el mismo y no existe plagio/copia de ninguna naturaleza, en especial de otro documento de investigación (tesis, revista, texto, congreso, o similar) presentado por cualquier persona natural o jurídica ante cualquier institución académica, de investigación, profesional o similar.

Deja constancia que las citas de otros autores han sido debidamente identificadas en el trabajo de investigación, por lo que no ha asumido como suyas las opiniones vertidas por terceros, ya sea de fuentes encontradas en medios escritos, digitales o del Internet.

Asimismo, ratifica que es plenamente consciente de todo el contenido de la tesis y asume la responsabilidad de cualquier error u omisión en el documento y es consciente de las connotaciones éticas y legales involucradas.

En caso de incumplimiento de esta declaración, el graduando se somete a lo dispuesto en las normas de la Universidad Ricardo Palma y los dispositivos legales vigentes.

Firma del graduando

24 de junio de 2019

Apéndice A. Matriz de Consistencia

Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES E INDICADORES	MÉTODO Y DISEÑO	UNIVERSO Y MUESTRA	TRATAMIENTO ESTADÍSTICO
PROBLEMA GENERAL	OBJETIVO GENERAL	HIPÓTESIS GENERAL					
¿Cómo el uso del Software Derive , como estrategia didáctica, mejora el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma?	Determinar cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma	El uso del Software Derive , como estrategia didáctica, mejora significativamente el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.	Variable independiente	CONOCIMIENTO DEL SOFTWARE DERIVE Identifica el software Derive.	TIPO DE INVESTIG. Aplicada	POBLACIÓN 120	En el presente trabajo de investigación se realizará la codificación y se creará una base de datos con el programa estadístico SPSS 25 última versión, luego utilizaremos las técnicas del análisis estadístico para describir y explicar nuestros resultados obtenidos. Se validarán los instrumentos a través de Juicios de Expertos y para la confiabilidad del instrumento utilizaremos fórmula de Kuder Richardson la cual será calculado con este paquete estadístico. Para la prueba de hipótesis, el efecto entre la variable (independiente) sobre la variable (dependiente) se utilizará la prueba de t-student en los estudiantes del curso de matemática del tercer ciclo de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma. $K_r = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{M(k-M)}{k\sigma^2} \right]$ $r = \frac{x-y}{\sqrt{\left[\frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2} \right] \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}}$
PROBLEMAS ESPECIFICOS	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	HIPÓTESIS ESPECÍFICAS					
P1: ¿Cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma?	O1: Determinar cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.	H1: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de razonamiento y demostración de Funciones de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales. De la Universidad Ricardo Palma.	Software Derive como estrategia didáctica	USO DEL SOFTWARE DERIVE Menú Símbolos Barra	DISEÑO Cuasi experimental	20	
P2: ¿Cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora la capacidad de comunicación matemática de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma?	O2: Determinar cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora la capacidad de comunicación matemática de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.	H2: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de comunicación matemática de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresariales.	Variable dependiente		ENFOQUE Cuantitativo		
P3: ¿Cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica mejora la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y empresarial de la Universidad Ricardo Palma?	O3: Analizar cómo el uso del Software Derive, como estrategia didáctica mejora la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma	H3: El uso del Software Derive, como estrategia didáctica, mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas de Funciones Reales de Varias Variables en los estudiantes de la Asignatura de Matemática III de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma.	Aprendizaje de funciones de varias variables	MANEJO DEL SOFTWARE DERIVE Utiliza con facilidad el software Derive			
				RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACION Analiza Conceptualiza			
				COMUNICACIÓN MATEMATICA Interpreta gráficos Entiende lenguaje simbólico			
				RESOLUCION DE PROBLEMAS			

Apéndice B. Matriz de operacionalización de variables

Uso del Software Derive como Estrategia Didáctica en el Aprendizaje de Funciones Reales de Varias Variables en la Asignatura de Matemática III en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma

Variables	Tipo de variable	Definición conceptual	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumento
Software Derive	Independiente	Derive es un “Programa de Cálculo Simbólico”, que es utilizado para trabajar con Matemáticas, usando las notaciones propias (simbólicas) de esta ciencia.	Conocimiento del software Derive	Identifica el programa educativo		Modulo instruccional
		El aspecto más sobresaliente de Derive, es su trabajo simbólico unido a sus capacidades gráficas. Es una herramienta excelente para hacer y aplicar matemáticas, para documentar el trabajo de matemáticas y para aprender y enseñar matemáticas. (Kutzler y Kokol, 2003)	Uso del software Derive	Descubre las actividades del software educativo		
			Manejo del software Derive	Utiliza con facilidad software educativo		
Aprendizaje de funciones reales de varias variables	Dependiente	Es el proceso a través del cual el estudiante adquiere los conocimientos, competencias y habilidades del tema de funciones reales de varias variables.	Razonamiento y demostración	Analiza, Conceptualiza funciones reales de varias variables	1, 2, 3	Cuestionario: prueba pretest y prueba post-test
		Muchos procesos económicos, biológicos, social, etc. dependen de varias variables a estos procesos matemáticamente se les puede modelar mediante funciones reales de varias variables y aplicarlos a la optimización.	Comunicación matemática	Entiende el lenguaje simbólico e Interpreta gráficos de funciones reales de varias variables	4, 5, 6, 7	
			Resolución de problemas	Calcula, Deduce e Infiere funciones reales de varias variables	8, 9, 10	

Apéndice C. Sesión de aprendizaje

PLAN DE CLASE 1

I) DATOS GENERALES

1. ESCUELA PROFESIONAL : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA
2. ASIGNATURA : MATEMÁTICA III
3. SEMESTRE ACADÉMICO : 2019-1
4. CICLO/SECCIÓN : III
5. UNIDAD/SESIÓN : I - 01
6. FECHA/HORA : 18-03-19
7. DOCENTE : AVALOS SIGUENZA YOLANDA

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES Y	TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce una función de varias variables --Entiende y comunica lo que significa los símbolos matemáticos -Resuelve problemas de contexto.	-Definir funciones de varias variables. -Determinar su dominio y su rango -Graficar funciones de varias variables.	ACTIVIDADES DE INICIO Mediante la técnica de lluvia de ideas la docente realiza analogías y metáforas sobre funciones de varias variables, relacionándolos con la realidad -Reconoce el dominio, rango y gráfica de una función con una variable -Los estudiantes observan el material presentado que contiene detalles claros para identificar una función de una variable que le permita luego entender la definición de una función de varias variables.	Diálogo. Lectura. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos; lo que es una función de varias variables para luego definir tal función. -Identifican y analizan una función de varias variables determinando su dominio y rango mediante ejemplos concretos -Gráfica y describe la función de varias variables aplicando técnicas de curva de nivel	Diapositivas Multimedia	50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes prepararan un esquema visual de la diferencia entre una función real de una variable con otra función de varias variables y finalmente lo grafican identificando su dominio y su rango.	Lista de cotejo.	30min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina el dominio, rango y grafica de una función Modela y resuelve problemas utilizando funciones de varias variables	Define una función de varias variables. Grafica una función de varias variables Aplica la función de varias variables en la resolución de problemas de contexto en este caso a su carrera profesional. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y ganancia.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 2

I) DATOS GENERALES

8. ESCUELA PROFESIONAL : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA
 9. ASIGNATURA : MATEMÁTICA III
 10. SEMESTRE ACADÉMICO : 2019-1
 11. CICLO/SECCIÓN : III
 12. UNIDAD/SESIÓN : I - 02
 13. FECHA/HORA : 20-03-19
 14. DOCENTE : AVALOS SIGUENZA YOLANDA

II) SECUENCIA METODOLÓGICAa

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES Y	TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Analiza, razona y demuestra los conceptos matemáticos -Entiende y comunica lo que significa los símbolos matemáticos -Resuelve problemas de contexto.	-Definir las curvas de nivel - Grafica funciones utilizando curvas de nivel - Define la derivada parcial de una función -Determinar las derivadas parciales respecto a las variables x e y respectivamente Calcula derivadas parciales de primer orden.	ACTIVIDADES DE INICIO Crea un conflicto respecto al costo, de la producción de un producto, y hace la pregunta -Como crees que mediremos la variación instantánea de producir una unidad adicional del producto planteado? -Que utilizaras para ver la variación instantánea en la producción de un producto adicional?	Diálogo. Lectura. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando la definición que es una derivada parcial -Determina las derivadas parciales de primer orden respecto a cada variable, aplicando a su especialidad	Diapositivas Multimedia	50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes resuelven rápidamente los ejercicios propuestos, en clase y modelan los problemas, relacionando las derivadas con el análisis marginal	Lista de cotejo.	20 min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Identifica a una derivada parcial de una función de varias variables, valiendose de la definición	Identifica una curva de nivel y lo relaciona con las isocuantas Define una derivada parcial de una función de varias variables. Calcula una derivada parcial de primer de una función de varias variables Aplica la derivada para plantear los problemas identificados con su carrera.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 3

I) DATOS GENERALES

15. ESCUELA PROFESIONAL	: ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA
16. ASIGNATURA	: MATEMÁTICA III
17. SEMESTRE ACADÉMICO	: 2019-1
18. CICLO/SECCIÓN	: III
19. UNIDAD/SESIÓN	: I - 03
20. FECHA/HORA	: 24-03-19
21. DOCENTE	: AVALOS SIGUENZA YOLANDA

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Analiza, razona y demuestra las propiedades de la derivada parcial compuesta -Resuelve problemas utilizando las propiedades establecidas	-Propiedades de las derivadas parciales compuestas . -Utiliza las propiedades establecidas calcular problemas aplicados a la economía .	ACTIVIDADES DE INICIO - Coloca diversos ejemplos de funciones de varias variables, para que el estudiante identifique que propiedad debe aplicar para calcular su derivada parcial compuesta -	Tablas de derivadas. Hoja de ejercicios. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente les enseña a : -Identificar y aplicar las propiedades adecuadas de para calcular derivadas compuestas. -Forman grupos de 5 estudiantes proceden al trabajo colaborativo -Identifica correctamente la regla de la cadena, luego modela y resuelve problemas sencillos relacionados con su especialidad	Diapositivas Multimedia	50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes resuelven rápidamente los ejercicios propuestos, en clase y modelan los problemas, relacionando las derivadas utilizando la regla de la cadena con el análisis marginal	Lista de cotejo.	21 min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Identifica las propiedades de la regla de la cadena valiendose de sus conocimientos previos	<ul style="list-style-type: none">-Evalúan los alcances logrados de acuerdo a los criterios de evaluación previstos-Calcula rápidamente una derivada parcial compuesta de una función de varias variables. -Se les solicita que para la próxima sesión resuelvan los ejercicios planteados en el aula.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 4

I) DATOS GENERALES

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. ESCUELA PROFESIONAL | : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA |
| 2. ASIGNATURA | : MATEMÁTICA III |
| 3. SEMESTRE ACADÉMICO | : 2019-1 |
| 4. CICLO/SECCIÓN | : III |
| 5. UNIDAD/SESIÓN | : I - 04 |
| 6. FECHA/HORA | : 26-03-19 |
| 7. DOCENTE | : AVALOS SIGUENZA YOLANDA |

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y	TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce las diferentes reglas de la derivada --Entiende y comunica adecuadamente las reglas de la derivada de primer orden para obtener el costo, ingreso y la utilidad marginal -Resuelve problemas de contexto.	-Aplicar las reglas básicas de las derivadas parciales para obtener el costo, ingreso y la utilidad marginal.	ACTIVIDADES DE INICIO -Mediante la participación activa, e -Reconoce las fórmulas de la derivada -Los estudiantes observan el material presentado que contiene detalles claros para identificar que regla debe utilizar para derivar una función de varias variables y . Calcular el costo, ingreso y la utilidad marginal	Diálogo. Lectura. Tablas de derivadas		20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos; como aplicar las reglas de las derivadas a una función de varias variables. -Utilizar y aplicar las fórmulas de derivadas a ejemplos concretos -Modelar problemas de costos, ingresos y utilidad marginal y aplicar las técnicas de la deriva	Diapositivas Multimedia		50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes prepararan un esquema para aplicar las fórmulas de las derivadas, a los problemas planteados de costos, ingresos y utidad marginal..	Lista de cotejo.		30min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina las fórmulas de las derivadas parciales del primer orden Modela y resuelve problemas utilizando las diferentes reglas de la derivada a problemas concretos	-Aplica correctamente las reglas de la derivada. -Resuelve diversos ejercicios utilizando las propiedades de la derivada Modela y resuelve de problemas relacionados con el costo, ingreso y ganancia marginales.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 5

I) DATOS GENERALES

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. ESCUELA PROFESIONAL | : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA |
| 2. ASIGNATURA | : MATEMÁTICA III |
| 3. SEMESTRE ACADÉMICO | : 2019-1 |
| 4. CICLO/SECCIÓN | : III |
| 5. UNIDAD/SESIÓN | : I - 01 |
| 6. FECHA/HORA | : 01-04-19 |
| 7. DOCENTE | : AVALOS SIGUENZA YOLANDA |

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce Los extremos de una función -Entiende y comunica lo que significa los máximos y mínimos relativos matemáticos -Resuelve problemas de contexto.	-Definir los puntos críticos; extremos relativos de una función de varias variables. -Determinar los máximos y mínimos relativos de una función de varias variables.	ACTIVIDADES DE INICIO -Colocando diversos problemas, el estudiante reconoce los extremos de una una función de varias variables -Los estudiantes intercambian ideas, discuten y luego identifican los extremos de una función de varias variables.	Diálogo. Lectura. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos, luego los estudiantes desarrollan los ejercicios para encontrar los extremos de una función de varias variables -Identifican los máximos, mínimos y puntos de silla de una función de varias variables -Presentan en la pizarra un ejemplo desarrollado	Diapositivas Multimedia	50 min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina los extremos de una función Modela y resuelve problemas utilizando las propiedades de la derivada	Define un punto crítico. Reconoce los máximos y mínimos de una función de varias variables Aplica las propiedades y luego distingue correctamente los máximos y mínimos. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y ganancia.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 6

I) DATOS GENERALES

1. ESCUELA PROFESIONAL : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA
2. ASIGNATURA : MATEMÁTICA III
3. SEMESTRE ACADÉMICO : 2019-1
4. CICLO/SECCIÓN : III
5. UNIDAD/SESIÓN : I - 07
6. FECHA/HORA : 03-04-19
7. DOCENTE : AVALOS SIGUENZA YOLANDA

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce Los extremos de una función y comunica lo que significa los máximos y mínimos relativos matemáticos -Resuelve problemas de contexto.	-Definir los puntos críticos; extremos relativos condicionados de una función de varias variables. -Determinar los máximos y mínimos relativos condicionados de una función de varias variables. - Utiliza los Multiplicadores de Lagrange para resolver problemas de su carrera	ACTIVIDADES DE INICIO -Colocando diversos problemas, el estudiante reconoce los extremos de una una función de varias variables -Los estudiantes intercambian ideas, discuten y luego identifican los extremos de una función de varias variables.	Diálogo. Lectura. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos, luego los estudiantes desarrollan los ejercicios para encontrar los extremos condicionados de una función de varias variables -Identifican los máximos, mínimos condicionados de una función de varias variables -Modela problemas relacionados con su carrera y los resuelve utilizando Multiplicadores de Lagrange.	Diapositivas Multimedia	50 min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina los extremos de una función Modela y resuelve problemas utilizando las propiedades de la derivada	Reconoce los máximos y mínimos condicionados de una función de varias variables Aplica la las propiedades y luego distingue correctamente los máximos y mínimos condicionados. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y ganancia con restricciones.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 7

I) DATOS GENERALES

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. ESCUELA PROFESIONAL | : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA |
| 2. ASIGNATURA | : MATEMÁTICA III |
| 3. SEMESTRE ACADÉMICO | : 2019-1 |
| 4. CICLO/SECCIÓN | : III |
| 5. UNIDAD/SESIÓN | : I - 07 |
| 6. FECHA/HORA | : 05-04-19 |
| 7. DOCENTE | : AVALOS SIGUENZA YOLANDA |

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y	TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce Los extremos de una función -Entiende y comunica lo que significa los máximos y mínimos relativos matemáticos -Resuelve problemas de contexto.	-Definir los puntos críticos -Determinar los máximos, mínimos y puntos de silla de una función de varias variables sin restricciones	ACTIVIDADES DE INICIO -Colocando diversos problemas, el estudiante reconoce los extremos sin restricciones de una una función de varias variables -Los estudiantes intercambian ideas, discuten y luego identifican los extremos de una función de varias variables y los clasifican.	Diálogo. Lectura. Diapositivas		20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos, luego los estudiantes desarrollan los ejercicios para encontrar los extremos sin condiciones de una función de varias variables -Identifican los máximos, mínimos de una función de varias variables -Modela problemas relacionados con su carrera y los resuelven.	Diapositivas Multimedia		50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes resuelven perfectamente los ejercicios planteados por el profesor y luego discuten los extremos de las funciones	Lista de cotejo.		30min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina los extremos de una función Modela y resuelve problemas utilizando las propiedades de la derivada	Reconoce los máximos y mínimos sin condiciones de una función de varias variables Aplica las propiedades y luego distingue correctamente los máximos y mínimos de una función de varias variables. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y ganancia sin restricciones.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 8

I) DATOS GENERALES

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. ESCUELA PROFESIONAL | : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA |
| 2. ASIGNATURA | : MATEMÁTICA III |
| 3. SEMESTRE ACADÉMICO | : 2019-1 |
| 4. CICLO/SECCIÓN | : III |
| 5. UNIDAD/SESIÓN | : I - 09 |
| 6. FECHA/HORA | : 08-04-19 |
| 7. DOCENTE | : AVALOS SIGUENZA YOLANDA |

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce Los extremos de una función y comunica lo que significa los máximos y mínimos relativos matemáticos -Entiende y comunica lo que significa los máximos y mínimos relativos matemáticos -Resuelve problemas de contexto.	-Definir los puntos críticos; extremos relativos de una función de varias variables. -Determinar los máximos y mínimos relativos de una función de varias variables.	ACTIVIDADES DE INICIO -Colocando diversos problemas, el estudiante reconoce los extremos de una una función de varias variables -Los estudiantes intercambian ideas, discuten y luego identifican los extremos de una función de varias variables.	Diálogo. Lectura. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos, luego los estudiantes desarrollan los ejercicios para encontrar los extremos de una función de varias variables -Identifican los máximos, mínimos y puntos de silla de una función de varias variables	Diapositivas Multimedia	50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes resuelven perfectamente los ejercicios planteados por el profesor y luego discuten los extremos de las funciones	Lista de cotejo.	30min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina los extremos de una función Modela y resuelve problemas utilizando las propiedades de la derivada	Define un punto crítico. Reconoce los máximos y mínimos de una función de varias variables Aplica las propiedades y luego distingue correctamente los máximos y mínimos. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y ganancia.	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 9

I) DATOS GENERALES

1. ESCUELA PROFESIONAL : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA
2. ASIGNATURA : MATEMÁTICA III
3. SEMESTRE ACADÉMICO : 2019-1
4. CICLO/SECCIÓN : III
5. UNIDAD/SESIÓN : I - 10
6. FECHA/HORA : 10-04-19
7. DOCENTE : AVALOS SIGUENZA YOLANDA

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES	Y	TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce los extremos de una función con restricciones --Resuelve problemas de contexto.	Los multiplicadores de Lagrange Determina los extremos relativos de una función de varias variables con restricciones.	ACTIVIDADES DE INICIO -Colocando diversos problemas, el estudiante reconoce los extremos de una una función de varias variables con rstricciones -Los estudiantes intercambian ideas, discuten y luego identifican los extremos de una función de varias variables con rstricciones utilizando los multiplicadores de Lagrange.	Diálogo. Lectura. Diapositivas		20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos, luego los estudiantes desarrollan los ejercicios para encontrar los extremos de una función de varias variables con rstricciones -Identifican los maxim os, minimos condicionados	Diapositivas Multimedia		50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes resuelven perfectamente los ejercicios planteados por el profesor y luego discuten los extremos condicionados de las funciones.	Lista de cotejo.		30min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina los extremos de una función con restricciones Modela y resuelve problemas del contexto económico, utilizando las propiedades de la derivada	Reconoce los máximos y mínimos de una función de varias variables con restricciones Aplica las propiedades y distingue correctamente los máximos y mínimos con restricciones. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y utilidad .	Guía de práctica.

PLAN DE CLASE 10

I) DATOS GENERALES

1. ESCUELA PROFESIONAL : ADMINISTRACIÓN Y GERENCIA
2. ASIGNATURA : MATEMÁTICA III
3. SEMESTRE ACADÉMICO : 2019-1
4. CICLO/SECCIÓN : III
5. UNIDAD/SESIÓN : I - 10
6. FECHA/HORA : 12-04-19
7. DOCENTE : AVALOS SIGUENZA YOLANDA

II) SECUENCIA METODOLÓGICA

CAPACIDAD	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	MEDIOS MATERIALES Y	TEMPORALIZACIÓN	REFERENCIAS
-Reconoce los extremos de una función con restricciones --Resuelve problemas de contexto.	Los multiplicadores de Lagrange Determina los extremos relativos de una función de varias variables con restricciones.	ACTIVIDADES DE INICIO -Colocando diversos problemas, el estudiante reconoce los extremos de una una función de varias variables con rstricciones -Los estudiantes intercambian ideas, discuten y luego identifican los extremos de una función de varias variables con rstricciones utilizando los multiplicadores de Lagrange.	Diálogo. Lectura. Diapositivas	20min.	https://bit.ly/2TE2CbG
		ACTIVIDADES DE PROCESO El docente explica: -Utilizando los saberes previos, luego los estudiantes desarrollan los ejercicios para encontrar los extremos de una función de varias variables con rstricciones -Identifican los maxim os, minimos condicionados	Diapositivas Multimedia	50 min.	
		ACTIVIDADES DE SALIDA Los estudiantes resuelven perfectamente los ejercicios planteados por el profesor y luego discuten los extremos condicionados de las funciones.	Lista de cotejo.	30min.	

EVALUACIÓN

CAPACIDAD	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTO
Reconoce y determina los extremos de una función con restricciones Modela y resuelve problemas del contexto económico, utilizando las propiedades de la derivada	Reconoce los máximos y mínimos de una función de varias variables con restricciones Aplica las propiedades y distingue correctamente los máximos y mínimos con restricciones. Replica la solución de problemas a los de funciones de costo, ingreso y utilidad .	Guía de práctica.

APRENDIENDO FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES CON EL SOFTWARE DERIVE

DOCENTE: YOLANDA ROSA AVALOS SIGUENZA

The screenshot displays the Derive 5 software interface. The main window is titled "Algebra 1" and contains the following content:

- A red heading: ***This is Derive 5***
- Algebraic expressions:
 - #1: $\int_{\pi/2}^{7\pi/4} x \cdot \sin(x) dx$
 - #2: $-\frac{49 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi^2}{32} - \pi \left(\frac{7 \cdot \sqrt{2}}{4} + 1 \right) + \sqrt{2}$
 - #3: -38.87519584
 - #4: $\text{PlotInt} \left[x^2 \cdot \sin(x), x, \frac{\pi}{2}, \frac{7 \cdot \pi}{4} \right]$
- A 2D plot of the function $y = x^2 \cdot \sin(x)$ from $x = \pi/2$ to $x = 7\pi/4$. The area above the x-axis is shaded red, and the area below is shaded green.

The "Algebra 2" window shows:

- #1: $n \in \text{Integer}$
- #2: $\sin \left((2 \cdot n + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \right) = (-1)^n$
- #3: $\left(\frac{14 \cdot \sqrt{2}}{242} + \frac{5}{9} \right)^{1/3} = \frac{\sqrt{2}}{18} + \frac{1}{2}$
- #4: $\frac{t \cdot \cos(x)}{5} + 1 + 4 \cdot t + \frac{t \cdot \sin(x)}{5} - t$

A text box contains the message: *The new worksheet concept greatly supports the teaching and learning of mathematics.*

A 3D plot window titled "3D plot 2.1" shows a 3D wireframe model of a snake coiled on a pink background.

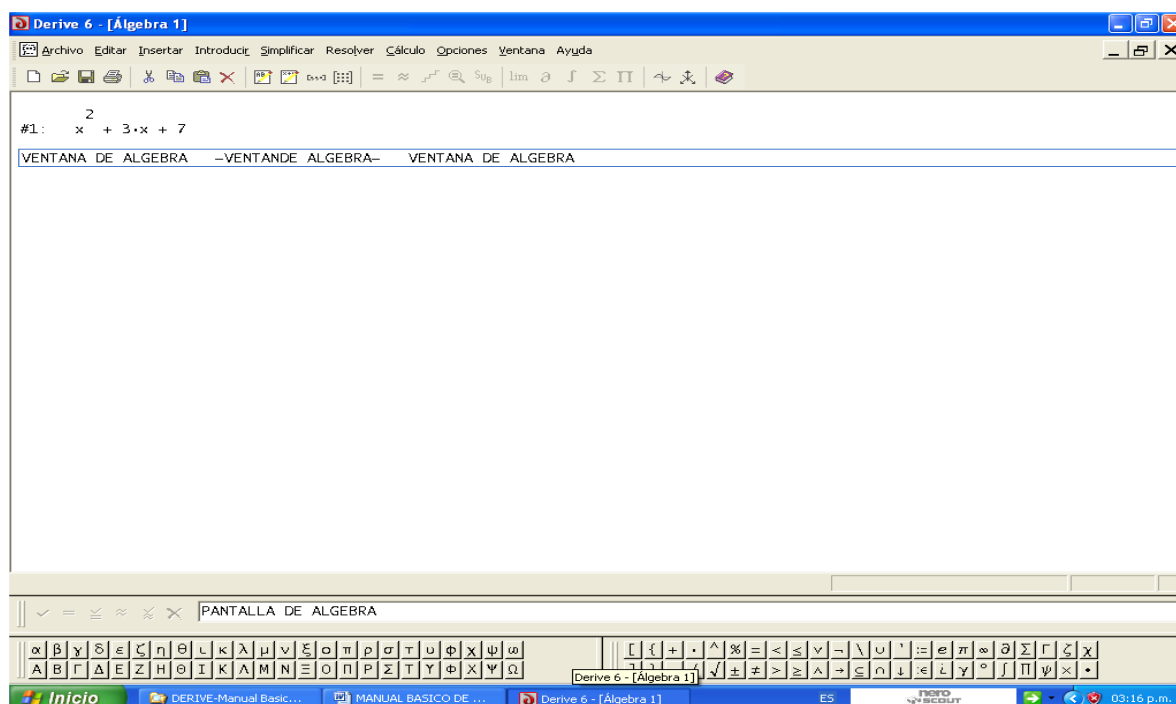
At the bottom of the interface, there is a keyboard layout and a status bar with the text: Eye: 28.008, 1.6557, 7.3928; Center: 0.49016, 0.16683, -3; Length: 10.286; 10.622; 6. The URL www.softonic.com is visible in the bottom right corner.

CAPÍTULO N° 1

PARTES DE LA PANTALLA

Pantalla de Álgebra

En la pantalla de álgebra se realiza la mayoría de cálculos, se visualizan expresiones, se factoriza expresiones se efectúan operaciones con expresiones algebraicas, vectoriales, matriciales, se calcula límites, derivadas, integrales, de una y varias variables, etc.



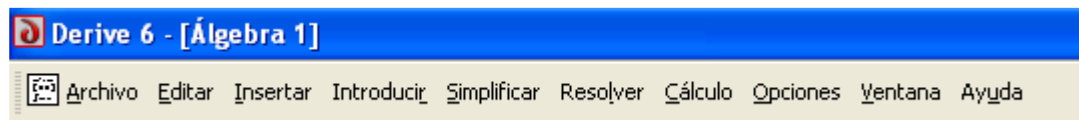
La pantalla de álgebra está formada de las siguientes partes

1) **Barra de Título:** Aparece el nombre del archivo con el cual estamos trabajando.

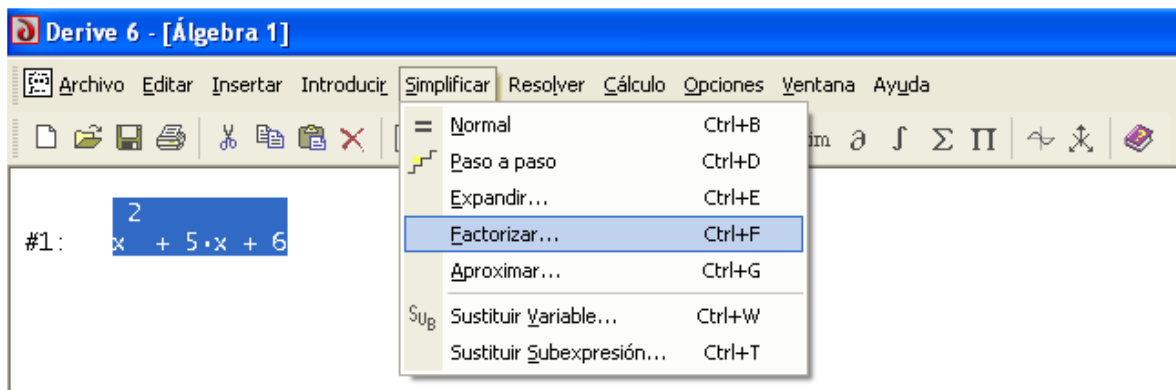


2) **Barra de menú principal:** Se encuentra debajo de la barra título y se utiliza para realizar selecciones de menús y submenús.

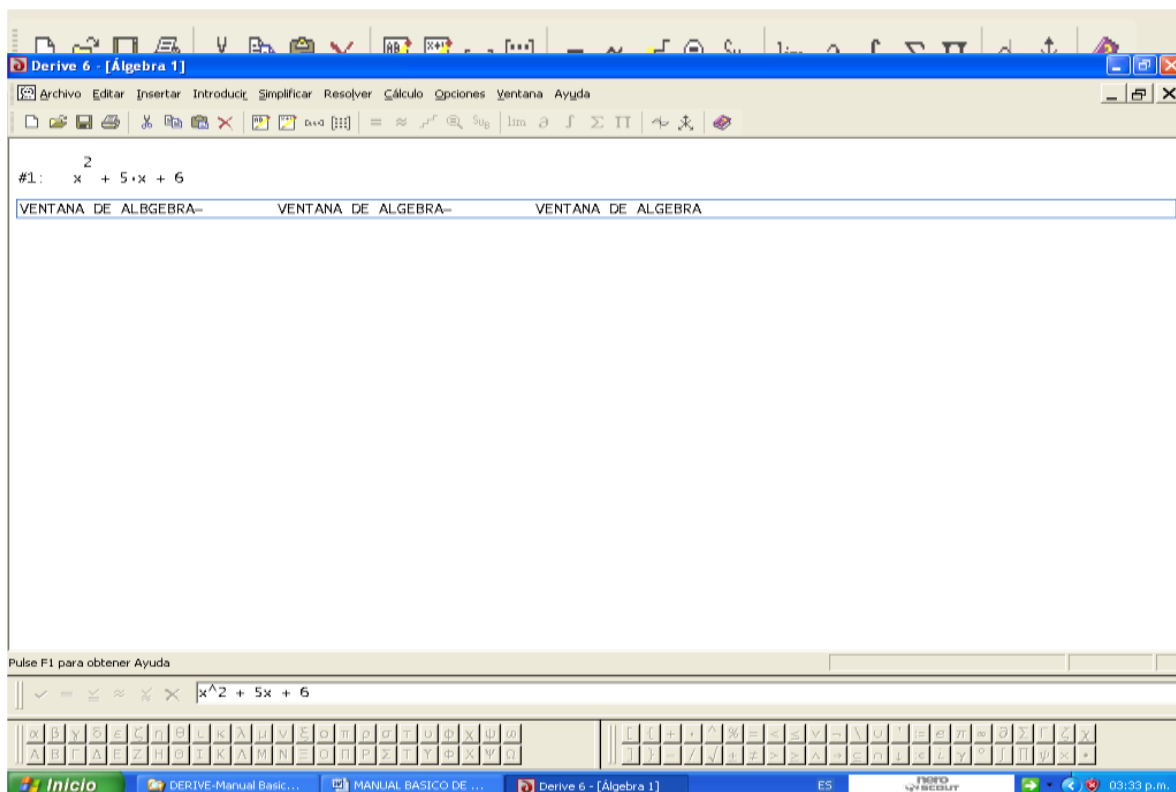
2-1) Barra de menú



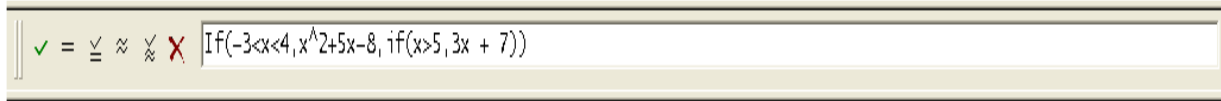
2-2) Barra de submenú



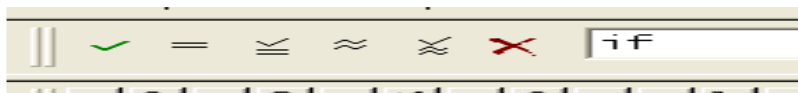
Barra de órdenes: Se encuentra ubicada debajo de la barra de menú principal y está formada por un conjunto de iconos que posibilitan el acceso rápido a determinados comandos



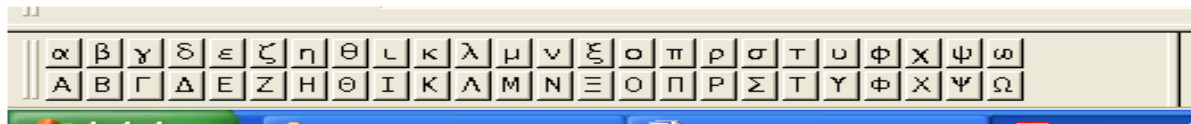
- 4) **Ventana de algebra o área de trabajo:** Ocupa la mayor parte de la pantalla de álgebra
- 5) **Barra de estado:** En esta barra el usuario recibe información respecto a la expresión que se está trabajando y sobre el tiempo de ejecución del ejercicio.
- 6) **Línea de edición.** En esta línea se escriben las expresiones, utilizando símbolos matemáticos y/o letras griegas.



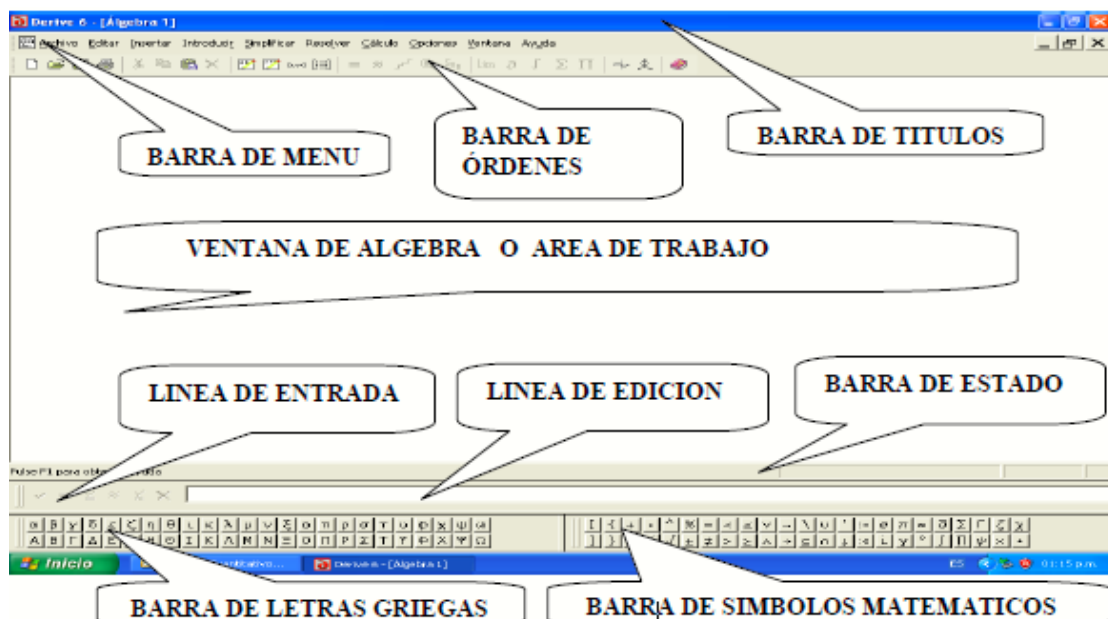
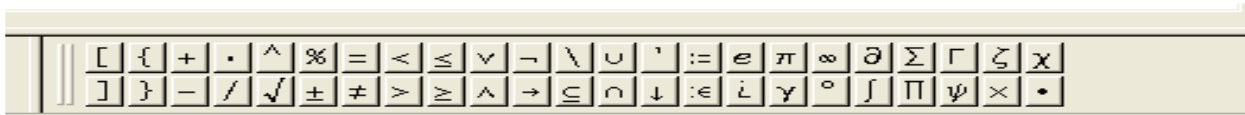
- 7) **Línea de entrada:** Posibilita realizar directamente ciertos cálculos.



- 8) **Barra de símbolos griegos**



- 9) **Barra de símbolos matemáticos**



CAPÍTULO N° 2. OPERACIONES ARITMÉTICAS

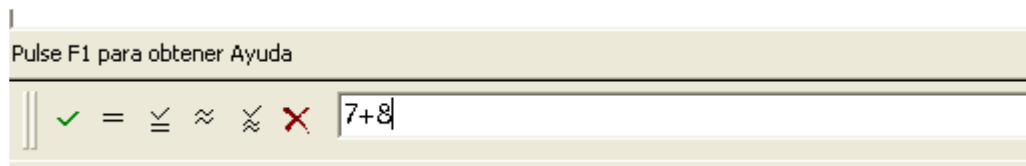
Adición

Ejemplo N°1

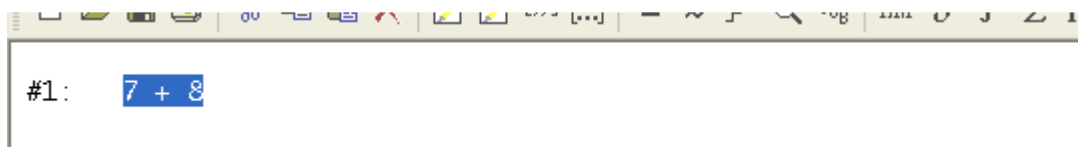
Efectuar con DERIVE: $7 + 8$

Solución.

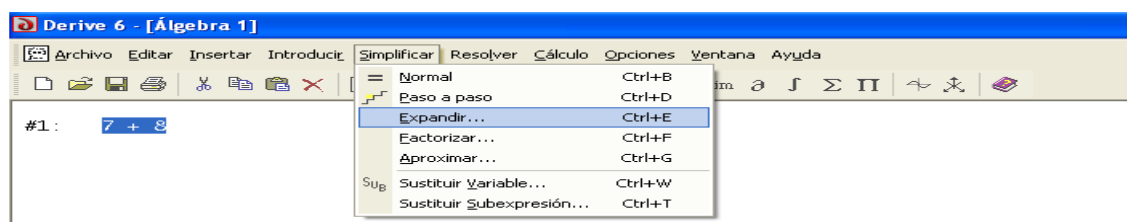
En la línea de edición escribe $7 + 8$



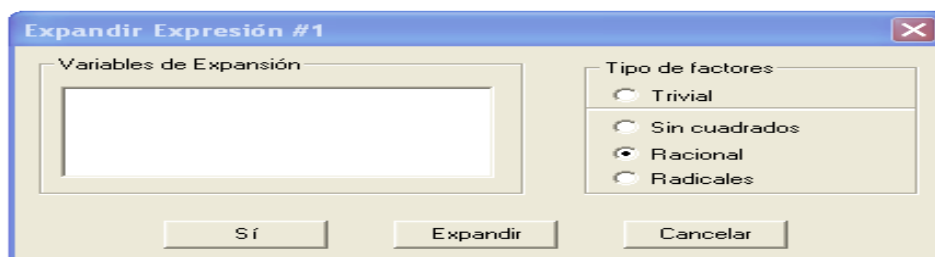
Enter, en la ventana de Algebra o área de trabajo la expresión se etiqueta con #1: $7+8$



Para efectuar la operación, en la barra de menú: simplificar clic, se abre el submenú,

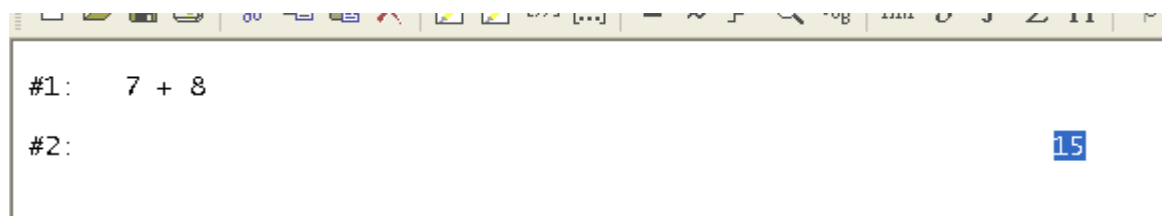


en expandir clic, aparece el siguiente cuadro de dialogo



en tipo de factores: racional, Clic en EXPANDIR, En la ventana de Algebra o área de trabajo la expresión se etiqueta con #2

15 (aparece al lado derecho)



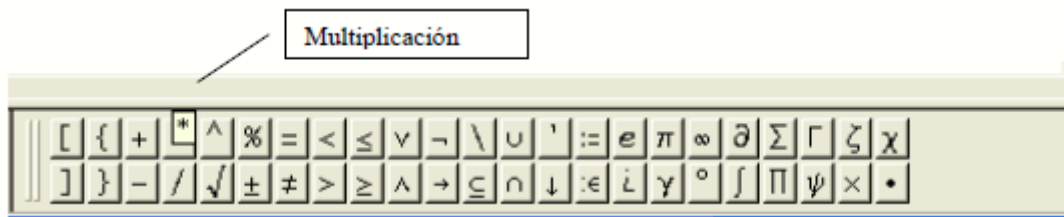
Multiplicación.

Ejemplo N°2

Efectuar con DERIVE: (13) (29)

Solución.

En la línea de edición escribe 13*29 luego enter



Enter, en la ventana de Algebra o área de trabajo la expresión se etiqueta con

#1: $13 \cdot 29$

Para efectuar la operación, se procede en forma análoga que en la suma.

#1: $13 \cdot 29$

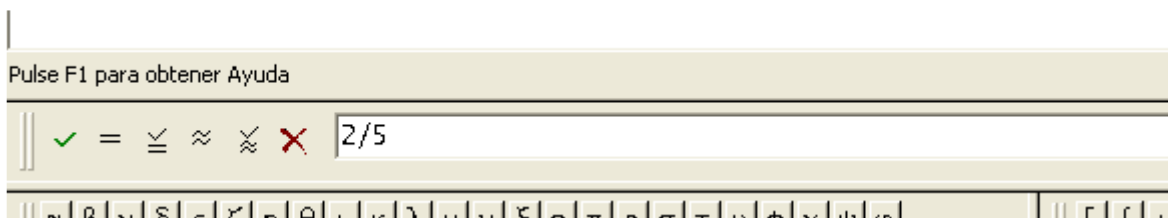
#2: 377

División

Ejemplo N°3 Efectuar $\frac{2}{5}$ utilizando DERIVE, es decir hallar el número decimal

Solución

En la línea de edición escribe



enter, en la ventana de Algebra o área de trabajo la expresión se etiqueta con #1

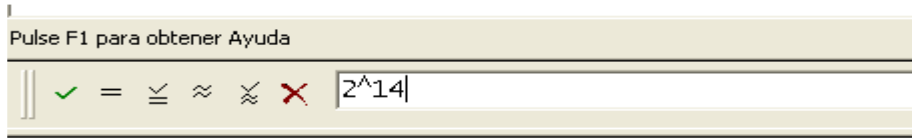
#1: $\frac{2}{5}$

Potenciación. En la barra de símbolos matemáticos utilice

Ejemplo N°4

Efectuar 2^{14}

Solución. En la línea de edición se escribe:



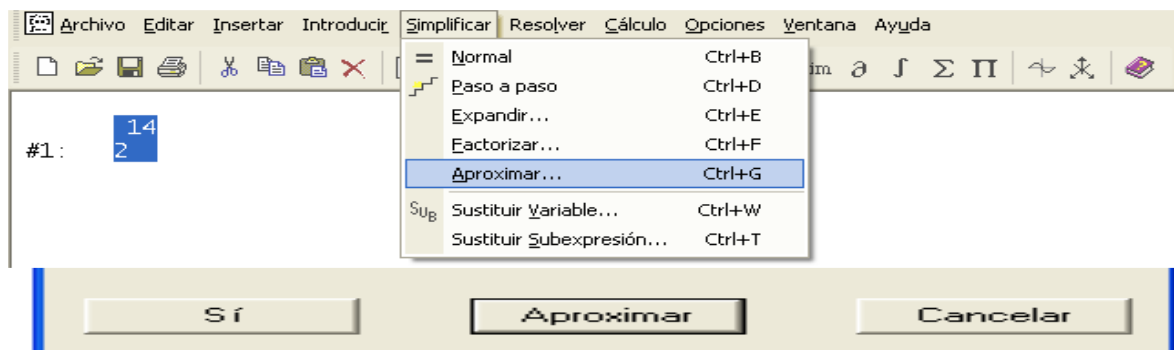
en la barra de menú: simplificar clic, expandir clic, expandir clic. Resp 16384

#1: 2^{14}
#2:

16384



En notación científica: En la barra de menú, clic en simplificar, en el submenú clic en aproximar



Clic en aproximar.

#1: 2^{14}
#2:

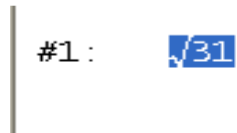
$1.6384 \cdot 10^4$

Radicación.

Ejemplo N°5 Efectuar $\sqrt{31}$

Solución.

En la línea de edición escribe **sqrt31**, luego enter, en la ventana de Algebra o área de trabajo la expresión se etiqueta con #1:



#1: $\sqrt{31}$

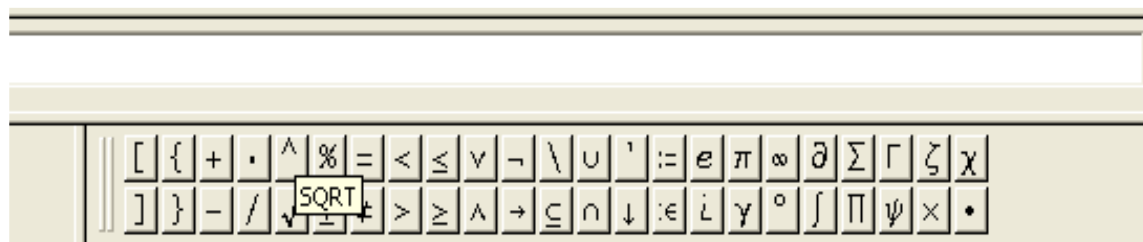
Para hallar el resultado con diez dígitos de precisión en la barra de menú: simplificar clic, aproximar clic. Resp. 5.567764362

#1: $\sqrt{31}$

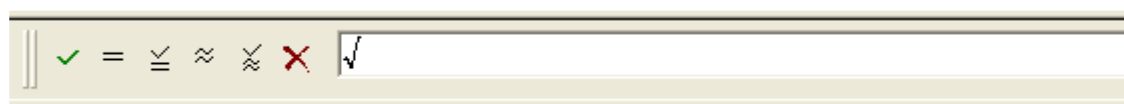
#2: 5.567764362

Otra Forma:

En la barra de símbolos matemáticos, hacer clic en,



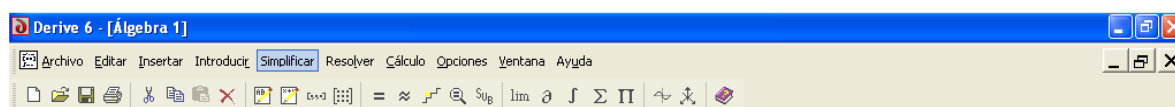
en la línea de edición aparece:



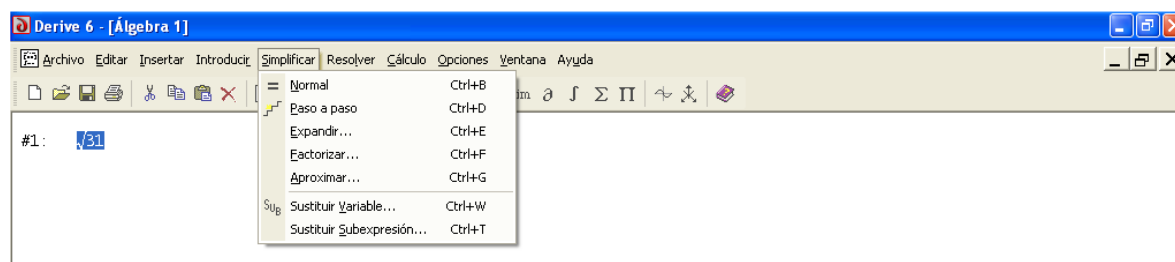
Luego escriba 31, enter en la ventana de algebra aparece:

#1: $\sqrt{31}$

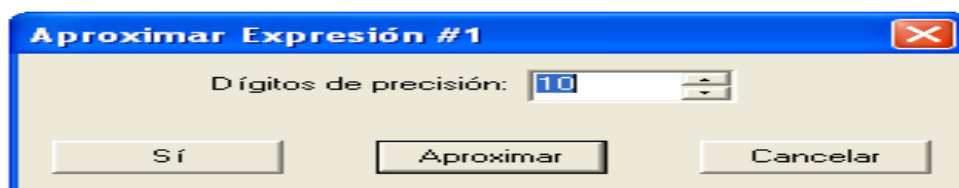
Para hallar el resultado con diez dígitos de precisión en la barra de menú: simplificar clic



Se abre la siguiente ventana de dialogo



Dar clic en aproximar, aparece en la ventana de algebra:



Dar clic en aproximar.

#1: $\sqrt{31}$

#2:

5.567764362

CAPÍTULO N°3.

OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS

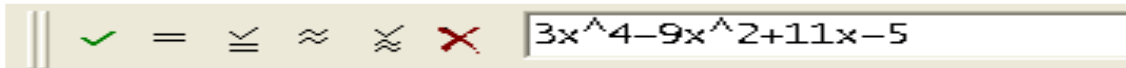
Valor numérico de una expresión algebraica

Ejemplo

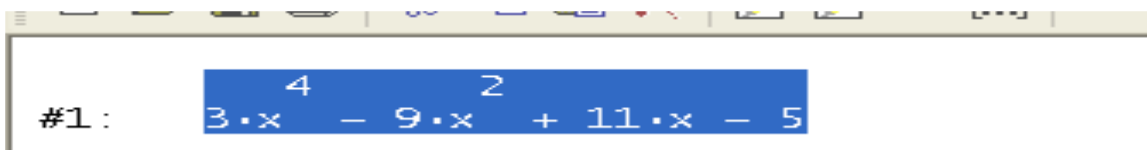
Hallar el valor numérico de: $M(x) = 3x^4 - 9x^2 + 11x - 5$, cuando: a) $x = -3$, b) $x = 2$

Solución.

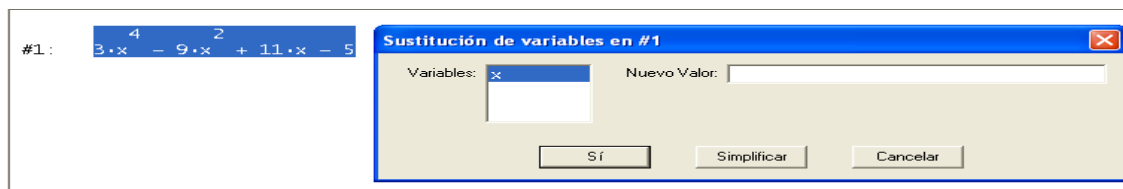
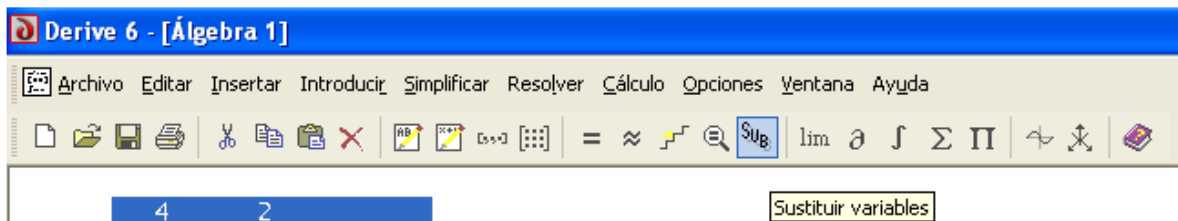
En la barra de edición escribir:



Dar enter, en la ventana de álgebra aparece etiquetada la expresión:



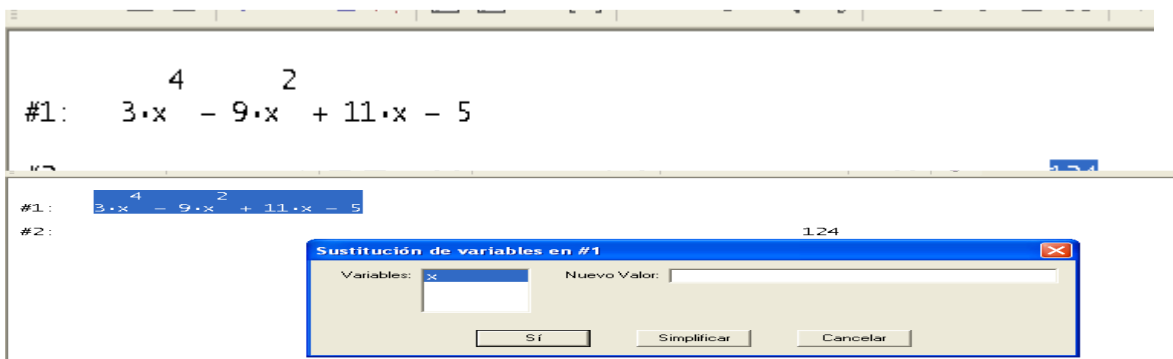
a) En la barra de órdenes elegir SUB (sustituir variables) dar clic



Se abre el siguiente cuadro de diálogo

a-1) Donde dice nuevo valor, escribir - 3, luego clic en simplificar, Resp 124

a) para $x = 2$; sombrear la expresión #1, dar clic en SUB



b-1) Donde dice nuevo valor, escribir 2, luego clic en simplificar, Resp 29

#1: $3 \cdot x^4 - 9 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 5$

#2: 124

#3: 29

Simplificación de fracciones

Ejemplo

Efectuar:

Solución.

En la línea de edición escribir:

✓ = ≤ ≈ ≠ ✗ $5/(x^2-x-2)-3/(x^2-2x-3)$

$$\frac{5}{x^2-x-2} - \frac{3}{x^2-2x-3}$$

Dar enter. En la ventana de algebra aparece etiquetada:

#1:
$$\frac{5}{x^2-x-2} - \frac{3}{x^2-2x-3}$$

En la línea de entrada dar clic en igual: Resp.

#1:
$$\frac{5}{x^2-x-2} - \frac{3}{x^2-2x-3}$$

#2:
$$\frac{2x-9}{(x-3)(x^2-x-2)} = \frac{2x-9}{(x-3)(x-2)(x+1)}$$

$$\frac{2x-9}{(x-3) \cdot (x^2-x-2)}$$

Ecuaciones e Inecuaciones

Ecuación.

Es una igualdad condicional, es decir, se cumple para ciertos valores de la incógnita.

Solución de una ecuación.

Es (son) el (los) valor(es) de la(s) incógnita(s) que verifican a la igualdad.

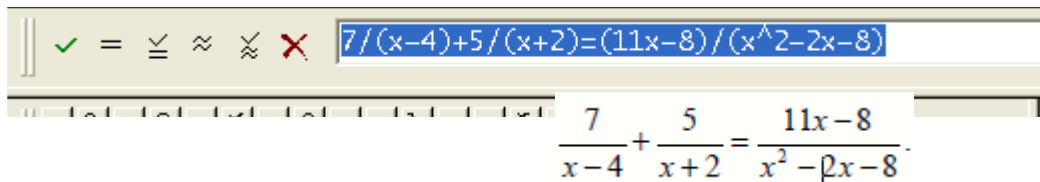
Resolver una ecuación.

Es hallar la solución de la ecuación.

Ejemplo Hallar el conjunto solución de la siguiente ecuación

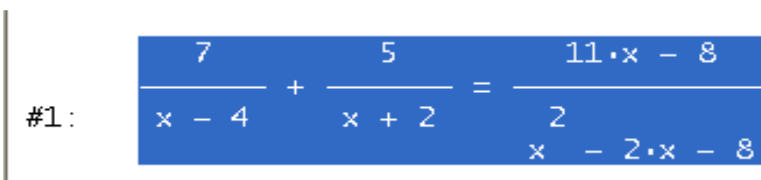
Solución.

En la línea de edición escribir:



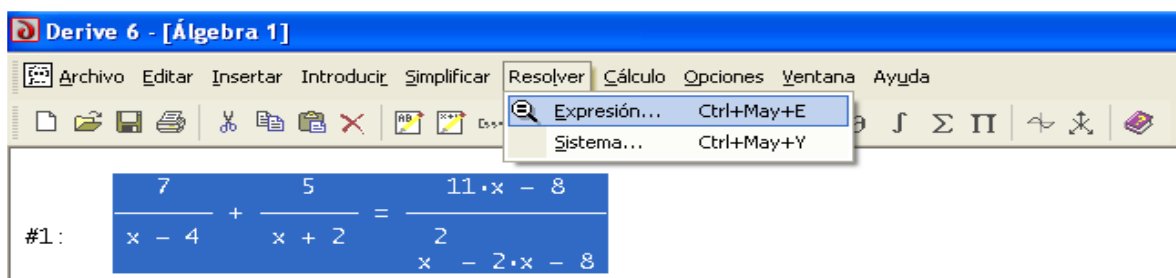
$$\frac{7}{x-4} + \frac{5}{x+2} = \frac{11x-8}{x^2-2x-8}$$

Enter. en el área de trabajo aparece etiquetado:

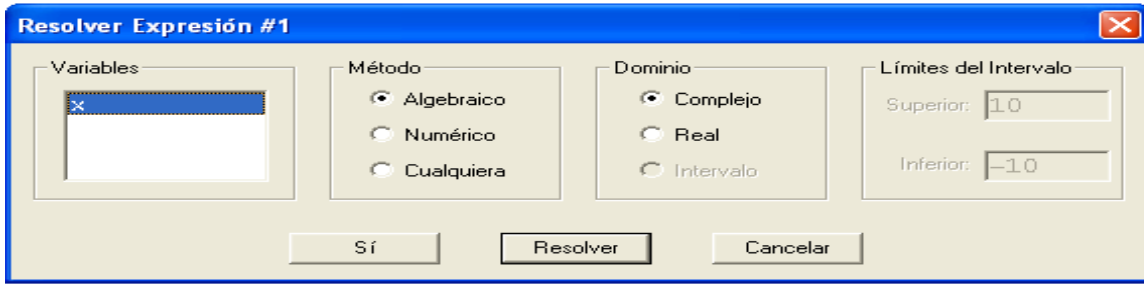


#1:
$$\frac{7}{x-4} + \frac{5}{x+2} = \frac{11 \cdot x - 8}{x^2 - 2 \cdot x - 8}$$

En la barra de menú clic en resolver clic, en el submenú dar clic en expresión



Aparece el siguiente cuadro de dialogo



En variable, en método: algebraico, en dominio: real, en resolver clic. Resp.

#1:
$$\frac{7}{x-4} + \frac{5}{x+2} = \frac{11 \cdot x - 8}{x^2 - 2 \cdot x - 8}$$

#2:
$$\text{SOLVE} \left(\frac{7}{x-4} + \frac{5}{x+2} = \frac{11 \cdot x - 8}{x^2 - 2 \cdot x - 8}, x \right)$$

#3: x = ±∞

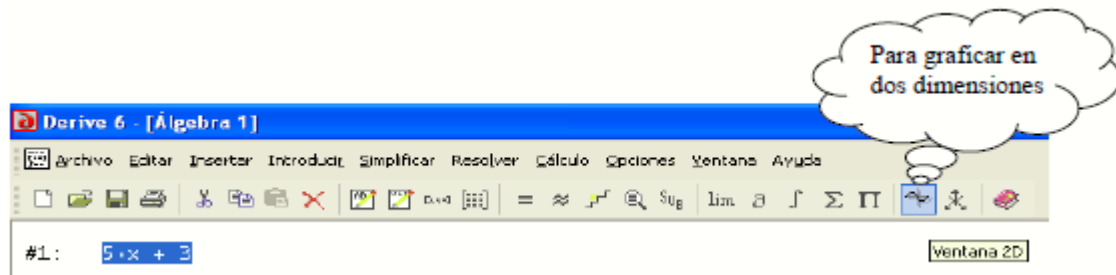
El símbolo ∞ , significa que la ecuación no admite solución.

El conjunto solución es el conjunto vacío

CAPÍTULO N°4. GRÁFICOS BIDIMENSIONALES CON DERIVE

Con DERIVE se puede graficar relaciones o funciones en un sistema bidimensional 2D o en un sistema tridimensional 3D

Para graficar en el sistema bidimensional

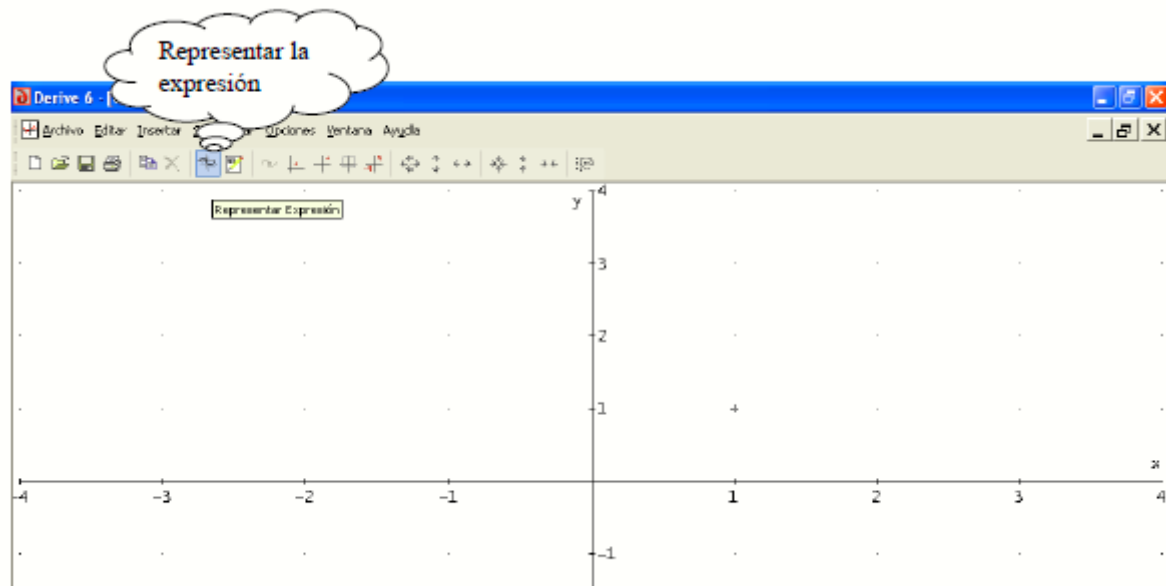


Dar clic en el icono correspondiente a **ventana 2D**

En la ventana de grafico aparece el sistema bidimensional, para representar la expresión dar clic en el icono 2D

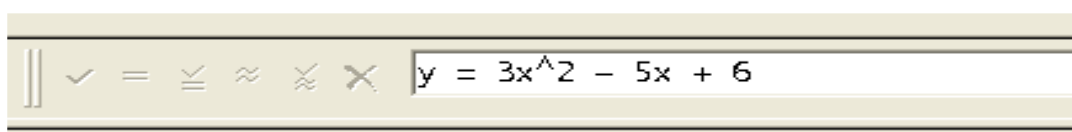


Ejemplo N°1 Graficar: $y = f(x) = 3x^2 - 5x + 6$.



Solución.

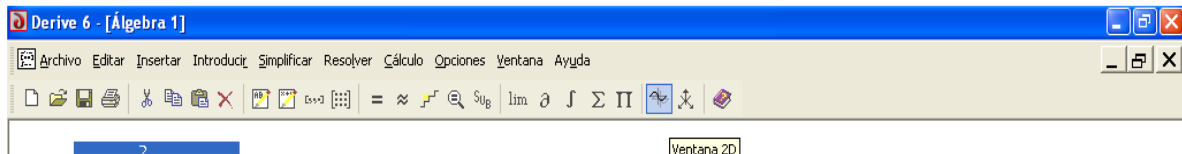
$y = f(x) = 3x^2 - 5x + 6$., en la línea de edición escribir:



Enter, en el área de trabajo aparece etiquetada:

#1: $y = 3 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6$

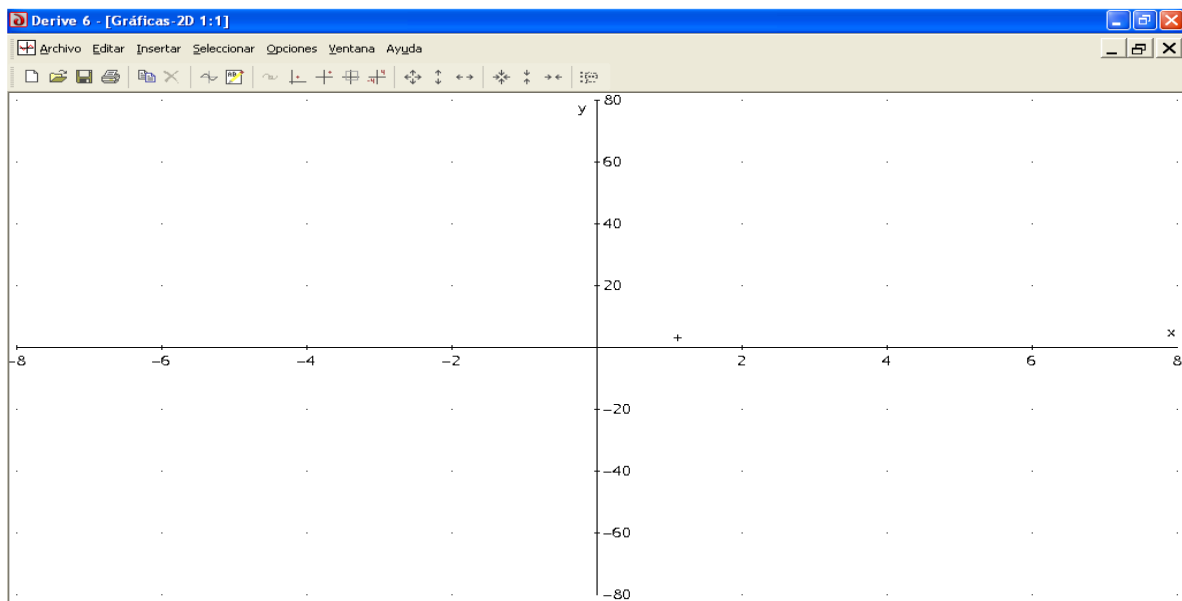
En la barra de órdenes elige el icono ventana 2D



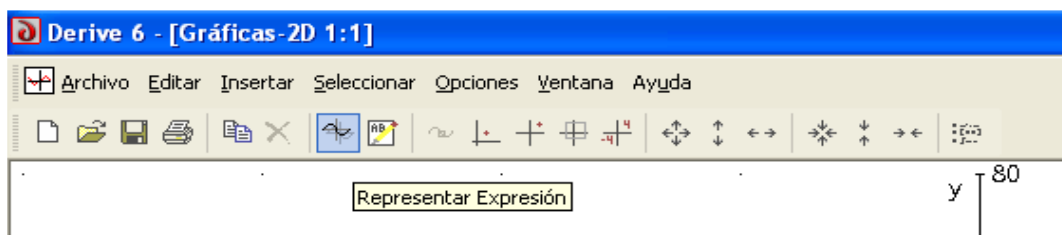
Dar clic en 2D



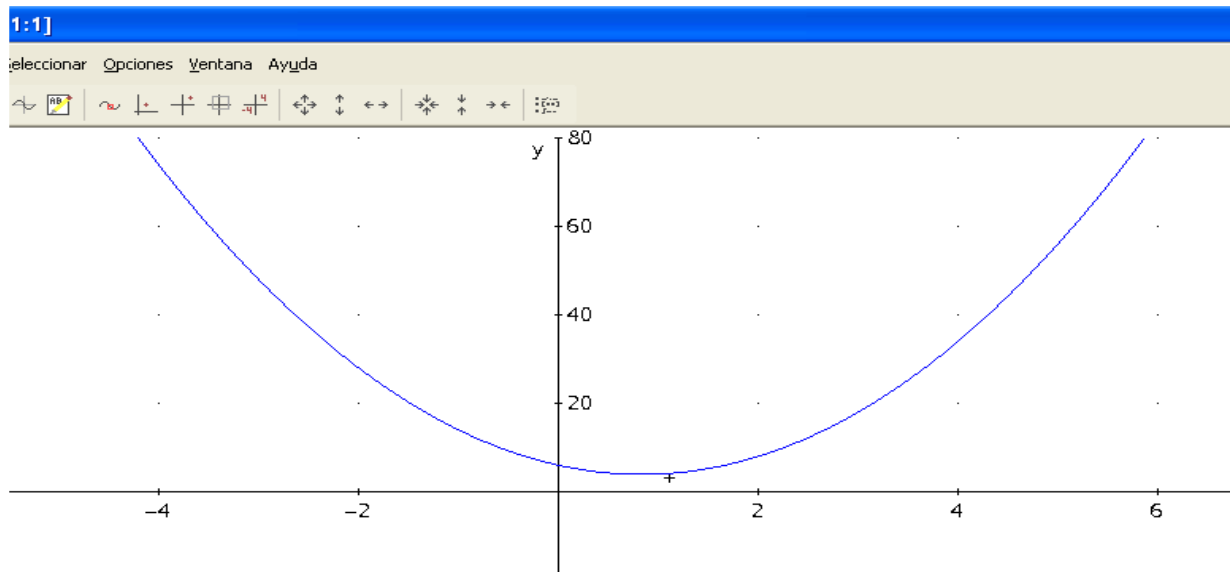
aparece la ventana del sistema bidimensional



En la barra de órdenes elige el icono ventana 2D para representar la expresión.



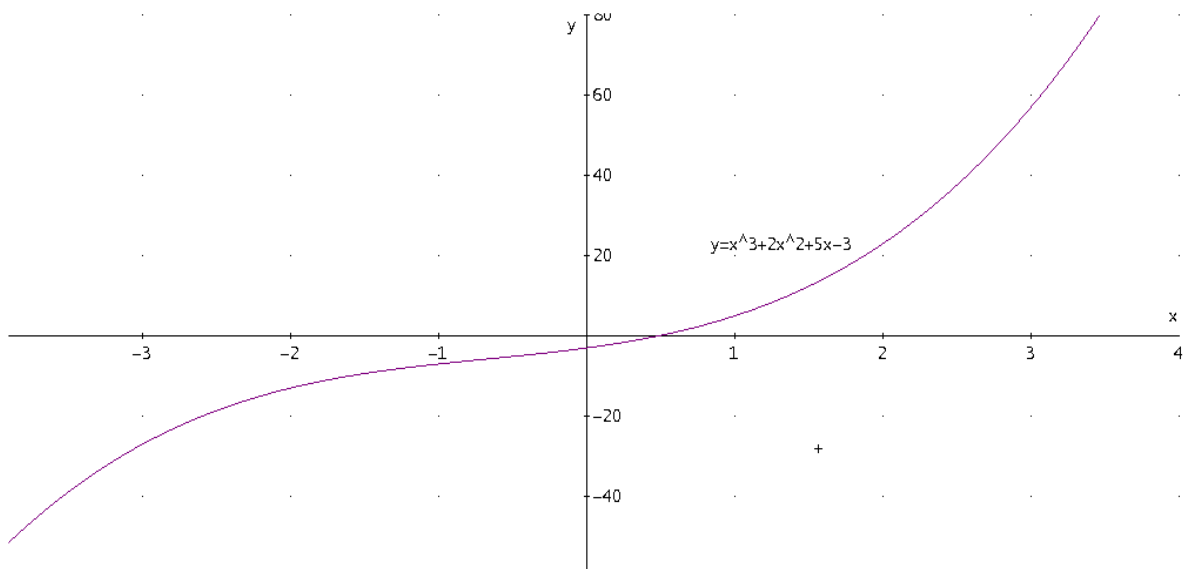
Para la representación gráfica, clic en 2D



Ejemplo N°2

Graficar: $y = f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x - 3$

Solución: se procede análogamente y se obtiene



CAPÍTULO N° 5. CÁLCULO DIFERENCIAL DE R EN R

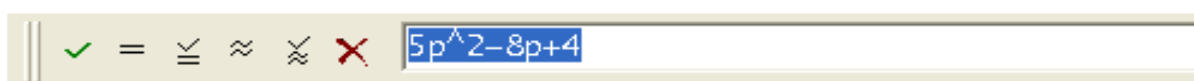
EjemploN°1

Calcular la derivada ordinaria de primer orden de las siguientes funciones con respecto a la variable independiente respectiva.

$$q = f(p) = 5p^2 - 8p + 4$$

Solución.

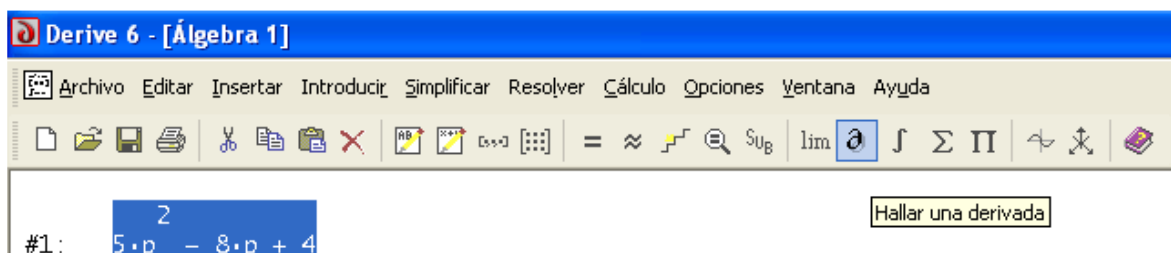
$q = f(p) = 5p^2 - 8p + 4$, en la línea de edición escribir:



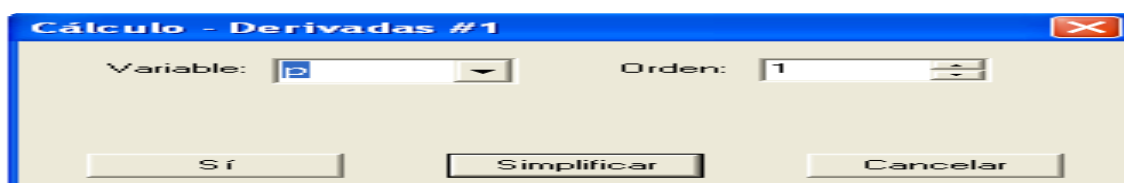
enter, en el área de trabajo aparece etiquetada:



En la barra de menú. Clic en el icono de derivada



Se abre el siguiente cuadro de dialogo.



En variable: p; en orden 1, clic en simplificar. Resp: 10p- 8

#1: $5 \cdot p^2 - 8 \cdot p + 4$

#2: $\frac{d}{dp} (5 \cdot p^2 - 8 \cdot p + 4)$

#3: $10 \cdot p - 8$

EjemploNº2

Derivar $y = f(x) = (3x - 5)^7$

Solución

En la línea de edición escribir

$(3x-7)^7$

enter, en el área de trabajo aparece etiquetada:

#1: $(3 \cdot x - 7)^7$

Se procede en forma análoga,

#1: $(3 \cdot x - 7)^7$

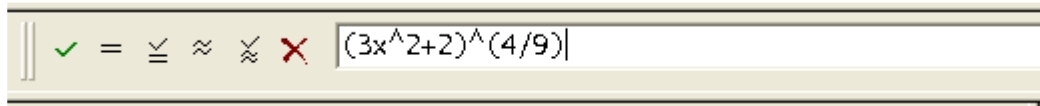
#2: $\frac{d}{dx} (3 \cdot x - 7)^7$

#3: $21 \cdot (3 \cdot x - 7)^6$

EjemploNº3

Derivar $y = f(x) = \sqrt[9]{(3x^2 + 2)^4}$

Solución: En la línea de edición escribir:



enter ,...

#1: $(3 \cdot x^2 + 2)^{4/9}$

#2: $\frac{d}{dx} (3 \cdot x^2 + 2)^{4/9}$

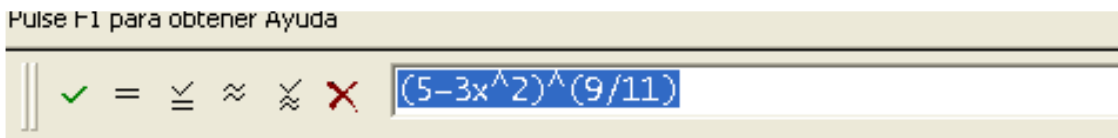
#3: $\frac{8 \cdot x}{3 \cdot (3 \cdot x^2 + 2)^{5/9}}$

Derivada de orden superior

Ejemplo 3

Hallar la derivada de segundo orden de $y = f(x) = \sqrt[11]{(5 - 3x^2)^9}$

Solución



#1: $(5 - 3 \cdot x^2)^{9/11}$

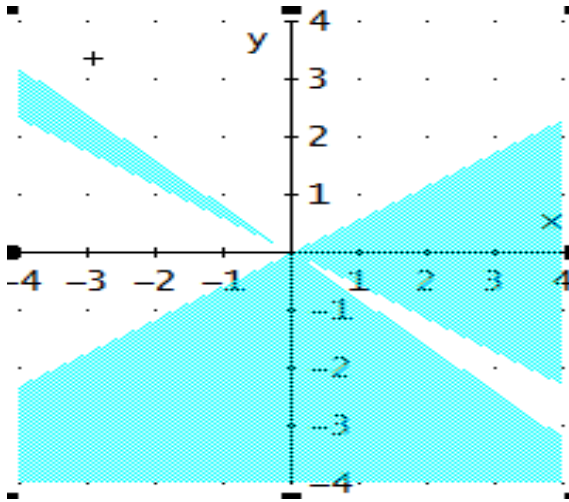
#2: $\left(\frac{d}{dx}\right)^2 (5 - 3 \cdot x^2)^{9/11}$

#3: $\frac{54 \cdot (21 \cdot x^2 - 55)}{121 \cdot (5 - 3 \cdot x^2)^{13/11}}$

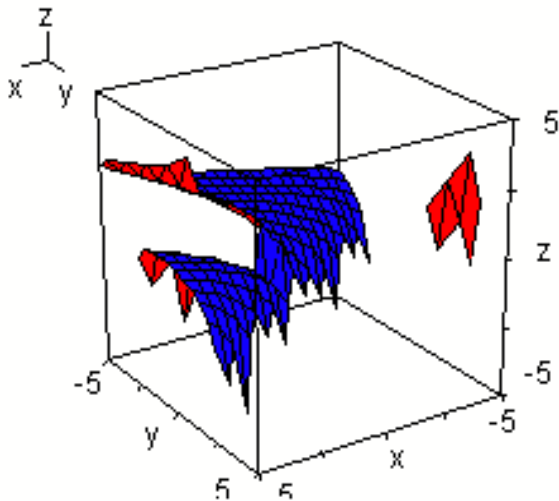
Dominio y Rango de una función de dos variables

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2 - 3y^2}{4x + 5y}\right)$$

$$\text{Dominio: } D_f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \frac{x^2 - 3y^2}{4x + 5y} > 0 \right\}$$



Gráfica de la función



Capítulo 5

Graficas de funciones en el espacio

Graficas de funciones en 3D

Derive 6 - [Álgebra 1]

Archivo Editar Insertar Introducir Simplificar Resolver Cálculo Opciones Ventana Ayuda

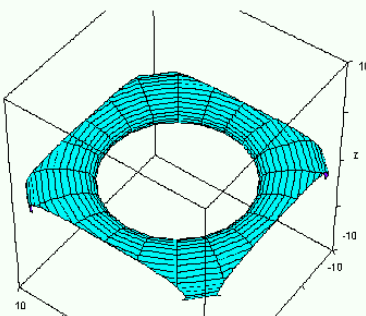
#2: $\int x \cdot \cos(x) dx$

$$\int x^m \cdot \cos(a \cdot x + b) dx \rightarrow \frac{x^m \cdot \sin(a \cdot x + b)}{a} - \frac{m}{a} \int x^{m-1} \cdot \sin(a \cdot x + b) dx$$

#3: $x \cdot \sin(x) - \int \sin(x) dx$

$$\int \sin(a \cdot x + b) dx \rightarrow -\frac{\cos(a \cdot x + b)}{a}$$

#4: $x \cdot \sin(x) + \cos(x)$



Pulse F1 para obtener Ayuda Paso (#3) 0.015s

Inicio Bandeja Mensaj Descar Web Micro Derive

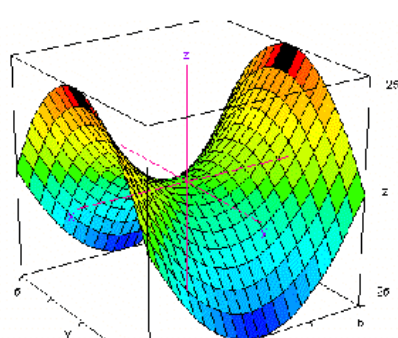
Derive 5 - [Álgebra 1]

Archivo Edición Insertar Editar (Autor) Simplificar Resolver Cálculo Definir Opciones Ventana Ayuda

DfW5 Printer 11 B U

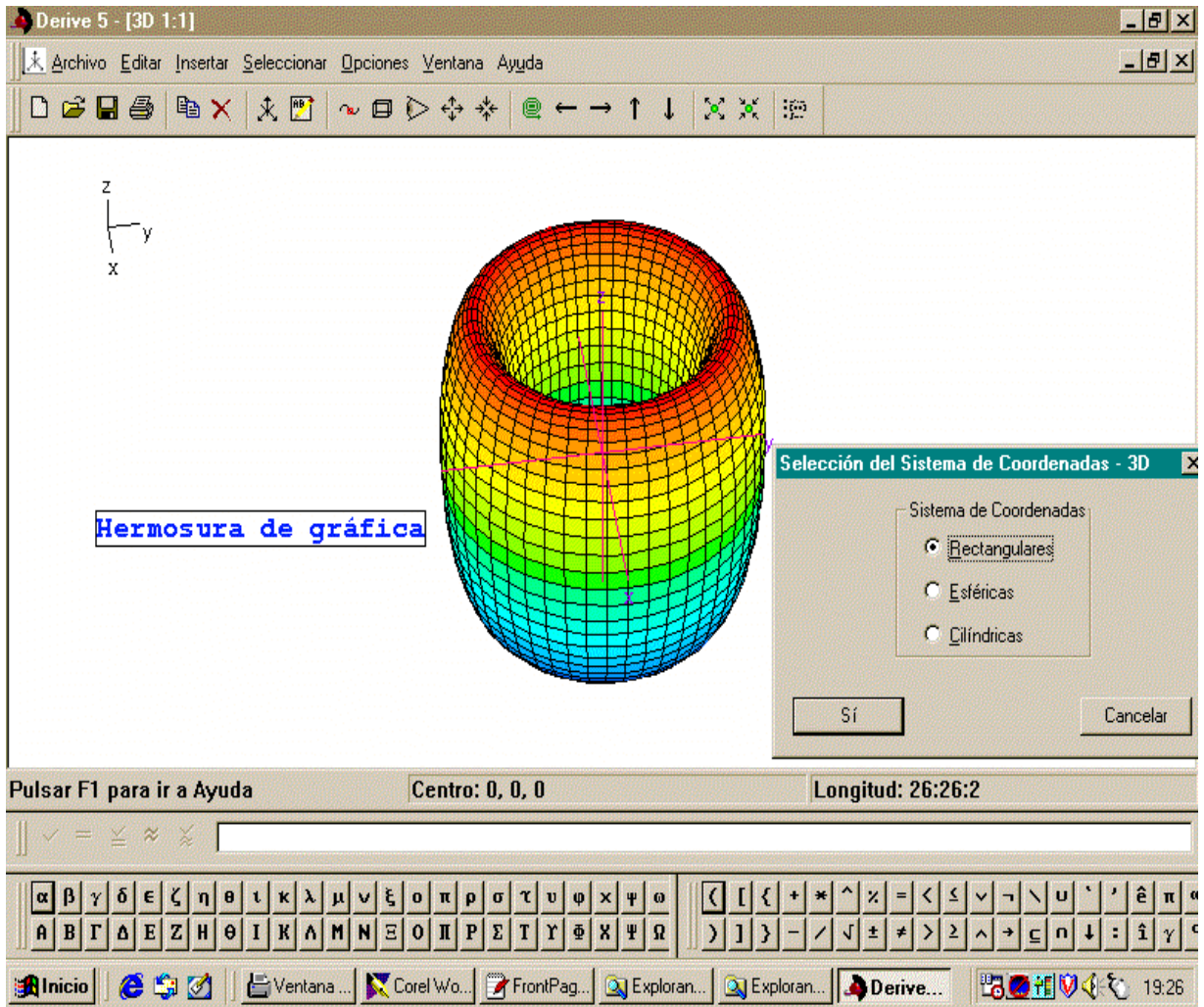
Esto es un objeto de texto:
Podemos escribir lo que queramos

#1: $x^2 - y^2$



Pulsar F1 para ir a Ayuda

Inicio Ventana Corel Wo FrontPag Exploran Exploran Derive



Apendice E. Firma de Expertos

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Título de la tesis: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

Nombre del instrumento sujeto a validación: Prueba Pre test –Post test

Apellidos y nombres del experto: Dra. Barreto Pérez, Mónica

Institución donde labora: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Ricardo Palma

INDICADORES DE EVALUACIÓN DEL INSTRUMENTO	CRITERIOS Sobre los ítems del instrumento	Muy Malo	Malo	Regular	Bueno	Muy Bueno
		20%	40%	60%	80%	100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado que facilita su comprensión					✓
2. OBJETIVIDAD	Está expresado de acuerdo a la variable de estudio					✓
3. ACTUALIDAD	Esta acorde a las necesidades de información				✓	
4. ORGANIZACION	Existe una organización lógica				✓	
5. EFICIENCIA	Comprende los aspectos metodológicos					✓
6. NTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar la variable actividad					✓
7. CONSISTENCIA	Está valorado en base a los fundamentos teóricos y empíricos					✓
8.COHERENCIA	Coherencia entre las variables y los indicadores.					✓
9. METODOLOGIA	La estrategia corresponde al propósito del cuestionario					✓
10.PERTINENCIA	El instrumento es útil para la presente investigación					✓

OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Es aplicable la prueba

PROMEDIO DE VALORACIÓN.

95%

FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE

Mónica Barreto Pérez

Lugar y fecha: Surco, 08/04/2019

DNI N° 07601897

TELF. 969146000

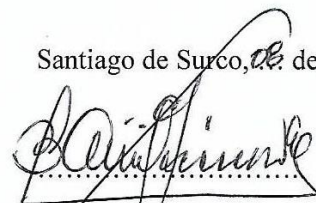
FICHA DE VALIDACION DEL PROGRAMA EDUCATIVO

Título del Programa Educativo: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática.

		SI	NO	OBSERVACION
1	¿Existe coherencia entre la capacidad a desarrollar y el indicador de evaluación en las sesiones de aprendizaje?	✓		
2	¿La redacción de las capacidades propuestas en las sesiones de aprendizaje establece la viabilidad y contenido?	✓		
3	¿La redacción del indicador propuesto en las sesiones de aprendizaje responde a la acción, contenido y condición?	✓		
4	¿La propuesta de los instrumentos utilizados para cada sesión de aprendizaje es pertinente?	✓		

Conclusión: Es aplicable (X) Puede mejorar () No es aplicable ()

Santiago de Surco, de de *Abril* del 2019.



Firma del experto

Apellidos y Nombres : Barrueto Pérez , Mónica

Grado Académico : Dra. En Educación

Celular: *969146000*

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Título de la tesis: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

Nombre del instrumento sujeto a validación: Prueba Pre test

Apellidos y nombres del experto: Mg. Esteban Espinoza, David

Institución donde labora: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Ricardo Palma

INDICADORES DE EVALUACIÓN DEL INSTRUMENTO	CRITERIOS Sobre los ítems del instrumento	Muy Malo	Malo	Regular	Bueno	Muy Bueno
		20%	40%	60%	80%	100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado que facilita su comprensión				✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado de acuerdo a la variable de estudio				✓	
3. ACTUALIDAD	Esta acorde a las necesidades de información				✓	
4. ORGANIZACION	Existe una organización lógica					✓
5. EFICIENCIA	Comprende los aspectos metodológicos					✓
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar la variable actividad				✓	
7. CONSISTENCIA	Está valorado en base a los fundamentos teóricos y empíricos				✓	
8. COHERENCIA	Coherencia entre las variables y los indicadores.				✓	
9. METODOLOGIA	La estrategia corresponde al propósito del cuestionario				✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es útil para la presente investigación				✓	

OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Es aplicable.

PROMEDIO DE VALORACIÓN.

85%

FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE.....

[Firma manuscrita]

Lugar y fecha: *Surco 08 abril 2019* DNI N° *07636353* TELE *929954286*.

FICHA DE VALIDACION DEL PROGRAMA EDUCATIVO

Título del Programa Educativo: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática.

		SI	NO	OBSERVACION
1	¿Existe coherencia entre la capacidad a desarrollar y el indicador de evaluación en las sesiones de aprendizaje?	✓		
2	¿La redacción de las capacidades propuestas en las sesiones de aprendizaje establece la viabilidad y contenido?	✓		
3	¿La redacción del indicador propuesto en las sesiones de aprendizaje responde a la acción, contenido y condición?	✓		
4	¿La propuesta de los instrumentos utilizados para cada sesión de aprendizaje es pertinente?	✓		

Conclusión: Es aplicable (✓) Puede mejorar () No es aplicable ()

Santiago de Surco, 08 de abril..... del 2019.

.....


Firma del experto

Apellidos y Nombres : Esteban Espinoza ,David

Grado Académico : Mg. En Enseñanza de la Matemática

Celular: 929954286

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Título de la tesis: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

Nombre del instrumento sujeto a validación: Prueba Pre test

Apellidos y nombres del experto: Mg. Díaz Bustos, Pedro

Institución donde labora: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Ricardo Palma

INDICADORES DE EVALUACIÓN DEL INSTRUMENTO	CRITERIOS Sobre los ítems del instrumento	Muy Malo	Malo	Regular	Bueno	Muy Bueno
		20%	40%	60%	80%	100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado que facilita su comprensión					X
2. OBJETIVIDAD	Está expresado de acuerdo a la variable de estudio				X	
3. ACTUALIDAD	Esta acorde a las necesidades de información					X
4. ORGANIZACION	Existe una organización lógica				X	
5. EFICIENCIA	Comprende los aspectos metodológicos				X	
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar la variable actividad					X
7. CONSISTENCIA	Está valorado en base a los fundamentos teóricos y empíricos				X	
8. COHERENCIA	Coherencia entre las variables y los indicadores.				X	
9. METODOLOGIA	La estrategia corresponde al propósito del cuestionario					X
10. PERTINENCIA	El instrumento es útil para la presente investigación					X

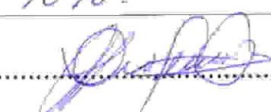
OPINIÓN DE APLICABILIDAD

..... *Es aplicable*

PROMEDIO DE VALORACIÓN.

90%

FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE.....



Lugar y fecha:

08/04/2019

DNI N° *06071558*

TELF. *989241881*

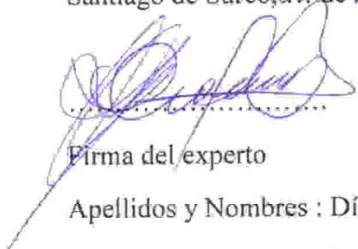
FICHA DE VALIDACION DEL PROGRAMA EDUCATIVO

Título del Programa Educativo: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática.

		SI	NO	OBSERVACION
1	¿Existe coherencia entre la capacidad a desarrollar y el indicador de evaluación en las sesiones de aprendizaje?	X		
2	¿La redacción de las capacidades propuestas en las sesiones de aprendizaje establece la viabilidad y contenido?	X		
3	¿La redacción del indicador propuesto en las sesiones de aprendizaje responde a la acción, contenido y condición?	X		
4	¿La propuesta de los instrumentos utilizados para cada sesión de aprendizaje es pertinente?	X		

Conclusión: Es aplicable (X) Puede mejorar () No es aplicable ()

Santiago de Surco, 08 de Abril del 2019.



Firma del experto

Apellidos y Nombres : Díaz Bustos, Pedro

Grado Académico : Mg. Educación en Gestión y Planeamiento

Celular: 989 241 881.

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Título de la tesis: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

Nombre del instrumento sujeto a validación: Prueba Pre test –Post test

Apellidos y nombres del experto: Mg. Malca Montoya, Manuel

Institución donde labora: Facultad de Ingeniería de la Universidad Ricardo Palma

INDICADORES DE EVALUACIÓN DEL INSTRUMENTO	CRITERIOS Sobre los ítems del instrumento	Muy Malo	Malo	Regular	Bueno	Muy Bueno
		20%	40%	60%	80%	100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado que facilita su comprensión					✓
2. OBJETIVIDAD	Está expresado de acuerdo a la variable de estudio					✓
3. ACTUALIDAD	Esta acorde a las necesidades de información				✓	
4. ORGANIZACION	Existe una organización lógica				✓	
5. EFICIENCIA	Comprende los aspectos metodológicos					✓
6. NTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar la variable actividad					✓
7. CONSISTENCIA	Está valorado en base a los fundamentos teóricos y empíricos					✓
8.COHERENCIA	Coherencia entre las variables y los indicadores.					✓
9. METODOLOGIA	La estrategia corresponde al propósito del cuestionario					✓
10.PERTINENCIA	El instrumento es útil para la presente investigación					✓

OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Es aplicable la prueba

PROMEDIO DE VALORACIÓN.

95%

FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE.....

Manuel Malca Montoya

Lugar y fecha:

Surco 08/04/2019

DNI N° *06070029*

TELF. *996967837*

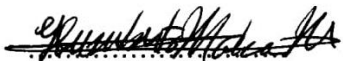
FICHA DE VALIDACION DEL PROGRAMA EDUCATIVO

Título del Programa Educativo: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática.

		SI	NO	OBSERVACION
1	¿Existe coherencia entre la capacidad a desarrollar y el indicador de evaluación en las sesiones de aprendizaje?	✓		
2	¿La redacción de las capacidades propuestas en las sesiones de aprendizaje establece la viabilidad y contenido?	✓		
3	¿La redacción del indicador propuesto en las sesiones de aprendizaje responde a la acción, contenido y condición?	✓		
4	¿La propuesta de los instrumentos utilizados para cada sesión de aprendizaje es pertinente?	✓		

Conclusión: Es aplicable (X) Puede mejorar () No es aplicable ()

Santiago de Surco, 08 de *abril* del 2019.



Firma del experto

Apellidos y Nombres: Malca Montoya, Manuel

Grado Académico: Mg. Educación con Mención en Gestión de la Calidad Autoevaluación y Acreditación

Celular: *9.96.96.78.37*

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Título de la tesis: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática

Nombre del instrumento sujeto a validación: Prueba Pre test –Post test

Apellidos y nombres del experto: Merino Escalante, Víctor

Institución donde labora: Facultad de Ciencia Económicas de la Universidad Ricardo Palma

INDICADORES DE EVALUACIÓN DEL INSTRUMENTO	CRITERIOS Sobre los ítems del instrumento	Muy Malo	Malo	Regular	Buena	Muy Buena
		20%	40%	60%	80%	100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado que facilita su comprensión					✓
2. OBJETIVIDAD	Está expresado de acuerdo a la variable de estudio				✓	
3. ACTUALIDAD	Esta acorde a las necesidades de información				✓	
4. ORGANIZACION	Existe una organización lógica					✓
5. EFICIENCIA	Comprende los aspectos metodológicos				✓	
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar la variable actividad					✓
7. CONSISTENCIA	Está valorado en base a los fundamentos teóricos y empíricos				✓	
8. COHERENCIA	Coherencia entre las variables y los indicadores.					✓
9. METODOLOGIA	La estrategia corresponde al propósito del cuestionario					✓
10. PERTINENCIA	El instrumento es útil para la presente investigación				✓	

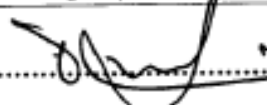
OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Es aplicable

PROMEDIO DE VALORACIÓN.

90%

FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE.



Lugar y fecha: 08/04/2019

DNI N° 08201134

TELF. 951934602

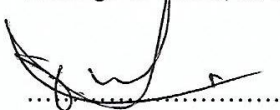
FICHA DE VALIDACION DEL PROGRAMA EDUCATIVO

Título del Programa Educativo: Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones de varias variables en la asignatura de Matemática.

		SI	NO	OBSERVACION
1	¿Existe coherencia entre la capacidad a desarrollar y el indicador de evaluación en las sesiones de aprendizaje?	✓		
2	¿La redacción de las capacidades propuestas en las sesiones de aprendizaje establece la viabilidad y contenido?	✓		
3	¿La redacción del indicador propuesto en las sesiones de aprendizaje responde a la acción, contenido y condición?	✓		
4	¿La propuesta de los instrumentos utilizados para cada sesión de aprendizaje es pertinente?	✓		

Conclusión: Es aplicable () Puede mejorar () No es aplicable ()

Santiago de Surco, 8 de ABRIL del 2019.



Firma del experto

Apellidos y Nombres :merino Escalante, Víctor

Grado Académico : Mg. En Estadística Matemática

Celular: ..9.5.19.34602



Apéndice G. Instrumentos de evaluación Prueba Pre-test

PRUEBA PRE-TEST DE DESARROLLO DE FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES

Estimado estudiante:

Me encuentro llevando a cabo una investigación denominada Aplicación del software Derive para mejorar el aprendizaje de funciones reales de varias variables en la asignatura de Matemática III. Para ello, se ha previsto aplicar un test de inicio que no tiene calificación para la asignatura. Por lo que le solicito, total transparencia y disposición para su resolución, la cual contribuirá a la mejora educativa en nuestra Facultad.

Las respuestas son anónimas y se reserva su confidencialidad.

Gracias.

INSTRUCCIÓN

En cada una de las computadoras se halla instalado el software Derive, por lo que solicito ingresar al software y resolver las preguntas.

I. RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

Indicador: analizar la función

Dada la función

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{4x - y^2}}{\sqrt{2x - y - 4}}$$

1. Determinar analíticamente el dominio de la función
2. Graficar el dominio de la función en el plano cartesiano
3. Demuestre, si existen $f(4,2)$, $f(-4,2)$

Indicador: Conceptualizar el intervalo del rango de la función

1. Calcular el rango

II. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

2. Dada la función $g(x, y) = 3 - 2x - |y|$

- i) Graficar las curvas de nivel para los valores determinados
 $k = \{-2, -1, 0 - 1, 2\}$
- ii) ¿Que familia de curvas representan?

3. Dadas las funciones de demanda

$$D_1(p_A, p_B) = q_A = 400 - 10p_A + \frac{2}{\sqrt[4]{p_B^3}}$$

$$D_2(p_A, p_B) = q_B = 200 - \frac{1}{2}p_B^2 + \frac{4}{3p_A^3}, \text{ donde } p_A \text{ y } p_B \text{ son los precios de los artículos } A \text{ y } B$$

- i) Calcule las demandas marginales
- ii)
- iii) Interprete ¿Cómo son estas demandas marginales?

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_B} \text{ y } \frac{\partial q_B}{\partial p_A}$$

- iv) ¿Qué puedo decir de estos bienes?

4. Dada la función :

$$f(x, y) = \frac{1}{x} - \frac{64}{y} + xy$$

Determine sus extremos relativos y clasifíquelos

III. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

5. Dada la región acotada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 3 \\ 6x - x^2, & x > 3 \end{cases} \text{ y las rectas } x = 1 \text{ y } x = 7$$

Halle su área

6. PRODUCTIVIDAD:

Dada la función de producción $P(l, k) = 10l^2k + 100l + 400k - 5lk^2$, donde “ l ” representa unidades de fuerza de trabajo (medidas en horas de trabajo) y “ k ” representa unidades de capital (medidas en unidades de 1000 dólares). Encuentre las productividades marginales para $l = 30$ y $k = 50$, interprete los resultados.

7. COSTO:



Una empresa fabrica una mercadería en dos plantas distintas. El costo total de fabricación depende de la cantidad q_1 y q_2 suministradas por cada planta y está determinada por la función de costos: $c(q_1, q_2) = 2q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2$

El objetivo de la empresa es producir 200 unidades, y al mismo tiempo reducir al mínimo los costos de producción. ¿Cuántas unidades deben producir cada fábrica?

Profesora: Yolanda Rosa Avalos Siguenza

Apendice H: Base de datos Prueba Pos- Pre Test

GRUPO DE CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL								
PRE-TEST	POS-TEST	PRE-TEST				POS-TEST				
		DIM1	DIM2	DIM3	TOTAL	DIM1	DIM2	DIM3	TOTAL	
4	5									
6	4	2	1	1	4	4	2	2	8	
7	8	3	1	1	5	5	2	1	8	
8	9	4	1	2	7	5	1	2	8	
7	9	4	2	2	8	6	4	4	10	
9	11	3	3	2	8	4	3	3	10	
8	11	5	2	2	9	5	2	3	10	
10	12	5	0	4	9	8	0	6	14	
10	11	3	3	3	9	5	5	3	13	
8	10	5	5	0	10	6	6	3	15	
11	12	0	5	5	10	0	6	6	12	
12	13	4	3	3	10	6	7	6	16	
11	12	4	3	4	11	6	5	5	16	
13	13	5	2	4	11	6	4	5	15	
12	14	5	3	3	11	6	6	4	16	
13	14	5	4	3	12	7	4	4	15	
12	10	6	3	3	12	7	6	6	19	
16	17	6	4	3	13	7	6	5	18	
15	16	6	4	4	14	8	6	5	19	
16	16	5	5	5	15	8	6	6	20	
10.4	11.35	6	5	5	16	8	6	6	20	
				PROMEDIO	10.2			PROMEDIO	14.1	